1. *Mitropolsky Yu. A., Samoilenko A. M., Kulik V. L.* Dichotomies and Stability in Nonautonomous Linear Systems // Taylor& Francis Inc, London, 2003. – 367 с.
2. *Грод І. М., Кулик В. Л.* Про зв'язок функції Ґріна і Ляпунова в лінійних розширеннях динамічних систем // Укр.мат.журн., – 2014. – **66**, №4. – С. 551–557.

THE USE SIGN-VARIABLES FUNCTIONS OF LIAPUNOV FOR EXPANSIONS OF DYNAMIC SYSTEMS ON MANIFOLDS

Using the method of sign-variables o f Liapunov functions, the questions of regularity of linear extensions of dynamical systems on manifolds have been studied.

УДК 517.95

ВИЗНАЧЕННЯ НЕВІДОМИХ ПАРАМЕТРІВ У ПАРАБОЛІЧНОМУ РІВНЯННІ З ДОВІЛЬНИМ СЛАБКИМ ВИРОДЖЕННЯМ

Надія Гузик

Національна академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного

hryntsiv@ukr.net

У прямокутнику $\Omega_T = \{(\mathrm{x}, \mathrm{t}) : 0 < x < h, 0 < t < T\}$ розглядається обернена задача одночасного визначення двох залежних від часу коефіцієнтів $a = a(t), a(t) > 0, t \in [0,T], b = b(t)$ у параболічному рівнянні

$$\psi(t)u_t = a(t)u_{xx} + b(t)u_x + c(x,t)u + f(x,t) \qquad (1)$$

з початковою умовою

$$u(x,0) = \phi(x), \ x \in [0,h]$$

крайовими умовами

$$u(0,t) = \mu_1(t), \ u(h,t) = \mu_2(t), \ t \in [0,T],$$

та умовами перевизначення

$$a(t)u_x(0,t) = \mu_3(t), \ t \in [0,T], \qquad \int_0^h u(x,t)dx = \mu_4(t), t \in [0,T].$$

Відомо, що $\psi = \psi(t)$ – така монотонно зростаюча функція, що $\psi(t) > 0, \ t \in (0,T], \ \psi(0) = 0$. Досліджується випадок слабкого виродження, коли $\lim\limits_{t \to +0} \int_0^t \psi^{-1}(\tau)d\tau = 0.$

За допомогою теореми Шаудера про нерухому точку цілком неперервного оператора встановлено умови існування розв’язку задачі (1)-(5). Доведення єдиності розв’язку зводиться до дослідження інтегрованості ядер системи однорідних інтегральних рівнянь Вольтерра другого роду.

DETERMINATION OF THE UNKNOWN PARAMETERS IN THE PARABOLIC EQUATION WITH WEAK POWER DEGENERATION

We establish conditions of existence and uniqueness of the solution to the inverse problem for simultinuous determination of two coefficients in the degenerate parabolic equation. The degeneration of the equation is caused by the function at the derivative with respect to time, which vanishes at the initial moment of time. The case of weak degeneration is investigated.

УДК 534.1

ДИНАМІКА ПРУЖНИХ ОБ'ЄКТІВ З РУХОМИМ ІНЕРЦІЙНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ – МЕХАНІЧНІ, МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ, ЇХ ОСОБЛИВОСТІ ТА МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Анатолій Дем'яненко

Дніпропетровський державний аграрно-економічний університет

anatdem@ukr.net

Пам'яті професора Горошко О. О.

З часу виникнення проблеми дії рухомого навантаження на пружні конструкції і споруди, приводом до чого було руйнування Честерського мосту в Англії у травні 1847 року, минуло 170 років. За цей період розглянуто і досліджено багато задач з урахуванням впливу рухомих навантажень різних за природою і характером дії на самі різноманітні конструкції, системи і споруди. У динамічному XX-XXI сторіччі суттєве збільшення мас і швидкостей руху ставить нові задачі, потребує їх вирішення, викликаючи в свою чергу появу нових підходів у механічному та математичному моделюванні, нових і удосконалення старих методів їх дослідження, які дозволяють більш повно виявити усі кількісні та якісні особливості кінематичних та динамічних характеристик руху таких систем. Щораз більший інтерес до цієї проблеми останнім часом обумовлений появою і застосуванням інформаційних технологій, які дозволяють більш повно та детально досліджувати математичні моделі та аналізувати отримані результати. Суттєво змінилося і традиційне уявлення про механічні системи з рухомим інерційним навантаженням. Простими прикладами таких систем є мости з рухомим потоком транспорту, трубопроводи, стержні, пластинки, оболонки під дією рухомого потоку рідини чи газу. До цього класу задач в рамках певних аналогій можна віднести об'єкти змінної за часом довжини та об'єкти, які рухаються у поздовжньому напрямку, такі як нитки, дроти, профільні стержні у прокатному виробництві, смугові та ланцюгові пили, паски пасових передач, канати шахтних підіймальних машин [2, 3]. В залежності від способу схематизації інерційних властивостей пружної конструкції і рухомого навантаження існують чотири принципово різні варіанти постановки задачі про вплив рухомого навантаження на пружні конструкції та споруди [4, 8]. Найбільш складним з точки зору дослідження є четвертий варіант, де враховуються як сили інерції самої конструкції так і сили інерції рухомого навантаження. Дослідження якісних та кількісних характеристик руху таких об'єктів зводиться до аналізу математичної моделі

$$L\left(x,t,\frac{\partial}{\partial t},\frac{\partial}{\partial x}\right)w = L_1\left(\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial t}\right)\cdot q(x,t) \tag{1}$$

з відповідними крайовими та початковими умовами, де при сталій швидкості руху

$$q(x,t) = -\frac{q_0+q_1}{g}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - 2\frac{q_1 v}{g}\frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} - \frac{q_1 v^2}{g}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \tag{2}$$

Основними особливостями математичних моделей таких задач, по-перше, є наявність у диференціальних рівняннях у тому чи іншому вигляді інерційного оператора $q(x,t)$, який визначає силову дію на пружний об'єкт рухомого масового навантаження. Характерним є той факт, що силова дія залежить, як від інтенсивности $q_1(x)$ і швидкості руху v потоку навантаження, так і від деформації пружного об'єкта $w(x,y,t)$, причому, чітко видно залежність силової дії від прискорення деформації $w_{tt}(x,y,t)$, швидкості кутової деформації $w_{tx}(x,y,t)$ та зміни кривини пружної лінії об'єкта $w_{xx}(x,y,t)$. Тобто в такого роду системах силова дія не є заздалегідь визначеною, а обумовлена поточним деформованим станом системи і є слідкуюча за ним. Це є другою особливістю задач динаміки пружних систем у полі сил інерції рухомих навантажень. Третьою суттєвою особливістю є наявність в математичній моделі у тій чи іншій формі непарної за часом змішаної похідної, яка обумовлена прискоренням Коріоліса рухомого масового навантаження і не дозволяє розділити просторову x і часову t змінні за класичною схемою Фур'є в дійсній області шуканих функцій. До вигляду інерційного оператора (2) зводиться і аеродинамічна дія на пружний об'єкт рухомого потоку рідини чи газу, причому швидкості рідини у трубопроводах літальних апаратів досягають 50-80 м/с, газів 200-250 м/с, а відмови літальних апаратів по причині втрати стійкості і руйнування трубопроводів складають до 60% від загальної кількості відмов [5]. Задачі динаміки пружних тіл за дії рухомого інерційного навантаження, які мають цілу низку специфічних особливостей та суттєву значимість для практики, складають самостійний напрямок у будівельній механіці МТДТ. У зв'язку з неможливістю прямого застосування методу Фур'є, до цих задач у загальному випадку зроблені спроби його модифікації та узагальнення [9]. Саме в розвиток цього напрямку професор Горошко О. О. започаткував метод двохвильового подання коливань пружних систем за дії рухомого інерційного навантаження, фізична інтерпретація якого вперше була наведена О. О. Горошко [1]. При застосуванні до дослідження таких систем методу двохвильового подання коливань, який дозволяє у деяких випадках отримати точні розв'язки [2-4], загальний розв'язок диференціального рівняння руху (1) отримуємо у вигляді суми двох рядів $w(x,t) = \sum_{i=1}^{n} a_n \varphi_n(x)\cos(\omega_n t + \beta_n) + \sum a_n \psi_n(x)\sin(\omega_n t + \beta_n)$, – один з яких являє собою класичну частину розв'язку, а другий ту частину, яка обумовлена