ЗАДАЧА ПРО ВДАВЛЮВАННЯ ШТАМПА З ЧАСТКОВИМ ПРОКОВЗУВАННЯМ В КРИВОЛІНІЙНУ АНІЗОТРОПНУ ПЛАСТИНУ

Т.С.Кагадій[1],І.В. Щербина[2], А.Г.Шпорта[1]

[1]НТУ «Дніпровська політехніка».
[2]Дніпровський аграрно-економічний університет

Моделювання контактної взаємодії пласких штампів та анізотропних пластин з урахуванням зон ковзання та зчеплення наближає до реальних задач, що виникають на практиці при дослідженні взаємодії деталей конструкцій. Порівняння результатів, отриманих різними методами (чисельними, аналітичними, чисельно-аналітичними) дозволяє оцінити межі застосування тої чи іншої моделі, дає змогу підвищити якість та надійності виробів з анізотропних матеріалів. Розуміння впливу анізотропії на механічні властивості матеріалів відкриває перспективи для більш оптимального підбору матеріалів та конструкцій, а врахування часткового ковзання, відшарування та інших процесів забезпечує надійність контактуючих механізмів.

Метою цієї роботи є аналіз напружено-деформованого стану скінченної пружної анізотропної пластини, що має форму зрізаного криволінійного сектора, під впливом жорсткого штампа. Особлива увага приділяється вивченню зон ковзання та зчеплення, що виникають у процесі деформації. Аналіз цих зон дозволяє краще зрозуміти механізм деформації та руйнування матеріалів, що є критично важливим для прогнозування їхньої поведінки в умовах експлуатації.

Пружна пластина закріплена за кромками. На границю меншого радіуса на обмеженій ділянці діє жорсткий штамп, навантажений нормальним зусиллям (штамп переміщується поступально). Інша межа, більшого радіуса, залишається вільною. Припускається, що в області контакту штампа з пластиною існують дві ділянки ковзання, що примикають до кінцевих точок області контакту, та ділянка зчеплення, розташована між ними. У зонах ковзання зсувні зусилля направлені у протилежні боки. Межові точки ділянки зчеплення, що заздалегідь не відомі та повинні бути визначені у ході розв’язання задачі, розташовані симетрично відносно осі. Напруження в цих точках повинні бути обмежені та неперервні. Пластина працює в умовах узагальненого плоского напруженого стану. Матеріал її є ортотропним, головні напрямки анізотропії співпадають з полярними координатами. Потрібно визначити закони розподілу напружень під штампом і розмір ділянки зчеплення.

Для математичного опису поставленої задачі використовуються фундаментальні рівняння рівноваги та співвідношення Коші. Ці рівняння встановлюють зв'язок між напруженнями, деформаціями та переміщеннями в матеріалі пластини.

Розв'язання складної крайової задачі проводиться методом збурень. Цей метод передбачає введення малого параметра, який визначається як відношення фізичних характеристик матеріалу. За допомогою цього параметра вдається розкласти вихідні рівняння на простіші складові, що полегшує їх аналіз.

Розв'язок шукається у вигляді суперпозиції результатів двох типів. Кожен з цих типів напружено-деформованого стану містить основну та допоміжну функції. Невідомі функції визначаються за допомогою розкладання в ряди за малим параметром.

На кожному етапі наближення основні функції знаходяться з рівнянь Лапласа, а допоміжні – за допомогою інтегрування. Такий підхід дозволяє отримати аналітичний розв'язок задачі з необхідною точністю.

Особлива увага приділяється аналізу крайових умов, що виникають на межах пластини та в зоні контакту зі штампом. Цей аналіз показує, що крайові умови

практично завжди можуть бути сформульовані для основних функцій, що спрощує процес розв'язання.

У результаті дослідження отримано розподіл напружень під штампом та визначено розмір зони контакту. Ці результати дозволяють оцінити вплив анізотропних властивостей матеріалу на механічний стан пластини. Зокрема, зміна кута зрізу або розподілу матеріальних характеристик може призвести до значних варіацій у напруженнях. Це особливо важливо для практичного застосування, де точність прогнозу напружено-деформованого стану є критично важливою для забезпечення надійності конструкцій. Отримані результати можуть бути використані для оптимізації процесів формування деталей з анізотропних матеріалів, а також для розроблення нових матеріалів, що поєднують потрібні механічні властивості.

Література

1. Кагадій Т.С. Шпорта А.Г., Білова О.В., Щербина І.В. Математичне моделювання в задачах геометрично нелінійної теорії пружності. *Прикладні питання математичного моделювання.* 2021. Т. 4, №1. С. 103–110. https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.11
2. Кагадій Т.С., Щербина І.В. Застосування аналітичних підходів до розв’язання задач теорії пружності з урахуванням криволінійної анізотропії матеріалу. *Current aspects of the development of physical and mathematical sciences in the era of digitalization: scientific monograph*. – Riga, Latvia: Baltija Publishing, 2022. С. 56-111.

ВПЛИВ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ НА КОНТАКТНУ ЗОНУ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ В П’ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИХ МАТЕРІАЛАХ

О.Д. Онопрієнко, В.Б. Говоруха

Дніпровський державний аграрно-економічний університет

Розглянуто задачу про міжфазну тріщину між двома різнорідними п’єзоелектричними тілами при зовнішньому електромеханічному навантаженні. Тріщина вважається електропровідною, тобто на її берегах підтримується однаковий електричний потенціал. Відомо, що для двох різнорідних матеріалів класична модель тріщини дає осциляційну особливість полів біля її вершин. Така особливість не лише ускладнює аналіз, але й призводить до нереальних фізичних наслідків (взаємне проникнення берегів тріщини). Тому актуальною є побудова моделей, які усувають цей недолік та коректно описують поведінку тріщини в п’єзоелектричних біматеріалах.

Для усунення осциляційної особливості застосовано контактну модель, в якій біля вершин тріщини припускається гладкий (без тертя) контакт її берегів. У зоні контакту також враховується електричне поле. Такий підхід дозволяє успішно усунути осцилюючу особливість напружень і електричного поля в околі вершин тріщини.

В рамках цієї моделі розв’язок задачі зводиться до системи сингулярних рівнянь або еквівалентної крайової задачі Діріхле-Рімана, для якої знайдено точний аналітичний розв’язок. На границі поділу «відкрита тріщина – зона контакту» виконуються умови плавного змикання берегів тріщини. Ці умови дозволяють визначити невідому довжину контактної зони.