

International Science Group

ISG-KONF.COM

XVII

**INTERNATIONAL SCIENTIFIC
AND PRACTICAL CONFERENCE
«TRENDS IN THE DEVELOPMENT OF SCIENCE IN THE
DIGITAL TRANSFORMATIONS»**

Milan, Italy

April 29 – May 02, 2025

ISBN 979-8-89692-716-7

DOI 10.46299/ISG.2025.1.17

TRENDS IN THE DEVELOPMENT OF SCIENCE IN THE DIGITAL TRANSFORMATIONS

Proceedings of the XVII International Scientific and Practical Conference

Milan, Italy
April 29 – May 02, 2025

UDC 01.1

The 17th International scientific and practical conference “Trends in the development of science in the digital transformations” (April 29 – May 02, 2025) Milan, Italy. International Science Group. 2025. 228 p.

ISBN – 979-8-89692-716-7

DOI – 10.46299/ISG.2025.1.17

EDITORIAL BOARD

<u>Pluzhnik Elena</u>	Professor of the Department of Criminal Law and Criminology Odessa State University of Internal Affairs Candidate of Law, Associate Professor
<u>Liudmyla Polyvana</u>	Department of accounting, Audit and Taxation, State Biotechnological University, Kharkiv, Ukraine
<u>Mushenyk Iryna</u>	Candidate of Economic Sciences, Associate Professor of Mathematical Disciplines, Informatics and Modeling. Podolsk State Agrarian Technical University
<u>Prudka Liudmyla</u>	Odessa State University of Internal Affairs, Associate Professor of Criminology and Psychology Department
<u>Marchenko Dmytro</u>	PhD, Associate Professor, Lecturer, Deputy Dean on Academic Affairs Faculty of Engineering and Energy
<u>Harchenko Roman</u>	Candidate of Technical Sciences, specialty 05.22.20 - operation and repair of vehicles.
<u>Belei Svitlana</u>	Ph.D., Associate Professor, Department of Economics and Security of Enterprise
<u>Lidiya Parashchuk</u>	PhD in specialty 05.17.11 "Technology of refractory non-metallic materials"
<u>Levon Mariia</u>	Candidate of Medical Sciences, Associate Professor, Scientific direction - morphology of the human digestive system
<u>Hubal Halyna Mykolaivna</u>	Ph.D. in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor

TABLE OF CONTENTS

AGRICULTURAL SCIENCES		
1.	Ковтун Т.І. ВИРОБНИЧИЙ ТРАВМАТИЗМ НА ПІДПРИЄМСТВАХ АГРОПРОМИСЛОВОГО КОМПЛЕКСУ УКРАЇНИ В ПЕРІОД ВОЄННОГО СТАНУ	9
ARCHITECTURE, CONSTRUCTION		
2.	Лепешко А.А. АКТУАЛЬНІСТЬ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ПЛАНУВАЛЬНОЇ ОРГАНІЗАЦІЇ ВИРОБНИЧИХ ТЕРИТОРІЙ СІЛЬСЬКИХ НАСЕЛЕНИХ ПУНКТІВ 4 (ПОЛІТИКО-ПРАВОВА БАЗА: ВЕКТОРИ ЕКОНОМІЧНОГО РОЗВИТКУ, КОНЦЕПЦІЇ, ДЕРЖАВНІ ПРОГРАМИ ТА ІНШІ ДЖЕРЕЛА)	12
3.	Чвирова О.Є., Гук В.І. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГІЧНІ ЗАСАДИ ОРГАНІЗАЦІЇ ВІДКРИТИХ ГРОМАДСЬКИХ ПРОСТОРІВ У КОНТЕКСТІ ПОСТІНДУСТРІАЛЬНОЇ ТРАНСФОРМАЦІЇ МІСЬКОГО СЕРЕДОВИЩА	22
4.	Височан Н.К. АНАЛІЗ ВИКОРИСТАННЯ ДЕРЕВ'ЯНИХ КАРКАСІВ ТА ЇХ РОЗРАХУНОК У БАГАТОПОВЕРХОВОМУ БУДІВНИЦТВІ	30
ART HISTORY		
5.	Дериконь Я.Б., Оконченко О.М. ГРОМАДСЬКИЙ ТУАЛЕТ ЯК ЕЛЕМЕНТ ДИЗАЙНУ ЕСТЕТИЧНОГО І КОМФОРТНОГО МІСЬКОГО ПРОСТОРУ	35
AVIATION EQUIPMENT		
6.	Mchedlishvili Z., Zukakishvili R., Gratiashvili G., Sanadze G. ANALYSIS OF AERODYNAMIC FEATURES OF AN ORNITHOPTER WING	38
BIOLOGY		
7.	Aliyeva T., Bayramova M. ANALYSIS OF FREE RADICALS IN BRAIN AND LIVER TISSUES OF RATS AFTER EXPERIMENTAL IRRADIATION BY EPR SPECTROSCOPY	44

8.	Poleva J.L. CONNECTION OF INFORMATION COMMUNICATIONS WITH THE ECOLOGICAL INSTALLATION	46
9.	Козачок Н.В. ВПЛИВ ТЕМПЕРАТУРИ ТА ЇЇ СЕЗОННИХ КОЛІВАНЬ НА РІСТ ТА НАКОПИЧЕННЯ ПІГМЕНТІВ <i>C. VULGARIS</i>	48
10.	Мисливець Д.В. БІОЛОГО-ЕКОЛОГІЧНИЙ АНАЛІЗ РОДИНИ <i>MAGNOLIACEAE</i> <i>YUSS.</i> В УМОВАХ БОТАНІЧНОГО САДУ ДНУ ІМЕНІ ОЛЕСЯ ГОНЧАРА	51
CHEMISTRY		
11.	Klimko Y., Levandovskii S. NITROGENOUS HETEROCYCLES. SYNTHESIS BASED ON ADAMANTYLCONTAINING AMIDOALKYLATING REAGENTS	56
COMPUTER SCIENCE		
12.	Kakashvili G., Nanobashvili K. REVOLUTIONIZING EDUCATION WITH AI: OPPORTUNITIES, CHALLENGES, AND THE FUTURE OF PERSONALIZED LEARNING	61
13.	Крупа Д.В. ПІДХІД ДО ПОРІВНЯННЯ КЛАСУ ТА КОНЦЕПТУ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДУ ВИРІВНЮВАННЯ ОНТОЛОГІЙ	65
ECONOMY		
14.	Donkovtcev D. USING BIG DATA AND BLOCKCHAIN FOR TRANSPARENCY AND EFFICIENCY OF INVESTMENT MANAGEMENT IN THE EU	67
15.	Muzurov D.A. FACTORS OF ECONOMIC USE OF RENEWABLE ENERGY SOURCES (RES) IN THE CONTEXT OF ENERGY SECURITY OF EU COUNTRIES	72
16.	Бриль І.В. ІНДЕКСНИЙ ПІДХІД ДО ОЦІНКИ ЛЮДСЬКОГО КАПІТАЛУ	76

17.	Жукович І.А. УГОДА ПРО РЕФОРМУВАННЯ ОЦІНКИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ І РОЗРОБОК	79
18.	Киричук О.М., Шутова П.О. ЗАЛУЧЕННЯ ІНВЕСТИЦІЙ ЯК НЕОБХІДНІСТЬ ДЛЯ ПОВОЄННОГО ВІДНОВЛЕННЯ ЕКОНОМІКИ УКРАЇНИ	83
19.	Колодійчук А.В. ВПРОВАДЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ЯК ВАЖЛИВИЙ ЕТАП ТРАНСФОРМАЦІЇ СУЧАСНОГО СУСПІЛЬСТВА	89
20.	Панченко О. ЕКОНОМІЧНІ ВИМІРИ ІНДУСТРІЇ 4.0: РОЛЬ ДЕРЖАВИ ТА БІЗНЕСУ	99
ELECTRICAL ENGINEERING		
21.	Ismayilov I. MODERN TECHNIQUES FOR EARLY DETECTION OF ISSUES IN THE STATORS OF HIGH-VOLTAGE ROTATING EQUIPMENT	102
GEOLOGY		
22.	Ішков В.В., Дрешпак О.С., Пащенко П.С., Березняк О.О., Чечель П.О. ЗВ'ЯЗОК МІЖ ВМІСТАМИ МЕРКУРІЮ ТА НІКЕЛЮ У ВУГІЛЬНОМУ ПЛАСТІ С5 ШАХТИ "ПАВЛОГРАДСЬКА" (УКРАЇНА)	109
JURISPRUDENCE		
23.	Парасюк В.М., Марчук Я.О. ЗАПОВІТ І СПАДКУВАННЯ ЗА ЗАКОНОМ: СПІВВІДНОШЕННЯ ТА СПІРНІ МОМЕНТИ	135
24.	Пулінець А.А. СОЦІАЛЬНІ РИЗИКИ ЯК ОБ'ЄКТИВНА ПІДСТАВА ВИНИКНЕННЯ СОЦІАЛЬНО-ЗАБЕЗПЕЧУВАЛЬНИХ ВІДНОСИН	139
25.	Кислун В.В. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ ДЛЯ НАВЧАННЯ ДЕПУТАТІВ МІСЦЕВИХ РАД УКРАЇНИ: ДО ПИТАННЯ ЩОДО КІЛЬКОСТІ ТА ЯКОСТІ ВИДАНЬ	143

LINGUISTICS		
26.	Skorofatova A. AI IN LANGUAGE RESEARCH OF MEDIA DISCOURSE	149
MANAGEMENT, MARKETING		
27.	Pikalov M. THE IMPACT OF DIGITAL TRANSFORMATION ON MODERN SCIENCE	152
28.	Косилкіна А.Г., Бабич С.М. МЕТОДИ ТА ІНСТРУМЕНТИ ОЦІНКИ РИЗИКІВ В ОРГАНІЗАЦІЇ	154
MEDICINE		
29.	Baudinova R.K., Kumarbek E., Kamadanova D., Zhumagulov E., Beisetayeva T.E. THE ROLE OF THE VAGINAL MICROBIOTA IN THE PATHOGENESIS OF PELVIC ORGAN INFECTIONS	159
30.	Trutyak I.R., Zhukovskiy V.S., Trunkvalter V.N., Pankiv M.V., Club O.D. MOREL-LAVALLIE SYNDROME – A COMPLICATION OF HIGH-ENERGY INJURY	165
31.	Алієв Р.Б., Риндіна Н.Г., Король М.О. ЕПІДЕМІОЛОГІЧНІ ОСОБЛИВОСТІ САЛЬМОНЕЛЬОЗУ В УКРАЇНІ ЗА ПЕРІОД 2020-2024Р.	167
32.	Гусейнова Ф.І.К., Ганжа А.О., Ннані А.М. СЕРЦЕВІ РОЗЛАДИ, ПОВ'ЯЗАНІ З ЦУКРОВИМ ДІАБЕТОМ 2 ТИПУ	170
33.	Усенко С.Г., Чумаченко Л.В. ЧИННИКИ РИЗИКУ РОЗВИТКУ ЗАХВОРЮВАНЬ ДИХАЛЬНОЇ СИСТЕМИ	174
PEDAGOGY		
34.	Іскра В.І., Холтобіна О.У. ВПЛИВ МУЗИЧНОГО МИСТЕЦТВА НА РОЗВИТОК ДІТЕЙ ДОШКІЛЬНОГО ВІКУ	177

35.	Лі Хунмей СУТНІСНА ХАРАКТЕРИСТИКА ГОТОВНОСТІ СТУДЕНТІВ ФАКУЛЬТЕТІВ МИСТЕЦТВ ДО ТВОРЧОЇ МУЗИЧНО- ВИКОНАВСЬКОЇ ДІЯЛЬНОСТІ: ІНТЕГРАТИВНИЙ АСПЕКТ	180
PHILOLOGY		
36.	Mashakova A.K. АҚШ-ТА САЛЫСТЫРМАЛЫ ӘДЕБИЕТТАНУДЫҢ ДАМУ ТАРИХЫ	183
37.	Береговенко Н. МОВНІ ЗАСОБИ ВИРАЖЕННЯ КАТЕГОРІЇ ОЦІНКИ ЯК УНІВЕРСАЛЬНОЇ МОВНОЇ КАТЕГОРІЇ	187
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES		
38.	Нестеренко М.Г., Нестеренко О.І., Сахно В.М., Михайлюк В.М., Дьяченко Н.К. ЗАДАЧА СТЕФАНА ДЛЯ БАГАТОФАЗНОЇ ДИФУЗІЙНОЇ СИСТЕМИ. ІСНУЮЧІ МЕТОДИ РІШЕННЯ ТА ПРОБЛЕМИ	191
PSYCHOLOGY		
39.	Колодяжна А.В., Білашов К.Ю. ВПЛИВ КУЛЬТУРНОГО РОЗМАЇТТЯ ТА МОВНИХ ВІДМІННОСТЕЙ НА КОМАНДНУ ВЗАЄМОДІЮ	202
PUBLIC ADMINISTRATION		
40.	Mosin A.V. INSTITUTIONAL SUPPORT FOR STRATEGIC PLANNING IN UKRAINE	207
SOCIOLOGY		
41.	Чубіна Т.Д., Вороновська Л.Г., Косяк С.М. СУЇЦИДАЛЬНА ПОВЕДІНКА ЯК ПОВЕДІНКОВІ РЕАКЦІЇ: НАСЛІДОК СОЦІАЛЬНО-ПСИХОЛОГІЧНОЇ ДЕЗАДАПТАЦІЇ ОСОБИСТОСТІ В УМОВАХ КОНФЛІКТУ	211
TECHNICAL SCIENCES		
42.	Доля К. В. ПОМИЛКА ЛЮДИНИ (ОПЕРАТОРА) -ВИКОНАВЦЯ. ПРОБЛЕМА ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ.	214

43.	Кісєль А.Г., Коновальчук В.А. ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ТОЧНОСТІ В ЗАДАЧАХ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ОДНОГО КЛАСУ РОЗПОДІЛЕНИХ ОБ'ЄКТІВ	217
44.	Кісєль А.Г., Лазаренко Я.І., Дмитрищук П.О., Казанцев О.В. АВТОМАТИЗАЦІЯ ПРОЦЕСУ ФОРМУВАННЯ ЗВІТНОСТІ УСПІШНОСТІ СТУДЕНТІВ ВНЗ	224

ЗАДАЧА СТЕФАНА ДЛЯ БАГАТОФАЗНОЇ ДИФУЗІЙНОЇ СИСТЕМИ. ІСНУЮЧІ МЕТОДИ РІШЕННЯ ТА ПРОБЛЕМИ

Нестеренко Микола Григорович,

к.ф.-м.н., доцент каф. програмного забезпечення
інформаційно-вимірювальної техніки,
Український державний хіміко-технологічний університет

Нестеренко Олександр Іванович

д.ф.-м.н., професор; професор кафедри енергетики,
Український державний хіміко-технологічний університет

Сахно Вячеслав Миколайович

к.ф.-м.н., доцент кафедри вищої математики, фізики
та загальноінженерних дисциплін,
Дніпровський державний аграрно-економічний університет

Михайлюк Валентин Миколайович

здобувач першого (бакалаврського) рівня вищої освіти,
інженерно-технологічний факультет,
Дніпровський державний аграрно-економічний університет

Дьяченко Ніна Костянтинівна

ст. викладачка кафедри вищої математики, фізики
та загальноінженерних дисциплін,
Дніпровський державний аграрно-економічний університет

Чисельне моделювання процесів, що відбуваються в багатофазній дифузійній системі з рухомими межами фаз, стикається з низкою суттєвих труднощів, особливо це стосується аналітичних методів розв'язання. Аналітичні методи розв'язання задач з рухомими межами фаз існують, але обмежуються дуже вузьким класом – як правило, ідеалізованими граничними умовами та одномірною постановкою задачі [1, 2].

В результаті реакційної дифузії всі міжфазні границі рухаються. Це призводить до зміни областей розв'язання задачі в кожній фазі і є суттєвою перешкодою при отриманні як аналітичного, так і чисельного розв'язку. Такий клас задач об'єднаний в окремий розділ математичної фізики і носить назву «проблема Стефана».

Найбільшу популярність при чисельному моделюванні задач Стефана здобули сіткові методи. Залежно від виду чисельної апроксимації просторових похідних, різницеві схеми можна поділити на два класи – явні різницеві схеми та неявні різницеві схеми [3].

Прикладами використання явних різницевих схем для розв'язання задач тепло- та масопереносу можна вважати методи, запропоновані Кранком [4] та Ерліхом [5]. В них часова та просторова області розбивалися на кінцеве число рівних відрізків (x - t – область представляла собою сітку з n – часовими шарами та k – просторовими вузлами).

Положення рухомої межі в будь-який момент часу знаходилося між двома регулярними вузлами просторової сітки. Закон руху межі розділу фаз та температурне (або концентраційне поле для дифузії) на новому часовому шарі визначалося розрахунковим шляхом з використанням різницевої апроксимації просторових та часових похідних першого і другого порядків в рівнянні теплопровідності (дифузії) та різницевої апроксимації балансу тепла (маси) на рухомій міжфазній границі. При цьому невідомі сіткові функції T_k (або C_k – для дифузії) та положення міжфазної границі $\Gamma(t_{n+1})$ на новому $(n+1)$ -му часовому шарі входили тільки в апроксимацію часових похідних.

Як показано в роботах А.А. Самарського з теорії різницевих схем [3], ця різницева схема є умовно стійкою. Тобто вона стійка лише для достатньо малих часових кроків і накладає досить жорсткі обмеження на кінетичні параметри системи (коефіцієнти теплопровідності, теплоємності для задач теплопереносу, або коефіцієнти дифузії – для масопереносу) через накопичення похибки під час обчислювального процесу. Цей недолік виявився настільки серйозним, що не дозволив застосовувати цей метод для розв'язання практично важливих задач.

Найбільш прийнятними, в цьому сенсі, виявилися методи, засновані на неявній різницевій схемі. Як показано в тій же роботі [3], неявна різницева схема не накопичує систематичної похибки при обчисленнях, оскільки ця різницева схема є абсолютно стійкою при будь-яких значеннях часових і просторових кроків. Як зазначалося, вона дозволяє використовувати кінетичні коефіцієнти без будь-яких обмежень, що суттєво розширює сферу її застосування для розв'язання конкретних практичних задач. Також важливо, що вона придатна для розв'язання задач у випадках, коли сіткова функція може зазнавати розриву першого або другого роду на границі розподілу фаз.

Основна складність у розв'язанні задач такого класу полягає в тому, що значення функції (для задач теплопровідності – це температура $T_q(x,t)$, а для дифузії – концентрація $C_q(x,t)$) необхідно знаходити в змінній області визначення цієї функції, границі якої та закон їх зміни заздалегідь не визначені.

Проблема полягає в тому, що при русі міжфазної границі в одній із сусідніх фаз зникає, а в іншій з'являється вузол просторової сітки, який раніше належав сусідній фазі. Це призводить до того, що сіткова функція стає невизначеною в цьому вузлі, оскільки не має історії в цій фазі на попередньому часовому шарі. Іншими словами, при русі міжфазної границі, в одній із сусідніх фаз зникає, а в іншій з'являється невизначений вузол просторової сітки, який раніше належав сусідній фазі. Така невизначеність сіткової функції через відсутність історії в цій фазі на попередньому часовому шарі призводить до того, що різницева апроксимація похідних, що включають цей вузол просторової сітки, без додаткових припущень, записана бути не може.

Ряд авторів запропонували способи усунення цієї складності.

Як один із способів усунення невизначеності функції у новоствореному вузлі були запропоновані методи [6, 7], пов'язані зі згладжуванням сіткової функції поблизу рухомої межі. Інтервал згладжування обирався достатньо малим порівняно з характерними розмірами фаз. Метод був запропонований для розв'язання задач про плавлення та кристалізацію. Кінетичні коефіцієнти, що входять до рівнянь, розглядалися як параметри сіткової функції (у даному випадку, коефіцієнт теплопровідності був функцією температури). Таким чином, основна ідея групи подібних методів полягала в тому, що задача Стефана з рухомими межами фаз зводилася до задачі однофазної нестационарної теплопровідності з фіксованими зовнішніми границями. Очевидно, що функція розподілу температури, отримана в результаті розрахунків з використанням цих методів, буде неперервною в усій області визначення, принаймні, зі своєю першою похідною. Основна неточність розрахунків була найбільш помітна поблизу межі розділу фаз, де функція температури повинна зазнавати розрив другого роду.

Для розрахунку задач дифузійного масопереносу ця методика взагалі неприйнятна, оскільки функція концентрації дифузанта в матриці основи зазнає розриву першого роду на межі розділу фаз.

Друга група методів заснована на тому, що часовий або просторовий кроки обиралися таким чином, щоб межа розділу фаз на кожному наступному часовому шарі потрапляла у вузол просторової сітки. Це так звані методи “ловлі границі у вузол сітки”. Прикладами цих методів можуть бути роботи [8, 9]. Ці методи розвивалися за двома напрямками.

У першому випадку фіксувався часовий крок, а просторовий крок змінювався так, щоб межа потрапила на новому часовому шарі у вузол сітки [8].

У другому випадку вводився змінний часовий крок. Він підбирався таким чином, щоб, залежно від кінетики руху межі, вона, так само як і в першому випадку, потрапляла у вузол сітки [9].

Слід зазначити, що наведені вище методи також мають ряд недоліків. По-перше, це складність обчислювального процесу із застосуванням ітераційних процедур, які, у свою чергу, знижують точність розрахунку. По-друге, методика зовсім непридатна для багатофазної системи, оскільки неможливо підібрати такий часовий або просторовий крок, при якому всі рухомі межі багатофазної системи будуть одночасно потрапляти у вузли просторової сітки.

Раніше авторами пропонувався метод, заснований на використанні неявної різницевої схеми, що дозволяє визначити значення функції у новоствореному вузлі просторової сітки без зміни часового кроку. Це метод “допоміжної сітки” [10]. Метод дозволяв розв'язати вище зазначені проблеми і міг бути застосований не тільки до багатофазної дифузійної системи, а також для розв'язання задачі у багатовимірній постановці. Але введення “допоміжної сітки” призводить до значного ускладнення алгоритму розрахунку.

У даній роботі запропоновано метод, який дозволяє значно поліпшити точність розрахунку дифузійних потоків на рухомій межфазній границі,

водночас не ускладнюючи алгоритм.

Новий чисельний метод розрахунку задачі Стефана в багатофазних системах також ґрунтується на неявній різницевій схемі. Цей метод використовує апроксимацію градієнта дифузанта нелінійною функцією безпосередньо біля рухомих міжфазних границь. В цій роботі наведено, що запропонований метод сприяє мінімізації помилки розрахунку градієнта концентрації на рухомих міжфазних границях, на яких сіткова функція має розрив першого роду, що істотно спрощує алгоритм чисельного рішення цієї задачі.

Сутність розробки полягає у мінімізації похибки розрахунку градієнта концентрації поблизу рухомої міжфазної границі шляхом використання нелінійної апроксимуючої функції. Це, в свою чергу, дозволяє оптимізувати схему розрахунку, підвищує її точність та забезпечує можливість застосування такого алгоритму для розв'язання широкого кола задач, пов'язаних з багатофазною, багатовимірною структурою дифузійної області та широким спектром граничних умов на зовнішніх межах дифузійної системи.

З точки зору математичного моделювання, основним процесом є процес об'ємної дифузії елемента насичення в метал основи у всіх шарах інтерметалідних фаз. Як правило, структура і склад шарів інтерметалідних фаз визначають весь комплекс фізико-хімічних властивостей як окремих ділянок покриття, так і всієї дифузійної системи в цілому. Знання концентраційного профілю і закону руху границь розділу фаз дозволяє формувати захисні покриття на металах із заздалегідь заданими властивостями.

Розробка чисельних методів розв'язання такого класу задач не втратила актуальності і в наш час.

Для аналізу розглянемо одновимірну (плоску) задачу для багатофазної дифузійної системи з рухомими границями фаз. Прикладом такої системи може служити процес дифузійного насичення поверхні матриці основи металу елементом насичення, який може утворювати різні інтерметалідні фази.

Дифузія елемента насичення в матрицю основи металу за наявності кількох фаз описується системою диференціальних рівнянь другого порядку в частинних похідних на основі другого закону Фіка:

$$\frac{\partial C_q(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_q(T, C_q) \frac{\partial C_q(x,t)}{\partial x} \right), \quad (1)$$

де $q = 1, 2, \dots, Q$ – номер фази, відлік починається від зовнішньої поверхні $x=0$; x , t – поточна координата та час; $C_q(x, t)$ – концентраційний профіль в q -й фазі; $D_q(T, C_q)$ – коефіцієнт дифузії в q -тій фазі (загалом, він залежить від концентрації дифузанта та температури); T – температура дифузійної зони.

Початковий розподіл концентрації дифузанта в кожній q -тій фазі може бути довільним і заданий функцією:

$$C_q(x, 0) = \varphi_q(x). \quad (2)$$

Граничні умови на зовнішній межі та в кінці дифузійної зони (L – довжина дифузійної зони) запишуться у такому вигляді:

$$C_1(0, t) = \varphi_1(t), \quad (3)$$

$$C_Q(L, t) = \varphi_2(t). \quad (4)$$

Систему рівнянь (1)–(4) необхідно доповнити граничними умовами та

рівнянням балансу маси на всіх внутрішніх рухомих границях:

$$C_q(x, t)|_{x=\Gamma_q(t)-0} = C_q^{q+1}(t), \quad C_{q+1}(x, t)|_{x=\Gamma_q(t)+0} = C_{q+1}^q(t) \quad (5)$$

$$-D_q(T, C_q) \frac{\partial C_q}{\partial x} |_{x=\Gamma_q} = -D_{q+1}(T, C_{q+1}) \frac{\partial C_{q+1}}{\partial x} |_{x=\Gamma_q} + (C_q^{q+1}(t) - C_{q+1}^q(t)) \frac{d\Gamma_q}{dt} \quad (6)$$

де $\Gamma_q(t)$ – границя розмежування q -ої і $(q+1)$ -ої фаз; $C_q^{q+1}(t)$ – концентрація в q -й фазі на границі з $(q+1)$ -ою фазою.

Таким чином, система рівнянь (1) – (6) описує еволюцію структури та складу багатофазної дифузійної системи за наявності Q кількості рухомих міжфазних границь.

Більш детальний опис математичної моделі наведено у роботі авторів [11].

У дифузійній задачі Стефана положення рухомої границі розділу фаз визначається з рівняння балансу мас (6) для елемента дифузії на цій границі Γ_q . Потoki елемента дифузії задаються градієнтами його концентрації і коефіцієнтами дифузії в суміжних фазах. Точність визначення концентрацій поблизу рухомої границі і точність різницевої апроксимації першої похідної, що визначає градієнт, впливають на точність визначення положення Γ_q міжфазної границі.

Традиційна різницева апроксимація рівняння дифузії в регулярних вузлах рівномірної сітки за неявною схемою для одно-, дво- та тривимірних задач проводиться з точністю порядку (h^2, τ) [12], де h -просторовий крок сітки, τ - крок сітки за часом. У разі явного виділення границі розділу фаз [13-17], завжди існує приграничний вузол ip' , відстань від якого δ до рухомої границі менше кроку просторової сітки $\delta < h$ (рис.1). Тому апроксимація рівняння дифузії в цьому вузлі проводиться на нерівномірній сітці, що призводить до зниження точності до порядку (h, τ) .

Отже, чисельне рішення рівняння дифузії в межах однієї фази може давати найбільші помилки значень концентрацій елемента дифузії саме поблизу рухомої границі, що надалі вплине на точність визначення положення координати Γ_q цієї границі.

В більшості робіт, присвячених чисельному моделюванню реакційної дифузії з явним виділенням границі розділу фаз, різницева апроксимація градієнтів у рівнянні балансу (6) на рухомій границі проводиться за двоточною схемою, що включає приграничний вузол і саму міжфазну границю [11,18-19]. Точність такої апроксимації першої похідної виявляється порядку (h, τ) , що узгоджується з точністю різницевої апроксимації рівняння дифузії в приграничному вузлі.

Використання неявної схеми обчислення концентрації дифузійного елемента в межах однієї фази призводить до уникнення будь-яких випадкових помилок у процесі розрахунку і не буде призводити до накопичення помилки у приграничному вузлі.

Відомо, що реальний розподіл концентрацій дифузійного елемента в межах однієї фази є увігнутою неперервною функцією координат. Тому апроксимація першої похідної за двоточною схемою завжди дає трохи завищене значення градієнта (рис. 1) у фазі, що має більшу концентрацію дифузійного елемента і трохи занижує градієнт у фазі з меншою концентрацією дифузійного елемента.

Такі системні помилки обчислення градієнтів призводять до збільшення

швидкості V_{Γ_q} руху границі $V_{\Gamma_q} = \frac{d\Gamma_q}{dt}$; (Γ_q - координата міжфазної границі).

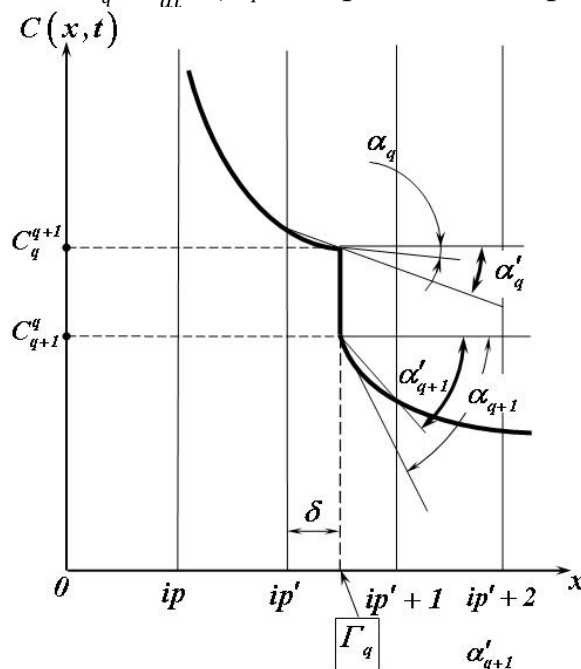


Рис. 1. Відхилення значень градієнтів концентрації при точковій апроксимації від реальних.

На рис.1 наведено принципову схему залежності концентрації дифузійного елемента у фазах в околі рухомої міжфазної границі. Тут α_q , α_{q+1} - це аналітичні значення кутів нахилу дотичних на міжфазній границі в точках $x=\Gamma_{q-0}$ і $x=\Gamma_{q+0}$, відповідно; α'_q , α'_{q+1} - значення кутів нахилу відрізків на межфазной границі, які використовуються у процесі різницевої апроксимації градієнтів.

Зрозуміло, що завжди виконуватимуться нерівності: $\alpha'_q > \alpha_q$ і $\alpha'_{q+1} < \alpha_{q+1}$. Тобто в результаті різницевої апроксимації потік дифузійного елемента до міжфазної границі буде завжди більшим за істинний. З тієї ж причини потік дифузійного елемента від міжфазної границі завжди буде менше істинного, що і призведе до завищення швидкості руху границі розділу фаз.

Зменшити систематичну помилку апроксимації градієнта на міжфазній границі можна двома способами:

- 1) використанням нелінійних апроксимуючих функцій;
- 2) підвищенням точності апроксимації градієнта за рахунок збільшення точок просторової сітки, які використовуються для апроксимації.

Збільшення точок просторової сітки завжди пов'язано зі значним збільшенням навантаження на схему розрахунків і, як наслідок, зростанням часу чисельних розрахунків.

Тому, з початку, розглянемо використання нелінійних апроксимуючих функцій.

Всі існуючі аналітичні розв'язки рівняння дифузії показують, що розподіл концентрації дифузійного елемента описується erf або erfc - функціями, наприклад [2]:

$$C(x, t) = C_0 \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_q t}}\right) = C_0 - C_0 \text{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_q t}}\right), C_q(x, t) = C_q^{q-1} - (C_q^{q-1} - C_q^{q+1}) \frac{\text{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_q t}}\right) - \text{erf}\left(\frac{\beta_{q-1}}{\sqrt{D_q}}\right)}{\text{erf}\left(\frac{\beta_q}{\sqrt{D_q}}\right) - \text{erf}\left(\frac{\beta_{q-1}}{\sqrt{D_q}}\right)}.$$

В загальному випадку у будь-який момент часу такі функції можуть мати вигляд: $y(x)=m-a \operatorname{erf}(\sqrt{b} \cdot x)$. Тут m , a , b - сталі.

Знайдемо похідну від цієї функції в точці $x = \Gamma_q - 0$, тобто з лівої сторони границі Γ_q .

Будемо мати:

$$\left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{\Gamma_q-0} = -a_L \cdot \frac{2\sqrt{b_L}}{\sqrt{\pi}} \cdot \exp(-b_L x^2). \quad (7)$$

В рівнянні індекс L означає: on left, - «з лівої сторони границі Γ_q ».

Враховуючи формулу кінцевих приростів Лагранжа і, знаючи значення концентрації c_q^{q+1} дифузійного елемента на рухомій границі Γ_q та в найближчих приграничних вузлах сітки ip та ip' , запишемо двоточкову різницеву апроксимацію градієнтів на відрізках $(ip' - \Gamma_q)$ та $(ip - ip')$ для визначення невідомих констант a_L та b_L :

$$\frac{c_q^{q+1} - c_{ip'}}{\Gamma_q - x_{ip'}} = a_L \cdot \frac{2\sqrt{b_L}}{\sqrt{\pi}} \cdot \exp(-b_L x_1^2), \quad \frac{c_{ip'} - c_{ip}}{x_{ip'} - x_{ip}} = a_L \cdot \frac{2\sqrt{b_L}}{\sqrt{\pi}} \cdot \exp(-b_L x_2^2). \quad (8)$$

Тут x_1 і x_2 - деякі точки, що знаходяться всередині відрізків $\Gamma_q - x_{ip'}$ і $x_{ip'} - x_{ip}$, відповідно. Якщо врахувати, що функція розподілу концентрацій у межах однієї фази є монотонною гладкою функцією, то можна отримати систему двох рівнянь:

$$\frac{c_q^{q+1} - c_{ip'}}{\Gamma_q - x_{ip'}} = a_L \cdot \frac{2\sqrt{b_L}}{\sqrt{\pi}} \cdot \exp(-b_L (\frac{\Gamma_q + x_{ip'}}{2})^2), \quad \frac{c_{ip'} - c_{ip}}{x_{ip'} - x_{ip}} = a_L \cdot \frac{2\sqrt{b_L}}{\sqrt{\pi}} \cdot \exp(-b_L (\frac{x_{ip'} + x_{ip}}{2})^2).$$

Розв'язуючи отриману систему рівнянь щодо a_L і b_L , одержимо вирази:

$$b_L = \frac{4 \cdot \ln \left(\frac{(c_q^{q+1} - c_{ip'}) \cdot (x_{ip'} - x_{ip})}{(c_{ip'} - c_{ip}) \cdot (\Gamma_q - x_{ip'})} \right)}{(x_{ip'} + x_{ip})^2 - (\Gamma_q + x_{ip'})^2}, \quad a_L = -\frac{c_q^{q+1} - c_{ip'}}{\Gamma_q - x_{ip'}} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{b_L}} \cdot \exp \left(b_L \left(\frac{\Gamma_q + x_{ip'}}{2} \right)^2 \right) \quad (9)$$

Тепер, скористаємося виразом (7), з урахуванням (9), і вважаючи $x = \Gamma_q$, розрахуємо першу похідну на границі розділу фаз Γ_q .

Після нескладних перетворень отримаємо:

$$\left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{\Gamma_q-0} = \frac{c_q^{q+1} - c_{ip'}}{\Gamma_q - x_{ip'}} \cdot \exp \left(b_L \left(\left(\frac{\Gamma_q + x_{ip'}}{2} \right)^2 - \Gamma_q^2 \right) \right) \quad (10)$$

Вираз (10) являє собою значення лінійної апроксимації першої похідної зліва від міжфазної границі, помножене на експоненціальний множник, показник якого завжди від'ємний.

Таким чином, завищення значення першої похідної при її лінійній апроксимації буде компенсоване множенням на експоненціальний множник, значення якого завжди менше одиниці і завищення першої похідної буде зменшуватися, наближаючись до істинного.

Зробивши аналогічні розрахунки для другої фази, знайдемо похідну від функції $y(x)=m_R-a_R \operatorname{erf}(\sqrt{b_R} \cdot x)$ в точці $x=\Gamma_q+0$, тобто з правої сторони границі Γ_q . Тут індекс R , як і раніше, означає: on right - «з правої сторони границі Γ_q »

Остаточно, отримаємо аналогічний вираз:

$$\left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{\Gamma_q+0} = \frac{c_q^{q+1} - c_{ip'+1}}{\Gamma_q - x_{ip'+1}} \cdot \exp \left(b_R \left(\left(\frac{\Gamma_q + x_{ip'+1}}{2} \right)^2 - \Gamma_q^2 \right) \right) \quad (11)$$

Вираз (11) є значенням лінійної апроксимації першої похідної праворуч від міжфазної границі, помножене на експоненціальний множник, показник якого завжди додатний.

Оскільки в цьому випадку $\Gamma_q < x_{ip'+1}$, то експоненціальний множник буде більше за одиницю і занижене значення першої похідної збільшуватиметься, наближаючись до істинного.

Порівняння запропонованого алгоритму з існуючими чисельними методами проводилося на класичній модельній задачі реакційної дифузії в твердому тілі, що є задачею Стефана в багатофазних системах, з використанням граничних і початкових умов, які допускають її аналітичне рішення.

В такій постановці, згідно аналітичному [1] рішенню задачі (1) - (6) можна отримати параметр β , який визначає положення рухомої границі $\Gamma = 2\beta\sqrt{t}$.

Використовуючи такі ж самі дані, як для аналітичного рішення, було проведено чисельне моделювання. Зрозуміло, що найяскравішим індикатором точності розрахунків є динаміка руху міжфазної границі.

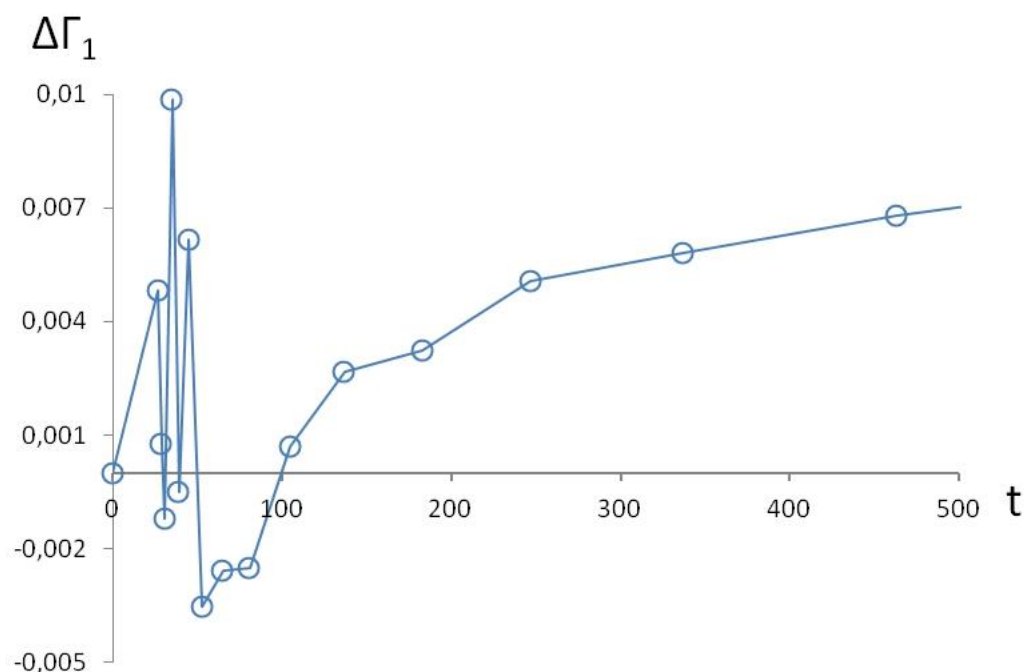


Рис.2. Зміна абсолютної похибки розрахунків від часу.

Результати чисельних розрахунків Γ_1 координати міжфазної границі показали, що вони дуже мало відрізняються від аналітичного рішення Γ_A , при цьому відносна похибка не перевищує $\varepsilon_{\max} = 0,14\%$ порівняно з аналітикою. На будь-якому графіку вони майже не будуть розрізнятися.

Тому для аналізу зміни похибки при розрахунках на рис.2 наведені графіки залежності від часу різниці розрахункового та аналітичного значень координати границі розділу фаз ($\Delta\Gamma_1 = \Gamma_1 - \Gamma_A$).

Величина абсолютної похибки незначна. Наприклад, для часу $t = 463$ кроків вона складає $\Delta\Gamma_1 = 0,006789$ (рис.2). Відносна похибка взагалі не перевищує $0,026\%$.

У початковий момент абсолютна похибка $\Delta\Gamma_1$ декілька разів змінює знак

(рис. 2), на відміну від поведінки похибки $\Delta\Gamma$ при використанні у розрахунках звичайних двоточкових схем визначення градієнтів [1]. Це свідчить про те, що схема проявляє умови абсолютно стійкої схеми і точність розрахунку градієнтів запропонованим способом має такий самий порядок точності, що і розрахунки поля концентрацій, а саме (h^2, τ) .

Усунення системної помилки, яка накопичується спочатку розрахунку при суттєвих значеннях градієнтів, значно підвищує точність рішення задачі Стефана. Ми бачимо, що відносна похибка в момент часу, який відповідає 2387 кроку, складає лише 0,013%. Тобто, мінімізація системної помилки з часом, що виникає при рішенні задачі Стефана чисельними методами з явним виділенням границі фаз, підвищує точність розрахунку в $n = \frac{\varepsilon_{max}}{\varepsilon} = 10,6$ рази.

Висновки

1. Внаслідок того, що реальний розподіл концентрації елемента насичення в усіх шарах фаз дифузійного покриття є функцією, подібною erf-функції від координат, то при обчисленні градієнтів концентрації на рухомих границях розділу фаз, при стандартній різнищевій апроксимації, на кожному кроці за часом виникає помилка. Ця помилка носить системний характер і є неминучою під час рішення задачі Стефана чисельними методами з явним виділенням границі фаз. Ця системна помилка обчислення градієнтів призводить до збільшення швидкості руху границі.

2. Розроблений спосіб мінімізації помилки апроксимації градієнта з використанням нелінійної апроксимуючої erf-функції дозволяє збільшити точність апроксимації градієнта до порядку (h^2, τ) .

3. Мінімізація системної помилки значно підвищує точність рішення задачі Стефана. Як показали розрахунки, відносна похибка в 10,6 рази менша ніж при розрахунку, який проведено без мінімізації помилки апроксимації градієнта.

Список літератури:

1. Рубинштейн Л.И. Проблема Стефана. – Рига: Эвайгене, 1967. 457с.
2. Райченко А.И. Математическая теория диффузии в приложениях.- Киев: Наукова думка, 1981. 396с.
3. Самарский А.А. Теория разностных схем. - 3-е изд. испр. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 616с. ISBN5-02-014576-9.
<https://libarch.nmu.org.ua/handle/GenofondUA/81565>
4. J.Crank. Two methods for the numerical solution of moving boundary problems in diffusion and heat flow/ - Journal Mech. Appl. Math., #10. 1957, p.220-231.
5. L.W. Erlich. A numerical method of solving a heat flow problem with moving boundary.- Journal Assn. Comp. Math., 1958, p.161 – 176.
6. Будак Б.М., Соловьева Е.Н., Успенский А.Б. Разностный метод со сглаживанием коэффициентов для решения задач Стефана. - Журнал вычислительной математики и математической физики, т.5, №5, 1965, с. 828 – 840.
[https://doi.org/10.1016/0041-5553\(65\)90005-4](https://doi.org/10.1016/0041-5553(65)90005-4)
7. Самарский А.А., Моисеенко Б.Д. Экономичная схема сквозного расчета для

- многомерной задачи Стефана. - Журнал вычислительной математики и математической физики, т.5, №5, 1965, с. 816 – 827.
[https://doi.org/10.1016/0041-5553\(65\)90004-2](https://doi.org/10.1016/0041-5553(65)90004-2)
8. I.Y. Baladi. D.L. Ayers, R.I. Schoenhals. Transient heat and Mass transfer in Soils. - International Journal of Heat and Mass Transfer, v.24, No 7, 1981, p.449 – 456.
[https://doi.org/10.1016/0017-9310\(81\)90053-3](https://doi.org/10.1016/0017-9310(81)90053-3)
 9. R.S. Gupta, D. Kumar. Variable time step methods for one-dimensional Stefan problem with mixed boundary condition. - International Journal of Heat and Mass Transfer, v.24, No2, 1981, p.251–259. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(81\)90033-8](https://doi.org/10.1016/0017-9310(81)90033-8)
 10. Kulikov S.I., Nesterenko A.I., Nesterenko N.G. “The solution of the two-dimensional Stefan problem in a multiply connected domain”, Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz., 33:3 (1993), p. 404–416. <http://mi.mathnet.ru/eng/zvmmf/v33/i3/p404>
 11. Нестеренко М.Г., Нестеренко О.І., Сахно О.І. Спрощення методів чисельного моделювання задачі Стефана з явним виділенням границь розділу фаз. Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління», 2022, т. 52. С. 71-81. <https://doi.org/10.26565/2304-6201-2022-52-08>
 12. Тихонов А.Н., Самарський А.А. Уравнения математической физики. М.: Издательство Московского университета, Серия: Классический университетский учебник, 2013, 798с. <https://bigenc.ru/b/uravneniia-matematicheskoi-f-ef3900>
 13. Чеблакова Е. А. Моделирование конвекции в областях со свободными границами. Вычислительные технологии. 2000. Том 5, № 6. С. 87-98.
<http://www.ict.nsc.ru/jct/getfile.php?id=250>
 14. Pandelaers I., Verhaeghe F., Wollands P., Blanpain B. An implicit conservative scheme for coupled heat and mass transfer problem with multiple moving interfaces. Int. J. of Heat and Mass Transfer. 2011. Vol. 54. No. 5-6. P 1039-1045.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.11.033>
 15. Mazhorova, O.S., Popov, Y.P. & Shcheritsa, O.V. Conservative scheme for the thermodiffusion Stefan problem. Diff Equat 49, 869–882 (2013).
<https://doi.org/10.1134/S0012266113070094>.
 16. Illingworth T.C., Golosnoy I.O. Numerical solutions of diffusion-controlled moving boundary problems which conserve solute. Journal of Computational Physics. 2005. Vol. 209, No 1, P. 207-225. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2005.02.031>
 17. Gusev A.O., Shcheritsa O.V., Mazhorova O.S. Two equivalent finite volume schemes for Stefan problem on boundary fitted-grids front tracking and front fixing techniques. Differential equations. 2021. Vol. 57. No. 7. P. 876-890. DOI: 10.1134/s0012266121070053
 18. Красношлик Н.О., Богатирьев О.О. Чисельне дослідження дифузійної конкуренції фаз на основі квазідвовимірної моделі. Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. 2012. № 62 (968). С. 113 – 120.
http://library.kpi.kharkov.ua/files/Vestniki/2012_62.pdf

19. Javierre. E., Vuik. C.F., Vermolen J., S. van der Zwaag. A comparison of numerical models for one- dimensional Stefan problems. Journal of Computational and Applied Mathematics. 2006. Vol. 192, No 2 P. 445-459. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2005.04.062>

The authors of the XVII International Scientific and Practical Conference «Trends in the development of science in the digital transformations» were representatives of the following educational institutions:

Polissya National University; Kyiv National University of Civil Engineering and Architecture; Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture; Lviv Polytechnic National University; Georgian National Defense Academy; Baku State University; Baku Institute of Radiation Problems; Florida Institute of Technology; Kyiv Polytechnic Institute named after Igor Sikorsky; Oles Honchar Dnipro National University; David Aghmashenebeli National Defence Academy of Georgia; Caucasus International University; Lviv Polytechnic National University; V. N. Karazin Kharkiv National University; Kharkiv National University; Institute of Industrial Economics of the National Academy of Sciences of Ukraine; Center for Evaluation of the Activities of Scientific Institutions and Scientific Support for the Development of Regions of Ukraine of the National Academy of Sciences of Ukraine; Technological and Economic Vocational College of Mykolaiv NAU; Uzhgorod Trade and Economic Institute of the State Trade and Economic University; Azerbaijan State Oil and Industry University; National Technical University "Dnipro Polytechnic"; Lviv State University of Internal Affairs; Mykola Gogol Nizhyn State University; Adilet College; Kazakh National Medical University named after S. D. Asfendiyarov; Astana Medical University; Semey Medical University; Karaganda Medical University; Nizhyn State University named after Mykola Gogol; Danylo Halytsky Lviv National Medical University; Donetsk National Medical University; Kharkiv National Medical University; Kharkiv National Pedagogical University named after G.S. Skovoroda; Mykhailo Dragomanov Ukrainian State University; M.O. Auezov Institute of Literature and Art; Bila Tserkva National Agrarian University; Ukrainian State Chemical and Technological University; Dnipro State Agrarian and Economic University; Kyiv National University of Technologies and Design; National University of Civil Defense of Ukraine; M.E. Zhukovsky National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute"; National University "Odesa Polytechnic" and others.

Trends in the development of science in the digital transformations

Scientific publications

Proceedings of the XVII International Scientific and Practical Conference
«Trends in the development of science in the digital transformations»,
Milan, Italy. 228 p.
(April 29 – May 02, 2025)

UDC 01.1

ISBN – 979-8-89692-716-7

DOI – 10.46299/ISG.2025.1.17

Text Copyright © 2025 by the International Science Group (isg-konf.com).

Illustrations © 2025 by the International Science Group.

Cover design: International Science Group (isg-konf.com)©

Cover art: International Science Group (isg-konf.com)©

All rights reserved. Printed in the United States of America.

No part of this publication may be reproduced, distributed, or transmitted, in any form or by any means, or stored in a data base or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

The content and reliability of the articles are the responsibility of the authors. When using and borrowing materials reference to the publication is required. Collection of scientific articles published is the scientific and practical publication, which contains scientific articles of students, graduate students, Candidates and Doctors of Sciences, research workers and practitioners from Europe, Ukraine and from neighboring countries and beyond. The articles contain the study, reflecting the processes and changes in the structure of modern science. The collection of scientific articles is for students, postgraduate students, doctoral candidates, teachers, researchers, practitioners and people interested in the trends of modern science development.

The recommended citation for this publication is: Mchedlishvili Z., Zukakishvili R., Gratiashvili G., Sanadze G. Analysis of aerodynamic features of an ornithopter wing. Proceedings of the XVII International Scientific and Practical Conference. Milan, Italy. 2025. Pp. 38-43

URL: <https://isg-konf.com/trends-in-the-development-of-science-in-the-digital-transformations/>