



Дырда В. И.
д.т.н., профессор

Черний А. А.
старший преподаватель

*Институт
геотехнической
механики
им. Н.С. Полякова
НАН Украины*

Dyrda V. I.

Cherniy A. A.

*M. S. Polyakov Institute of
Geotechnical Mechanics
of the NAS of Ukraine*

УДК 622.539.375:678
**ИССЛЕДОВАНИЕ
ТЕМПЕРАТУРНОЙ
УСТОЙЧИВОСТИ РЕЗИНОВЫХ
ВИБРОАМОРТИЗАТОРОВ
ВИБРАЦИОННЫХ ГОРНЫХ
ПИТАТЕЛЕЙ**

Рассматриваются тяжелые вибрационные машины с эластомерной упругой подвеской. Такие машины – виброгрохоты, вибропитатели, горизонтальные двухмассные виброконвейеры, вибросита, вибросмесители и т.д. – зачастую работают в экстремальных условиях, т.е. при стационарных циклических нагрузках и активном влиянии внешней среды. Эластомерные элементы, введенные в структурные схемы машин, способствуют снижению вибронагруженности, звукового давления, повышению долговечности, надежности и безопасности. В последнее время достижения в области вибротехники в самых различных областях машиностроения в той или иной степени связаны с использованием эластомерных элементов. Рассматривается случай, когда вследствие диссипативного разогрева эластомерного элемента при деформациях чистого сдвига температура внутри массива достигает некоторого критического значения, что приводит к его отказу. Рассматривается задача о теплообразовании в эластомерных элементах при стационарном циклическом нагружении. Получены математические зависимости, обеспечивающие анализ температурного режима резиновых элементов в случае, когда коэффициент поглощения энергии материала зависит от температуры нагрева и времени нагружения. Демпфирующие свойства резины описываются интегральными соотношениями типа Вольтерра и дробно-экспоненциальными ядрами. Представлены математические зависимости для определения установившейся температуры нагрева исследуемых деталей в зависимости от частоты нагружения. Результаты расчета сравниваются с экспериментальными данными. В качестве приложения исследуется температурная устойчивость кусочно-линейной упруго-наследственной связи одномерного осциллятора с учетом нелинейного термомеханического эффекта.

Ключевые слова: эластомерные элементы, температурная устойчивость, диссипативный разогрев, нелинейная система, интегральные соотношения Вольтерра.

Введение. Эластомеры принадлежат к упруго-наследственным средам и по своему химическому составу и упругим свойствам резко отличаются от других конструкционных материалов, прежде всего высокими

диссипативными характеристиками и большими деформациями.

Именно эластомерные элементы, введенные в структурные схемы машин, способствуют снижению вибронагруженности,



звукового давления, повышению долговечности, надёжности и безопасности. Все достижения в области машиностроения, вибрационной техники и т.д. в той или иной степени связаны с применением эластомеров как конструкционных материалов.

Эластомеры занимают совершенно особое место среди материалов, предназначенных для изготовления ответственных элементов машин, работающих в экстремальных условиях. Большинство высокоэффективных машин обязаны своим созданием именно эластомерным конструкционным элементам.

Целью настоящей работы является получение математических зависимостей, обеспечивающих анализ температурного режима эластомерных элементов при их стационарном циклическом нагружении, если коэффициент поглощения энергии материала зависит от температуры и времени нагружения [1-5].

Рассмотрим теплообразование в эластомерном элементе при деформации чистого сдвига с постоянной амплитудой γ_0 :

$$\gamma = \gamma_0 \sin \omega t. \quad (1)$$

Тогда уравнение теплового баланса можно представить в виде

$$c_v \frac{dz}{dt} = N - hz, \quad (2)$$

где $z = T - T_0$, T_0 – температура окружающей среды; h – коэффициент внешней теплопроводности, Вт/град; N – мощность, расходуемая в элементе на внутренние сопротивления, Вт; c_v – теплоёмкость образца, $c_v = C_v m$, где C_v – удельная теплоёмкость, Дж/кг·град; m – масса резины.

В случае чистого сдвига упруго-наследственного материала угловое перемещение γ связано с крутильным моментом M интегральным уравнением с ядром типа замкнутого цикла [2, 4, 5]

$$M(t) = C_0 \left[\gamma(t) - \int_{-\infty}^t k(t-\tau) \gamma(\tau) d\tau \right], \quad (3)$$

где C_0 – мгновенная жесткость образца.

Из (1) и (3) следует

$$M(t) = C_0 \gamma_0 [(1-A) \sin \omega t + B \cos \omega t]. \quad (4)$$

Здесь

$$A = \int_0^{\infty} k(x) \cos \omega x dx; \quad B = \int_0^{\infty} k(x) \sin \omega x dx. \quad (5)$$

В настоящей работе предполагается, что реологические характеристики резины зависят от температуры, но их изменением за время одного цикла деформации можно пренебречь. При этом выполняется условие замкнутости цикла. Согласно [2], условие замкнутости цикла эквивалентно условию $k(t, \tau) = k(t - \tau)$ в соотношениях типа (3). Условие квазизамкнутости гармонического цикла будет

$$\int_{-\infty}^t \gamma_0(\tau) k(t, \tau) \sin \omega \tau d\tau \cong \gamma_0(t) \int_{-\infty}^t k(t, t - \tau) \sin \omega \tau d\tau, \quad (6)$$

где

$$\gamma_0(t + t_1) \cong \gamma_0(t); \quad k(t + t_1, t - \tau) \cong k(t, t - \tau); \quad t_1 = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (7)$$

Действительно, используя замену $\tau = z + t_1$ и условия (7), получим

$$\begin{aligned} \gamma_0(t + t_1) \int_{-\infty}^{t+t_1} k(t + t_1, t + t_1 - \tau) \sin \omega \tau d\tau &= \\ = \gamma_0(t + t_1) \int_{-\infty}^t k(t + t_1, t - z) \sin \omega(z + t_1) dz &= \\ = \gamma_0(t) \int_{-\infty}^t k(t, t - z) \sin \omega z dz. \end{aligned}$$

Доказательство обратной теоремы аналогично приведенному в [2]. Тогда средняя за цикл мощность, выделяемая в резиновом элементе, будет

$$N = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} M d\gamma = N_0 B \omega, \quad (8)$$

где

$$N_0 = \frac{1}{2} C_0 \gamma_0^2.$$

Подставляя (8) в (2) и учитывая, что технический коэффициент поглощения, определяемый физическим соотношением типа (3), может быть представлен в виде

$$\psi = \frac{S}{N_0} = 2\pi B, \quad (9)$$

где S – площадь петли гистерезиса (Дж), получим уравнение теплового баланса

$$\frac{dz}{dt} + \frac{h}{c_v} z = RS(\omega, \gamma_0, z), \quad (10)$$

где

$$R = \frac{\omega}{2\pi c_v}.$$



Зависимость $S_{от}$ температуры T определялась при частоте $\omega = 107$ рад/с и амплитуде нагружения $\gamma = 0,30$. Результаты получены посредством измерения площади петли гистерезиса при динамическом нагружении резинометаллического элемента в условиях чистого сдвига. Обнаружен рост площади петли S с увеличением температуры, который обусловлен тем, что измерения производились левее температурного пика внутреннего трения по шкале температур. Нелинейное уравнение (10) решалось при $c_v = 6,3 \cdot 10^2$ Дж/град, $h = 1,03$ Вт/град. Коэффициент внешней теплопроводности h найден из (10) при $t \rightarrow \infty$ для случая, когда при $0 < z < z(\infty)$ $S(T) \cong S(0)$, что выполняется при $288 \text{ K} < T < 310 \text{ K}$. При этом

$$h = \frac{\omega S}{2\pi z(\infty)}. \quad (11)$$

Следует отметить, что температура, измеренная в различных точках эластомерного элемента, отличалась от среднего значения не более чем на $2-3^\circ\text{C}$.

На рис. 1 показаны зависимости $T(t)$, найденные при $\omega = 107$ рад/с и $\gamma = 0,24$, $S = S(T)$ (кривая 1) и $S = S(0)$ (кривая 2) при решении уравнения (10) с помощью компьютера.

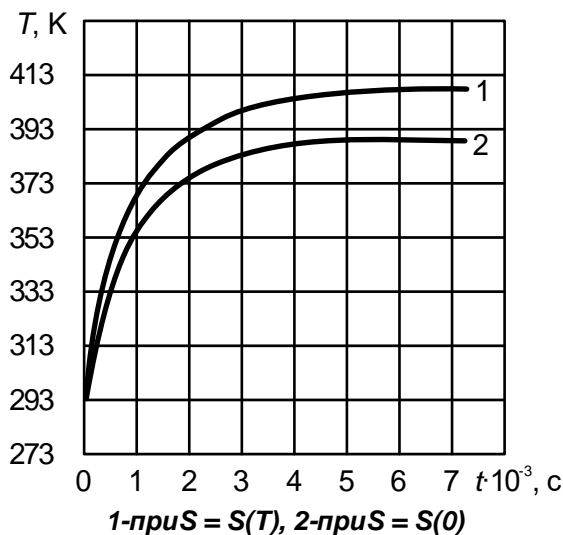


Рис. 1. Зависимость изменения температуры эластомерного элемента от времени его работы

Для описания демпфирующих характеристик резины целесообразно использовать принцип температурно-частотной аналогии с привлечением дробно-экспоненциальных ядер релаксации и последствия.

При этом, согласно [4],

$$A = \Delta^{-1} \chi(\omega^r \cos \delta + \beta); \quad B = \Delta^{-1} \chi \omega^r \sin \delta, \quad (12)$$

где

$$\Delta = \omega^{2r} + 2\omega^r \beta \cos \delta + \beta^2; \quad \delta = 0,5\pi r; \quad 0 < r < 1;$$

$$\beta = t_0^{-r}; \quad \chi = \lambda \beta; \quad \lambda = \frac{G_0 - G_\infty}{G_0}; \quad r = 1 - \alpha;$$

t_0 – обобщённое время релаксации материала; α – показатель дробности экспоненты дробного порядка.

Мгновенный модуль G_0 находится как $\lim_{t \rightarrow \infty} G(\omega)$, а установившийся модуль

$$G(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} G(t)$$

вычисляется по результатам квазистатических испытаний резиноталлических образцов на ползучесть. Время релаксации t_0 и параметр дробности α определяются по формулам

$$t_0 = \omega_0^{-\frac{1}{r}}; \quad (13)$$

$$\alpha = 1 - \frac{4}{\pi} \arctg \frac{\psi_{\max}}{\pi \lambda}, \quad (14)$$

которые получены из (9) и (12).

В выражениях (13) и (14) $\psi_{\max} = \psi(\omega_0)$ – максимальное значение коэффициента диссипации энергии в материале испытываемых деталей при циклическом деформировании. Параметры t_0 и α могут быть определены также при непосредственной обработке зависимостей $G(\omega)$ и $\psi(\omega)$ [5].

Формулы (7) и (12) позволяют также определить зависимость установившейся (при $t \rightarrow \infty$) температуры нагрева резиновых элементов от частоты деформации. При условии независимости реологических параметров резины от температуры выражение для $z(\omega) = \lim_{t \rightarrow \infty} z(\omega, t)$ имеет вид

$$z(\omega) = \frac{C_0 \gamma_0^2 \beta \lambda \omega^{r+1} \sin \delta}{2h(\omega^{2r} + 2\omega^r \beta \cos \delta + \beta^2)}. \quad (15)$$

При экспериментальной проверке формулы (15) обнаружено достаточно хорошее соответствие экспериментальных и теоретических данных, что свидетельствует о приемлемости изложенного метода для определения теплообразования в резиновых изделиях при многократных деформациях сдвига.

В качестве приложения рассмотрим температурный режим упругих связей одномассной нелинейной вибрационной машины с инерционным приводом.



Рассматриваемая колебательная система имеет кусочно-линейную характеристику восстанавливающей силы упругих связей за счёт постановки дополнительных резиновых буферов с некоторым зазором e [3].

Уравнение движения рассматриваемой системы в случае идеальной упругости связей будет иметь вид

$$m\ddot{x} + U_2(x) = H \sin \omega t, \quad (16)$$

где $H = m_1 r \omega^2$ – амплитуда возмущающей силы; x – текущее значение перемещения грузонесущего органа машины; $U_2(x)$ – функция восстанавливающей силы упругих связей:

$$U_2(x) = \begin{cases} C'_0 x & \text{при } -e \leq x \leq e; \\ C''_0 x + (C'_0 - C''_0)e & \text{при } e \leq x \leq \infty; \\ C''_0 x - (C'_0 - C''_0)e & \text{при } -\infty \leq x \leq -e, \end{cases}$$

m – масса грузонесущего органа машины; C'_0 и C''_0 – приведенная динамическая жёсткость основных упругих связей и буферов соответственно; m_1 – масса неуравновешенных грузов вибратора, отнесенных на расстояние l от оси.

$$F = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} U_2(a \sin \eta_1) \sin \eta_1 d\eta_1 = \frac{a}{\pi} [\pi C''_0 + (C'_0 - C''_0)(2\eta_0 + \sin 2\eta_0)]; \quad (19)$$

$$\eta_1 = \omega t; \quad \eta_0 = \arcsin \frac{e}{a}.$$

В уравнениях (18) и (19) величины жесткостей упругих связей C'_0 и C''_0 , а также реологические параметры A и B зависят от температуры нагрева резины. Зависимости коэффициента поглощения энергии ψ и величины $G(\omega)/G_0$ от частоты деформации, найденные экспериментально для упругих связей из резины на основе НК при различных температурах нагрева, показаны на рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики рассматриваемой колебательной системы, полученные при решении уравнения (18) для различных температур нагрева упругих связей, представлены на рис. 3.

Согласно принципу Вольтерра, для учёта упруго-наследственных свойств материала связей в уравнении (16) следует заменить мгновенные жёсткости операторами

$$C'_t = C'_0 [1 - \chi \mathcal{E}_\alpha^*(-\beta)], \quad C''_t = C''_0 [1 - \chi \mathcal{E}_\alpha^*(-\beta)].$$

Полученное при этом символическо-дифференциальное уравнение для удобства дальнейших выкладок целесообразно преобразовать к виду

$$m\ddot{x} + C''_t x + (C'_t - C''_t) f(x) = H \sin \omega t, \quad (17)$$

где

$$f(x) = \begin{cases} -e & \text{при } -\infty < x < -e; \\ x & \text{при } -e < x < e; \\ e & \text{при } e < x < \infty. \end{cases}$$

В первом приближении решение уравнения (17) имеет вид

$$x = a \sin(\omega t - \theta).$$

Амплитуда a вынужденных колебаний грузонесущего органа определяется при этом из трансцендентного характеристического уравнения

$$m a \omega^2 \pm \sqrt{H^2 - \chi^2 B^2 F^2} = F(1 - \chi A), \quad (18)$$

где

При этом параметры колебательной системы имели следующие значения: $m = 2000$ кг, $C'_0 = 1$ МН/м, $C''_0 = 15$ МН/м, $e = 0,005$ м, $H = m_1 r \omega^2 = 0,9$ кгм/с².

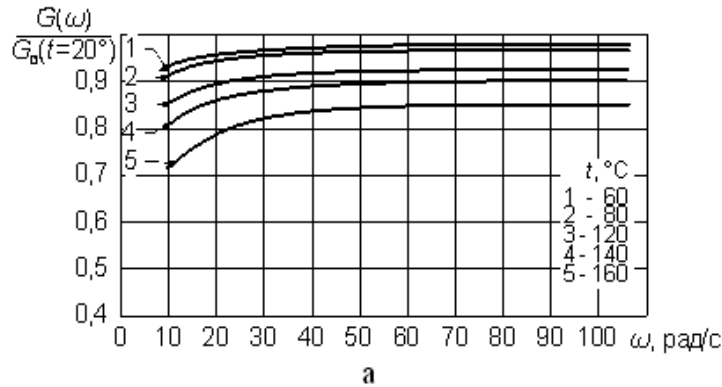
Как видно из графика (рис. 3), с повышением температуры нагрева упругих связей амплитудно-частотная характеристика колебательной системы существенно смещается влево. Это должно учитываться при проектировании вибрационных машин с интенсивным режимом работы упругих связей.

При выполнении условия (6) уравнение теплового баланса упругих связей колебательной системы можно представить в виде

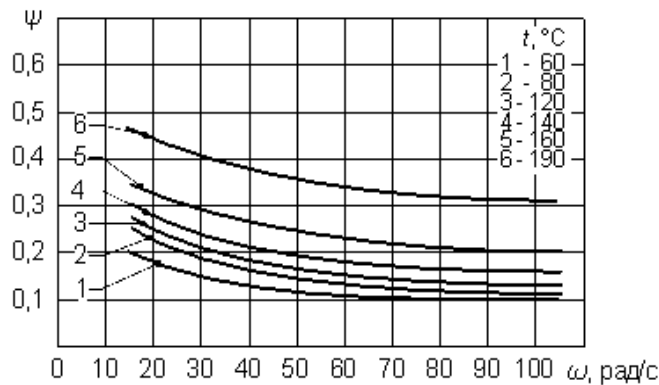
$$\frac{dz}{dt} + \frac{h}{c_v} z = \frac{F[a(z, \omega), C'_0(z), C''_0(z)] a(z, \omega) B(z) \omega}{2c_v} = \varphi(z). \quad (20)$$

Нелинейное уравнение (20) решено на моделирующей установке ЭМУ-10 при $C_v = 6,3 \cdot 10^2$ Дж/град и коэффициентах внешней теплопроводности от 8 до 20 Вт/град. Правая

часть уравнения (20) вычислялась как функция температуры T при различных значениях частоты ω .



а



б

Рис. 2. Зависимости: а- величины $G(\omega)/G_0$ и б- коэффициента поглощения энергии ψ от частоты деформации элемента

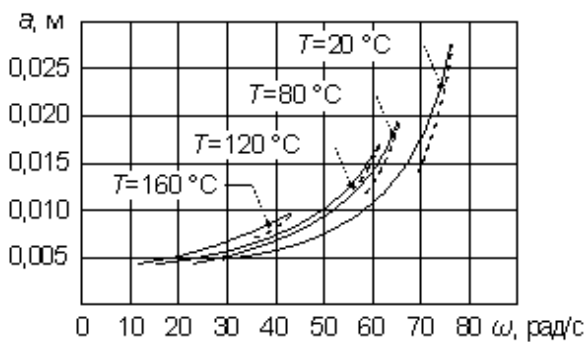


Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика колебательной системы при различной температуре нагрева упругих связей

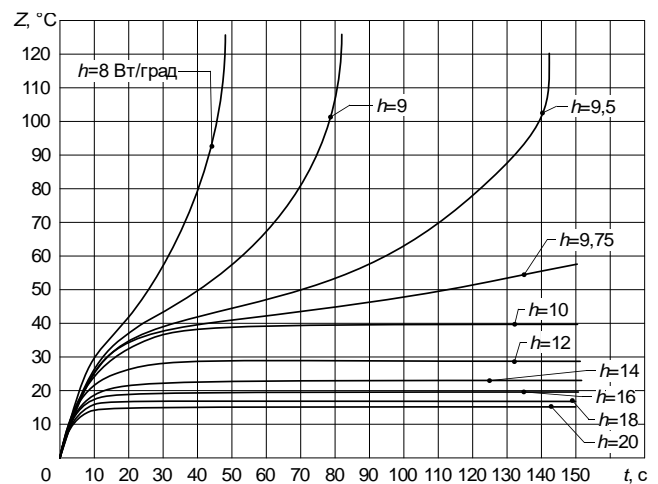


Рис. 4. Зависимости температуры нагрева упругих связей от времени нагружения для различных значений коэффициента внешней теплопроводности h

Полученные при $\omega = 58 \text{ с}^{-1}$ зависимости температуры нагрева упругих связей от времени нагружения для различных значений коэффициента внешней теплопроводности h показаны на рис. 4. Из графиков явствует, что вид кривых существенно зависит от коэффициента h . Для приведенных выше данных критическое значение этого коэффициента $h_k = 9,75$. При $h < h_k$ стационарный режим работы машины не устанавливается.

Изложенное выше свидетельствует, что при проектировании вибрационных машин с упруго-наследственными связями режим работы их следует выбирать с учётом теплообразования в резиновых элементах. При



этом важную роль играет конструкция узла нагружения и способ его охлаждения. При неправильной конструкции узла нагружения, когда естественное охлаждение резиновых элементов недостаточно, и может возникнуть лавинообразное нарастание температуры за счёт внутреннего теплообразования. Резкое повышение температуры нагрева упругих связей приводит к изменению механических характеристик резины и в конечном итоге к изменению режима работы машины в целом.

Список использованных источников

1. Дирда В.И. О функции релаксации упруго-наследственных материалов при наличии простого течения / В.И. Дырда, И.И. Круш, М.И. Розовский // Инженерный журнал. Механика твердого тела. – 1966. – №6. – С. 155-157.
2. Работнов, Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
3. Дирда В.И. Динамика вибропитателей с нелинейной упругой характеристикой / В.И. Дырда, В.Н. Пухальский [и др.] // Вибрации в технике и технологиях. – 2016. – №3 (83). – С. 98-102.
4. Круш, И.И. Интегро-операторный метод исследования демпфирующих свойств упруго-наследственных систем / И.И. Круш // Изв. АН СССР. Механика. – 1965. – №6.
5. Потураев В.Н. Определение параметров дробно-экспоненциального ядра релаксации амортизационных резин при сдвиге / В.Н. Потураев, И.И. Круш, В.И. Дырда // Механика полимеров. – 1968. – №5.

Список источников в транслитерации

1. Dyrda, V.I., Krush, I.I. and Rozovskiy, M.I. (1966), "On the relaxation function of elastic-hereditary materials in the presence of a simple flow", *Inzhenernyy zhurnal. Mekhanika tverdogo tela*, no. 6, pp. 155-157.
2. Rabotnov, Yu.N. (1966), *Polzuchest elementov konstruktsiy [Creep of structural elements]*, Nauka, Moscow, USSR.
3. Dyrda, V.I., Pukhalskiy, V.N. (et al.) (2016), "Dynamics of vibration feeders with a nonlinear elastic characteristic", *Vibratsii v tekhnike i tekhnologiyakh*, no. 3(83), pp. 98-102.
4. Krush, I.I. (1965), "Integro-operator method for studying the damping properties of elastic-hereditary systems", *Izv. ANSSSR. Mekhanika*, no. 6.
5. Poturayev, V.N., Krush, I.I. and Dyrda,

V.I. (1968), "Determination of the parameters of the fractional-exponential kernel of relaxation of shock-absorbing rubbers under shear", *Mekhanika polimerov*, no. 5.

ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНОЇ СТІЙКОСТІ ГУМОВИХ ВІБРОАМОРТИЗАТОРІВ ВІБРАЦІЙНИХ ПІРНИЧИХ ЖИВИЛЬНИКІВ

Анотація. Розглядаються важкі вібраційні машини з еластомерною пружною підвіскою. Такі машини – віброгрохоти, віброживильники, горизонтальні двухмасні віброконвейери, вібросита, віброзмішувачі та т.і. – найчастіше працюють в екстремальних умовах, тобто при стаціонарних циклічних навантаженнях і активному впливі зовнішнього середовища. Еластомерні елементи, введені в структурні схеми машин, сприяють зниженню вібронавантаженості, звукового тиску, підвищенню довговічності, надійності і безпеки. Останнім часом досягнення в області вібротехніки в самих різних областях машинобудування в тій чи іншій мірі пов'язані з використанням еластомерних елементів. Розглядається випадок, коли внаслідок дисипативного розігріву еластомерного елемента при деформаціях чистого зсуву температура всередині масиву досягає деякого критичного значення, що призводить до його відмови. Розглядається задача про теплоутворення в еластомерних елементах при стаціонарному циклічному навантаженні. Отримано математичні залежності, що забезпечують аналіз температурного режиму гумових елементів в разі, коли коефіцієнт поглинання енергії матеріалу залежить від температури нагріву і часу навантаження. Демпфуючі властивості гуми описуються інтегральними співвідношеннями типу Вольтерра і дрібно-експонентними ядрами. Представлені математичні залежності для визначення сталої температури нагріву досліджуваних деталей в залежності від частоти навантаження. Результати розрахунку порівнюються з експериментальними даними. Як додаток, досліджується температурна стійкість кусочно-лінійного пружно-спадкового зв'язку одновимірного осцилятора з урахуванням нелінійного термомеханічного ефекту.

Ключові слова: еластомерні елементи, температурна стійкість, дисипативний розігрів, нелінійна система, інтегральні співвідношення Вольтерра.

**INVESTIGATION OF TEMPERATURE
STABILITY OF RUBBER VIBRATION
ISOLATORS OF VIBRATION MINING FEEDERS**

Annotation. We consider heavy vibration machines with an elastomeric elastic suspension. Such machines are vibrating screens, vibrating feeders, horizontal two-mass vibrating conveyors, vibro-mixers, etc. that often work in extreme conditions, i.e. under stationary cyclic loads and active influence of the external environment. Elastomeric elements when added to the structural schemes of machines contribute to reducing vibration loading, sound pressure, increasing durability, reliability and safety. Recently, the achievements in the field of vibration technology in the most diverse areas of engineering are to some extent related to the use of elastomeric elements. The case is considered when, due to the dissipative heating of the elastomeric element under deformations of pure shear, the temperature

inside the array reaches a certain critical value, which leads to its failure. Mathematical dependencies providing the analysis of the temperature regime of rubber elements in the case when the energy absorption coefficient of a material depends on the heating temperature and the loading time are obtained. Damping properties of rubber are described by integral relations of Volterra type and fractional-exponential kernels. Mathematical dependences are presented to determine the steady-state heating temperature of the parts under study depending on the loading frequency. The calculation results are compared with the experimental data. As an application, the temperature stability of a piecewise linear elastic-hereditary connection of a one-dimensional oscillator is studied with allowance for the nonlinear thermomechanical effect.

Key words: elastomeric elements, temperature stability, dissipative heating, nonlinear system, Volterra integral relations.