С. С. ТИЩЕНКО В. В. КАРАСЬ

ГЕОМЕТРИЧНІ ОСНОВИ ПРОЕКТУВАННЯ ПОВЕРХОНЬ ПОЛИЧНИХ РОБОЧИХ ОРГАНІВ

Монографія

Дніпро ТОВ «Домінанта-Прінт» 2019 УДК 621.868.232(02.064) T47

Рецензенти:

Ю. О. Чурсінов – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри технології зберігання і переробки сільськогосподарської продукції Дніпровського державного аграрно-економічного університету;

І. В. Клименко – доктор технічних наук, професор кафедри вищої математики Дніпровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В.Лазаряна.

Друкується за рішенням ученої ради Дніпровського державного аграрно-економічного університету (протокол № 4 від 20.12.18р.).

Тищенко, С. С.

Геометричні основи проектування поличних T47 робочих органів: монографія / С. С. Тищенко, В. В. Карась. – Дніпро: ТОВ «Домінанта-Прінт», 2019. – 356 c.

Розглянуто геометричні методи проектування поверхонь поличних робочих органів. Наведено геометричні основи проектування як розгортних, так і нерозгортних поверхонь. Монографія включає велику кількість різноманітних за складністю методів проектування робочих поверхонь поличних плугів різних типів та призначення. Згадуються методи класичні, що ввійшли до підручників, а також маловідомі методи.

Монографія має буде корисною широкому загалу науковців, зокрема а також фахівцям, які працюють у докторантам, аспірантам, студентам, галузі проектування поличних робочих органів, поличних плугів загального та спеціального призначення, полиць бульдозерів, ковшів скреперів та інших машин, які працюють з ґрунтом.

ISBN 978-617-7371-46-4

2

ВСТУП

Поличний плуг незважаючи на свою простоту, має дуже складний робочий орган – полицю. Спочатку це був гострий кінець кореня дерева. Потім на його місце приладнали металеву пластину. Пластина виконувала роль лемеша, підрізаючи скибу ґрунту. Скиба ґрунту при цьому відкидалася дерев'яною пластиною, яка була полицею. Такий плуг був дерев'яний, мав назву «сабан» і був розповсюджений на території України. Із розвитком промисловості плуги почали повністю виготовляти із заліза. Форма полиці при цьому шукалась емпіричним шляхом, а майстерні, які виготовляли плуги, зберігали найкращу форму полиці у вигляді шаблонів.

Плуг – це перше сільськогосподарське знаряддя, яке виготовлялося із заліза та промисловим способом. Провідні світові фірми з виробництва сільськогосподарської техніка, наприклад, «Джон Дір», «Кейс», беруть початок з майстерень, які виготовляли плуги і зараз носять назву призвіщ їх засновників.

Із розвитком промисловості постало за потрібне виготовляти креслення плугів і особливо головного робочого органа – полиці. Перехід від шаблонів поверхні до її креслення вимагав розробки геометричної моделі поверхні. Питання стояло так гостро, що навіть відомий політик, а потім і президент США Томас Джефферсон (1801 – 1809) займався розробкою геометричної моделі поверхні. Він запропонував модель гіперболічного параболоїда. Цей крок був настільки важливий, що всі полиці плугів США сьогодні мають поверхню, близьку до поверхні гіперболічного параболоїда. В Європі такі поверхні називають «Американські». У свою чергу італійські абати Лямбручіні та Рідольфі запропонували як модель полиці поверхню гелікоїда. Виходячи з цього, перші геометричні моделі поверхонь полиць були суто графічні.

Полиця плуга з точки зору геометрії є дуже складним об'єктом. Чимало методів проектування полиць плугів було розроблено на основі графічних

побудов. Потім до графічних побудов стали додавати аналітичні елементи і методи проектування вже були графо-аналітичними. Спочатку це були суто геометричні методи, коли параметри поверхні, такі як напрямна крива, бралися з уже існуючих полиць плугів. Такі методи були орієнтовані в першу чергу не на проектування нових полиць, а на те, щоб створити геометричні моделі і креслення вже існуючих.

Наступним кроком у розробці методів проектування полиць почали застосовувати елементи геометрії, наприклад, розташування нормалей до поверхні, та деякі механічні властивості ґрунту, скажімо, коефіцієнт тертя. Це введення призвело до того, що методи проектування ускладнилися.

Подальший розвиток методів проектування потребував застосування диференціальної геометрії та сферичної геометрії, що зробило ці методи складними для інженерів, які не мають відповідної математичної підготовки.

Розвиток обчислювальної техніки привів до того, що програми для ЕОМ були розроблені на тих самих графічних методах, до того ж «вилізли» такі проблеми, як ділення на нуль та визначення похідної, коли дотична вертикальна. Взагалі під час проектування поверхонь на ЕОМ склалася ситуація, коли фірма-виробник плугів, розробивши «вдалу» полицю секретила метод, оскільки він був власністю фірми.

теорії поверхонь Подальшим розвитком поличних знарядь було застосування методів обчислювальної геометрії, які дозволяють проектувати «гладкі», з точки зору геометрії, поверхні. Але для того, щоб розробити нові методи, потрібно володіти існуючими методами проектування поверхонь робочих органів. Саме тому праця призначена існуючим ЦЯ графоаналітичним методам проектування поверхонь.

3MICT

ВСТУП	3
1. АГРОТЕХНОЛОГІЧНІ ВИМОГИ ДО ОРАНКИ ТА ЗНАРЯДДЯ	
ДЛЯ ЇЇ ВИКОНАННЯ	10
1.1. Агротехнологічні вимоги до оранки	10
	1.1
1.2. Знаряддя для виконання оранки	11
2. ТЕХНОЛОГТЧНІ СХЕМИ ОБОРТАННЯ СКИБИ ГРУНТУ	
ПІД ЧАС ОРАНКИ	16
2.1. Повне обортання скиби прямокутного перерізу	16
2.2. Обертання скиби на 130 – 150° з утворенням гребенистої поверхн	i17
2.3. Обертання скиби паралелограмного перерізу	21
2.4. Обертання скиби полицею за наявності передплужника	.26
2.5. Обертання скиби плужним корпусом з кутознімом	.33
3. ПОБУДОВА ПОЛИЦЬ З ЦИЛІНДРИЧНОЮ ПОВЕРХНЕЮ	38
3.1. Геометрична модель циліндричної поверхні	38
3.2. Агротехнічні вимоги та загальні зауваження до проектування	
поверхні	43
3.3. Побудова лобового контуру полиці	44
3.4. Побудова напрямної кривої циліндричної полиці	50
3.5. Побудова каркаса поверхні циліндричної полиці	61
4. ПОБУДОВА ПЛУЖНИХ ПОЛИЦЬ З ЦИЛІНДРОЇДАЛЬНОЮ	
ПОВЕРХНЕЮ	66
4.1. Геометрична модель циліндроїдальної поверхні	66
4.2. Агротехнічні вимоги та загальні зауваження до проектування	
поверхні на основі циліндроїда	71
4.3. Проектування циліндроїдальних полиць по напрямній кривій та за	ι
законом руху твірної	74
4.3.1. Побудова напрямної кривої	74

4.3.2. Визначення закону руху твірної76
4.3.3. Побудова каркаса поверхонь культурних та напівгвинтових
полиць
4.4. Проектування циліндроїдальної поверхні поличних органів
по двох напрямних кривих90
4.4.1 Проектування напрямних кривих90
4.4.2. Проектування каркасу поверхні
4.4.3. Побудова розгортки поверхні92
4.5. Досвід проектування циліндроїдальних полиць
5. ПОБУДОВА ПОЛИЦЬ З НЕЛІНІЙЧАСТОЮ ПОВЕРХНЕЮ102
5.1. Загальні зауваження до проектування поверхні102
5.2. Побудова каркаса поверхні полиці переміщенням параболи104
5.3. Побудова поверхні гвинтової полиці114
5.3.1. Побудова вертикальної (поздовжньо-поперечної) проекції114
5.3.2. Побудова горизонтальної проекції полиці119
5.3.3. Побудова ортогональних перерізів122
5.3.4. Побудова розгортки128
5.3.5. Побудова гвинтової полиці з коноїдальної поверхні128
5.4. Формування поверхні полиці з нелінійчастої поверхні
6. ПОБУДОВА ПЛУЖНИХ ПОЛИЦЬ ЗА ТЕХНОЛОГІЧНИМИ
ОСНОВАМИ
6.1. Графічний метод визначення розташування області
максимального загущення елементарних сил133
6.2. Побудова поверхні полиці на основі загущення елементарних сил.137
6.2.1. Побудова траекторій руху частинок ґрунту137
6.2.2. Застосування методу для побудови області найбільшого
загущення елементарних сил 140
6.2.3. Побудова поверхні на основі області загущення елементарних
сил

7. ПОБУДОВА СКЛАДЕНИХ РОЗГОРТНИХ ПОВЕРХОНЬ ПОЛИЦЬ
КОРПУСІВ ПЛУГІВ ДЛЯ ШВИДКІСНОЇ ОРАНКИ148
7.1. Теоретична передмова та геометричні основи148
7.2. Побудова складової поверхні полиці164
7.2.1. Обґрунтування напрямної кривої166
7.2.2. Визначення кутів установки лемеша до дна та стінки борозни.167
7.2.3. Визначення початкових кутів установки грудини та крила
полиці
7.2.4. Аналітична модель поверхні176
7.2.5. Побудова шаблонів поверхні полиці180
8. ЗАСТОСУВАННЯ ТОРСОВИХ ПОВЕРХОНЬ ДЛЯ
ПРОЕКТУВАННЯ ПОЛИЦЬ ПЛУГІВ
8.1. Загальна модель торсових поверхонь
8.1.1. Утворення торсової поверхні площиною186
8.1.2. Загальні способи утворення торсових поверхонь полиць188
8.2. Алгоритмізація формування торсових поверхонь на основі
диференціально-параметричних властивостей192
8.2.1. Формування торсової поверхні з множини прямих ліній193
8.2.2. Торсова поверхня, інцидентна двом кривим
8.2.3. Торсова поверхня, інцидентна заданій смузі
8.2.4. Торсові поверхні, задані спеціальними лініями
8.2.5. Оснащення напрямної кривої твірними торсової поверхні207
8.2.6. Побудова торсових поверхонь полиць диференціально-
параметричним методом
8.3. Проектування гвинтової полиці з торсової поверхні
8.3.1. Геометрична модель торсової поверхні гвинтової полиці215
8.3.2. Побудова напрямної кривої
8.3.3. Визначення функції кута нахилу твірної до стінки борозни224
8.3.4. Побудова каркаса поверхні
8.3.5. Побудова розгортки поверхні

8.3.6. Досвід проектування гвинтових полиць з торсовими
поверхнями
8.4. Формування полиць із конічної поверхні
9. СПЕЦІАЛЬНІ МЕТОДИ ПРОЕКТУВАННЯ ТОРСОВИХ ПОЛИЦЬ236
9.1. Побудова торсової полиці по заданому руху скиби
9.1.1. Обгрунтування вихідних даних
9.1.2. Розрахунок поверхні полиці
9.1.3. Методика проектування поверхні
9.2. Проектування торсової поверхні полиці за розрахунковими
даними253
9.2.1. Обґрунтування вихідних даних
9.2.2. Побудова проекцій, шаблонів та розгортки поверхні259
9.2.3. Послідовність побудови поверхні
9.3. Проектування полиці корпусу плуга вигинанням розгортки276
10. ПРОЕКТУВАННЯ ТОРСОВИХ ПОЛИЧНИХ ПОВЕРХОНЬ ЗА
СФЕРИЧНОГО ВІДОБРАЖЕННЯ
10.1. Загальні зауваження до методу
10.1.1. Крива сферичного відображення та напрямнок твірних
поверхні
10.1.2. Визначення залежності сферичного відображення за
геометричних умов
10.2. Напрямна крива
10.3. Порядок побудови поверхні
10.4. Побудова розгортки поверхні полиці
10.4.1. Побудова напрямної кривої у розгортці
10.4.2. Визначення кутів між твірними на розгортці
10.4.3. Визначення довжин твірних на розгортці
10.4.4. Побудова розгортки полиці

1. АГРОТЕХНОЛОГІЧНІ ВИМОГИ ДО ОРАНКИ ТА ЗНАРЯДДЯ ДЛЯ ЇЇ ВИКОНАННЯ

У цьому розділі наведено найголовніші відомості про основний обробіток ґрунту та знаряддя, якими вин виконується і до яких у першу чергу відносяться плуги загального призначення, що мають полицеві робочі органи.

1.1. Агротехнологічні вимоги до оранки

Основним обробітком ґрунту, до якого належить оранка, є поліпшення родючості ґрунту, в шарі якого розташована коренева система культурних рослин. За основного обробітку ґрунту підвищується його родючість за рахунок того, що йому надається міцна грудкова структура, розмір грудочок якої дорівнює від 1 до 10 мм. Такий склад структури дозволяє, по-перше, збалансувати водний режим, коли вода вільно проходить між грудочками до найнижчих шарів; одночасно така структура сприяє підйому води по капілярах. Органічні речовини y вигляді рослинних решток, перегною та бактерій є нормальним станом для живлення рослин, але такий корм не може бути засвоєний. Щоб рослинні рештки та інші речовини були засвоєні рослинами потрібно щоб вони перегнили в анаеробних умовах, тобто без доступу повітря, коли будуть присипані ґрунтом на глибині не менш 20 см. Таким чином, у друге оранка сприяє утворенню та накопичуванню речовин для живлення рослин за рахунок анаеробного розкладу рослинних решток. З огляду на викладене до оранки встановлюються такі вимоги:

- розпушення ґрунту для придання йому певної структури на грудки розміром не більше 10 мм;

- обертання оранкового шару ґрунту з метою загортання рослинних решток та насіння бур'янів, що знаходяться на поверхні поля, на таку

глибину, яка унеможливлює їх розвиток, і за заступних обробках ґрунту вони не витягалися на поверхню поля.

Оранка, як технологічна операція, незалежно від типу знаряддя, призначена, щоб верхній шар ґрунту, який включає стерню, бур'яни, масу вищих (комах) і нижчих тварин, які заглиблюються і потрапляють В умови, де розклад органічних речовин відбувається за відсутністю кисню, який поглинається у шарах. Ця обставина веде до того, що бактерії без розкладу (анаеробного), виділяючи перегнійну кислоту, кисневого накопичують її. За наявності деякої кількості в шарі перегною подальший розклад органічних величин призупиняється; іншими словами, у безкісневих умовах органічні речовини не розкладаються до повної мінералізації, а приблизно до половини початкової своєї кількості. Таким чином, накопичуваний у нижньому шарі перегній відновлює зруйнований за наявності кисню перегній у верхньому шарі [18].

Підсумовуючі інформацію, наголосимо, що обезструктурений верхній шар але який містить в собі органічні речовини і заораний вниз, накопичує перегній за рахунок розкладання органічних речовин в анаеробних умовах.

Таким чином, оранка є технологічною операцією, яка вирішує головне завдання – відновлення структури ґрунту.

1.2. Знаряддя для виконання оранки

Найбільш поширеним знаряддям для виконання полицевої оранки є плуг. Незалежно від типу полиць корпусів він складається з рами, робочих органів і колес, за допомогою яких установлюється глибина оранки та відбувається транспортування плуга (рис. 1.1).



Рис. 1.1. Полицеві плуги: *а* –начіпний двокорпусний; *б* – причіпний восьмикорпусний

Головним робочим органом полицевого плуга є корпус (рис. 1.2), який складається з башмака та встановлених на нього лемеша, полиці та польової дошки. На рис. 1.3 наведено основні типи поличних робочих





корпусів плугів; корпус плуга з циліндричною поверхнею (1). Такий корпус має ще назву «рухадло» і призначений тільки для розпушування ґрунту, рослинні рештки при цьому



Рис.1.3. Типи плужних робочих органів (корпусів): 1 – рухадло; 2, 3 – культурні; 4 – напівгвинтовий; 5 – гвинтовий.

майже не загортаються. Його поверхня являє собою циліндр, що має кривину тільки в одному напрямку. Цей корпус рідко застосовується, на таких полях, які майже не засмічені бур'янами. Корпуси (рис. 1.3, 2 та 1.3, 3) відносяться до культурних. Вони дуже добре розпушують грунт та завдяки двоякій кривині поверхні загортають рослинні рештки краще, ніж рухадлові. Корпус (рис. 1.3, 4) відноситься до напівгвинтових. Кривина цієї полиці більша, ніж у культурного. Розпушування ґрунту цим корпусом нижче, ніж у культурного, але завдяки більшій кривині поверхні, загортання рослинних решток відбувається краще. Напівгвинтовою полицею рослинні рештки, які знаходяться на поверхні поля загортаються на таку глибину, з якої вони не можуть бути вийняті на поверхню поля за подальших обробок. Оранка корпусом плуга з напівгвинтовою полицею сприяє боротьбі з бур'янами, тому що насіння бур'янів закопується на таку глибину, на якій вони не можуть

проростати. За такої оранки рослинні рештки, що знаходяться на поверхні поля, під час заорювання перемішуються між собою, що сприяє їх розкладанню, накопичуванні перегною і відтворенню гумусу. На рис. 1.3, 5 наведено корпус плуга з гвинтовою полицею. Полиця такого корпусу має дуже велику кривину, завдяки чому добре загортаються рослинні рештки, але розпушування його нижче, ніж у напівгвинтового. Застосовується гвинтова полиця в оранці цілини або в обробці задернілих грунтів. За такої оранки скиба грунту обертається на 180° і вкладається над дно борозни дерниною вниз. Подібна укладка скиби сприяє розкладанню дернини в анаеробних умовах і збільшенню органічних речовин у грунті.

Однак плуги майже завжди мають допоміжне обладнання, яке сприяє підвищенню якості обробітку ґрунту. До такого обладнання в першу чергу відносяться передплужники. За конструкцією вони схожі з корпусом плуга. Передплужник установлюється на рамі плуга перед корпусом (рис. 1.4). Застосовується передплужник з культурними та напівгвинтовими полицями, оскільки самі по собі вони не здатні загорнути рослинні рештки на потрібну глибину.



Рис. 1.4. Корпус полицевого плуга з передплужником

Передплужник є полицевим робочим органом малого розміру; його ширина захвату становить 2/3 основного плужного корпусу. Встановлюється передплужник перед основним корпусом з таким розрахунком, щоб підняти верхню частину скиби товщиною близько 10 см і скинути її на дно борозни. Корпус плуга, який рухається за передплужником, піднімає решту скиби і, розпушивши її, закриває раніше скинутий у борозну верхній шар скиби.

Така робота плуга забезпечує не тільки краще загортання сміттєвої рослинності (дійовий засіб боротьби з бур'янами, личинками комах тощо), але й сприяє кращому розкладанню органічних решток, накопиченню перегною і, що надзвичайно важливо, знеструктурений верхній шар ґрунту замінюється нижнім шаром, який зберіг свою структуру.



Рис. 1.5. Корпус плуга з кутознімом

Передплужники за конструкцією металомісткі і не пристосовані для роботи на задернілих ґрунтах, зокрема цілини. Для цього на корпус встановлюються кутозніми, які зрізаючи кут у скиби ґрунту, сприяють його оберту. Взагалі кутознім виконує ту саму функцію, що і передплужник (рис. 1.5). За рахунок низької металомісткості кутозніми знайшли широке застосування на поличних плугах різних типів.

2. ТЕХНОЛОГІЧНІ СХЕМИ ОБЕРТАННЯ СКИБИ ГРУНТУ ПІД ЧАС ОРАНКИ

Перед обговорення методів проектування поверхонь полиць рзглянемо основу технологічної операції оранки – всі існуючі способи обертання скиби грунту.

2.1. Повне обертання скиби прямокутного перерізу

Розглядаючи способи проектування лемешно-поличних робочих органів, до яких відносяться корпуси плугів, потрібно ознайомитися з процесами в ґрунті, під час його обробітку.

Згідно зі загальною концепцією агротехнологічних вимог [18, 37] до оранки скиба грунту повинна бути обернута на кут 180°, при цьому для якісної роботи лемешно-поличного робочого органа, потрібно виконати такі операції (рис. 2.1):

1) відділити скибу ґрунту у вигляді прямокутного перерізу зі заданою глибиною a = AD та шириною b = AB. Це відділення виконується лемешем, який розташовано горизонтально, та вертикальним ножем, який робить поздовжньо-вертикальний розріз. Положення скиби *ABCD*;



Рис. 2.1. Схема повного оберту скиби прямокутного перерізу

2) підйом скиби з обертанням її в бік борозни. Ця фаза виконується груддю полиці, при цьому скиба займає положення *A*₁*B*₁*C*₁*D*;

30 Кінцеве опрокидування скиби В борозну – виконується крилом полиці, в результаті чого скиба грунту займає положення «догори ногами».

Таке обертання скиби може бути реалізовано за великого відношення

ширини захвату b та глибини обробітку a: b/a > 2. Співвідношення застосовується в разі обробітку значно задернілих ґрунтів або цілини. Незважаючи на те, що така схема оранки не потребує установки на плуг допоміжного обладнання, вона рідко застосовується на практиці і має теоретичне значення.

2.2. Обертання скиби на 130-150° з утворенням гребенистої поверхні

Обертання скиби з неповним кутом на 130–150°. Найбільш широко застосовується в обробітку ґрунту [18]. При цьому утворюється гребениста поверхня, яка сприяє покращанню водно-повітряного режиму обробленого шару грунту. Форма скиби грунту, яка відділяється робочим органом, залежить від зв'язності шару грунту. Скиба, проходячи по лемешу та грудині полиці, може кришитися в більшому або меншому ступені: за малої зв'язності розкришена скиба зсовується з грудини полиці і грудки грунту перемішуються.



Рис. 2.2. Схема розташування скиби ґрунту при за її неповного оберту

У випадку задернілого чи вологого ґрунту скиба вирізається суцільною стрічкою, майже не змінюючи своїх параметрів, обертається травою униз. Положення такої скиби у відваленому вигляді представлено на рис. 2.2, де можна угледіти і форму поверхні поля в результаті обертання скиби. Абрис профілю борозни визначається розмірами поперечного перерізу скиби, шириною b та глибиною a, у передумові, що відвалена скиба не змінює цих розмірів; у дійсності профіль борозни буде відхилятися від початкового, що визначається розмірами a та b, унаслідок деформацій, які відбуваються в скибі при переміщенні. Відхилення утворюються значними на слабких, м'яких грунтах (суцільна оранка, у випадку роботи плуга) та невеликими на обробітку зв'язних, цілинних грунтів (ребриста поверхня). Однак для визначення схеми переміщення скиби робочим органом і його потрібних розмірів збережемо геометричну форму скиби.

Із трикутника А'Д'Д" можна бачити, що

$$a=b\sin\delta,$$

де а – глибина обробітку;

b – ширина захвату робочого органа;

 δ – кут *B'D₀D'* нахилу відваленої скиби до горизонту.

Визначимо відношення ширини захвату до глибини обробітку

$$k = \frac{b}{a} = \frac{1}{\sin \delta},$$

звідки будемо мати:

$$\sin \delta = \frac{1}{k}$$

$$\cos \delta = \frac{\sqrt{k^2 - 1}}{k}$$

$$tg \delta = \frac{1}{\sqrt{k^2 - 1}}$$
(2.1)

Відношення $k = \frac{b}{a}$, як переконаємося в подальшому, грає суттєву роль в якісній роботі поличного робочого органа, а за співвідношенням (2.1) воно визначає нахил оберненої скиби.



Рис. 2.3. Положення відваленої скиби: а – стійке; б - нестійке

Одна з головних вимог, що пред'являється до якості роботи поличного робочого органа, полягає в повному загортанні рослинних решток і всього того, що знаходиться на поверхні грунту на глибину, більшу ніж подальші операції.

Відкинута в бік скиба в загальному випадку стикується з оберненою раніше скибою, спираючись на неї у точці *C*' і на дно борозни в точці *D*'. Якщо прийняти, що центр тяжіння поперечного перерізу скиби розташовується на перетині діагоналей скиби в точці *O* (рис. 2.3), то від розташування вертикалі, проведеної через точку *O*, відносно опорних точок можна побачити, яке положення буде зберігати обернена скиба: – стійке або нестійке.

Очевидно, у випадках, коли вказана вертикаль розташовується між опорними точками, положення скиби буде стійким (рис. 2.3, а); якщо діагональ скиби стане вертикально (рис. 2.3, б) або похилиться в бік борозни, то положення буде нестійким, скиба перекинеться назад у борозну. Отже, положення діагоналі B'D' скиби залежить від її розмірів, а точніше від відношення *k*.

Вертикальне положення діагоналі треба вважати межею, за якої скиба ще має можливість зберегти своє положення.

Із формули (2.1) видно, що кут нахилу δ скиби збільшується зі зменшенням k; тому межа малої величини k визначається із умови вертикального положення діагоналі B'D'.

Із подібності прямокутних трикутників *D'B'C'* і *D'B'C"* (рис. 2.3) можна отримати співвідношення

$$\frac{D'D''}{D'B'} = \frac{A'D'}{D'B'}$$

Але якщо D'D'' = b, $D'B' = \sqrt{a^2 + b^2}$, D'C' = b i A'D'' = a, то

 $\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{a}{b};$ звідси $b^2 = a\sqrt{a^2+b^2}$ або $k^2 = \sqrt{1+k^2}$,

що приводе до біквадратного рівняння $k^4 - k^2 - 1 = 0$, дійсний корінь якого є

$$k_0 \cong 1,27$$
. (2.2)

Із останньої формули (2.2), можна визначити межу нахилу скиби δ_0 :

$$\sin \delta_0 = \frac{1}{1,27} = 0,787,$$

що відповідає куту $\delta_0 \cong 52^{\circ}$.

Таким чином, з метою забезпечення стійкого положення скиби потрібно дотримуватись $k \ge 1,27$. На практиці побудови поверхонь полиць плугів величина k не повинна виходити за межі:

$$1,27 \prec k \prec 2$$
.

Найбільш поширені значення k = 1,5 - 1,75 які забезпечують досить стійке положення скиби і добре обертання, що сприяє загортанню рослинних решток.

Числову величину відношення глибини обробітку до ширини захвату корпусу k можна обґрунтувати з максимуму зубчастої поверхні оранки. Пропорціональність площі наріжних граней B'C і C B'', пропорційна величині $(a+c)=b(\sin\delta+\cos\delta)$, котра має максимальне значення, коли кут $\delta = 45^\circ$, а у цьому випадку (рис. 2.1)

$$(a+c) = \frac{1}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2} \Box 1,41.$$

Цій величині надається те значення, що вона забезпечує максимальну поверхню оранки, сприяючи проникненню тепла та світла в оброблений шар

грунту. Однак відхилення від цієї величини мало змінюють поверхню грунту, тому в практичному сенсі дотримування цієї величини не варте уваги, головне, щоб забезпечити загортання рослинних решток.

2.3. Обертання скиби паралелограмного перерізу

Прагнення зменшити металомісткість плуга та тяговий опір привело до розробки плугів, які вирізають скибу паралелограммного перерізу [23]. Застосування паралелограмного перерізу дозволило відмовитися від польових дошок, що знизило тяговий опір плуга. Такі корпуси встановлює, наприклад, на свої плуги фірма «Huard» (рис. 2.4).



Рис. 2.4. Корпус плуга з паралелограмним перерізом скиби фірми «Huard»

Неважко помітити, що завдяки стінки борозни, що має нахил, можна суттєво знизити металомісткість плуга, наблизивши корпуси по його ходу, і відповідно зменшити його довжину. Розрахунки вказують, що відхилення стінки борозни від вертикалі на кут α (рис. 2.5) сприяє вільному обертанню скиби і робить теоретично можливою розстановку корпусів, близьку до

фронтальної. Однак практична реалізація такої розстановки потребує досліджень, оскільки перешкоди вільному обертанню скиби можуть бути не тільки від сусідніх скиб, а і від рядом розташованих корпусів. Проте придавши поперечному перерізу скиби паралелограмної форми, ми забезпечимо оберт - ання скиби та можливість зблизити корпуси по ходу плуга.

На рис. 2.5 зображена схема обертання паралелограмного перерізу скиби за умови, що її поперечний переріз ABCD являє собою геометричну фігуру, яка не змінюється. За схемою перехід перерізу від початкового положення ABCD у кінцеве А" В' С" D" досягається двома кінцевими поворотами: відносно точки A до співпадання точки B є дном борозни (точкою В') і відносно точки B' до переходу в кінцеве положення A" B' C" D".

На схемі видно, що кут *в* нахилу відвалених скиб до горизонту може бути знайдений із формули

$$\sin\beta = \frac{a}{b},\tag{2.3}$$

де *а*-глибина оранки;

b – ширина захвату корпусу.



Рис. 2.5. Схема обертання скиби з паралелограмним перерізом

Процес обертання скиби з паралелограмним перерізом розділимо на три фази:

$$0 \le \varphi \le 2\alpha$$
; $2\alpha \le \varphi \le \frac{\pi}{2} + \alpha$; $\frac{\pi}{2} + \alpha \le \varphi \le \pi - \beta$,

де φ – поточний кут повороту поперечного перерізу скиби;

 $\alpha = \text{const} - \text{кут}$ відхилення стінки борозни від вертикалі;

 $\beta = \text{const} - \kappa \text{yr}$ нахилу відвалених скиб до горизонту.

У кожній фазі обертання між гранями скиб, що відвалюються корпусами, повинен існувати зазор, який забезпечує вільне обертання скиб. Якщо в за відповідного значення φ цей зазор зникне, обертання скиб порушиться.

Знайдемо для *першої* фази обертання (рис. 2.6) ($\varphi \prec 2\alpha$) найкоротшу відстань (зазор) *FK* = h_1 (рис. 2.6, *a*) між гранями *CD* та *EF* двох рядом розташованих скиб *ABCD* і *EFGH*, що обертаються двома суміжними фронтально розташованими корпусами.

Розглядаючи відрізки *FK*, *KD*, *DA*, *AE* та *EF* як вектори отримаємо замкнений векторний багатокутник:

$$\overline{FK} + \overline{KD} + \overline{DA} + \overline{AE} + \overline{EF} = 0.$$
(2.4)

Оскільки при розстановці корпусів, близької до фронтальної дві скиби за рівний час повертаються відносно своїх центрів обертання на рівні кути φ , то відрізки *EF* та *AB* залишаються весь час паралельними. Якщо *CD* паралельна *AB*, то відрізки *EF* і *CD* також паралельні.



Рис. 2.6. Визначення зазору між гранями скиб на різних фазах обертання: *а* – перша; *б* – кінець першої; *в* – друга: *г* – третя

Зв'яжемо з поперечним перерізом скиби *EFGH* систему координат $X_1 EY_1$, направивши вісь EX_1 перпендикулярно відрізку (грані) *EF*, а вісь EY_1 – вздовж цієї грані. Проектуючи векторну суму (2.4) на вісь EX_1 , отримаємо, що $FK + DA\cos\alpha - AE\cos(\alpha - \varphi) = 0$. Оскільки DA = AE = b, $FK = h_1$, то

$$h_1 = b \Big[\cos \big(\alpha - \varphi \big) - \cos \alpha \Big]. \tag{2.5}$$

Для швидкості зміни зазору (по куту φ) отримаємо

$$V_1 = \frac{dh_1}{d\varphi} = b\sin\left(\alpha - \varphi\right). \tag{2.6}$$

За формулою (2.5) зазор $h_1 = 0$ при $\varphi = 0$ або при $\varphi = 2\alpha$. Перший випадок відповідає, вочевидь, моменту початку повороту, коли скиби розташовуються без зазору. Зазор h_1 повинен зникнути також при $\varphi = 2\alpha$ (рис. 2.6, δ), але тільки у випадку $EF \ge 2AD \sin \alpha$.

Оскільки
$$EF = \frac{a}{\cos \alpha}$$
, а $AD = AE = b$, то цій умові відповідає нерівність
 $\frac{a}{b} \ge \sin 2\alpha$. (2.7)

Якщо $\frac{a}{b} \prec \sin 2\alpha$, то скиби при обертанні не будуть заважати одна одній (траєкторія точки *F* – коло з радіусом *EF* = $\frac{a}{\cos \alpha}$ – пройде за межами відрізку *CD*).

Нерівність (2.7) свідчить: щоб забезпечити вільне обертання скиби з розмірами *a* і *b*, необхідно виконувати умову

$$\alpha \ge \left(\frac{1}{2}\right) \arcsin\left(\frac{a}{b}\right). \tag{2.8}$$

Формули (2.5) і (2.6) дають змогу дослідити залежність зазору h_1 від кута φ , побудувати графік $h_1 = h_1(\varphi)$ у *першій фазі* обертання и знайти максимальний зазор h_{1max} .

Прирівнявши нулю швидкість зміни зазору (2.6) знайдемо значення φ , за якого зазор має максимальне значення: $\varphi_m = \alpha$. Підставивши це значення у

формулу (2.5), отримаємо максимальний зазор $h_{1max} = 2b \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. В інтервалі $0 \prec \varphi \prec \alpha$ зазор збільшується ($v_1 \succ 0$), а в інтервалі $\beta \prec \varphi \prec 2\alpha$ – зменшується.

Друга фаза обертання $(2\alpha \prec \phi \prec \pi/2 + \alpha)$ настає, якщо виконані умови (2.7) або (2.8). У цьому випадку будемо розглядати зазор між відрізками (гранями) *AD* і *FG* суміжних скиб (рис. 2., *в*). Відзначимо, що ці грані при обертанні залишаються весь час паралельні (*DA* \square *HE* \square *GF*).

З'єднавши точки L, A, E, F і L векторами, отримаємо замкнений векторний багатокутник *LAEFL* (рис. 2.6, e). Спроектувавши його на вісь FX_2 , направлену перпендикулярно відрізку (грані) *FG*, будемо мати

$$h_2 = b \sin \varphi - \alpha$$

де $h_2 = FL$ – зазор між сторонами скиби FG та AD.

Максимальний зазор утворюється при $dh_2/d\varphi = 0$. У цій фазі максимальний зазор дорівнює $h_{2\max} = b - a$. В області значень $\pi/2 \prec \varphi \prec \pi/2 + \alpha$ зазор h_2 зменшується і при $\varphi = \pi/2 + \alpha$ дорівнюватиме $h_{2\hat{e}\hat{i}\hat{i}} = b\cos\alpha - a$.

Важливо підкреслити, що при $\varphi = \pi/2$ (переріз скиби $AB_1C_1D_1$ на рис. 2.5) сила *Р* тяжіння скиби утворює відносно точки опори *А* момент, який сприяє подальшому обертанню скиби. У скиби з прямокутним поперечним перерізом при $\varphi = \pi/2$ такий момент відсутній, тому для обертання скиби потрібно збільшити виліт крила полиці.

У третій фазі обертання $(\pi/2 \prec \varphi \prec \pi - b)$ центром слугує точка *B'*. Застосовуючи метод замкненого векторного багатокутника (рис. 2.6, *г*), знайдемо $G'L = h_3 = b \sin \varphi - a$.

Зазор h_3 зникає при $\varphi = \arcsin(a/b)$, що відповідає кінцевому розташуванню скиб після оранки, (рис. 2.5).

Відхилення стінки борозни від вертикалі на деякий кут α приведе до утворення першої фази обертання ($0 \prec \varphi \prec 2\alpha$), яка буде відсутня в скиби з прямокутним перерізом ($\alpha = 0$). Ця фаза обертання може бути і за

фронтального розташування корпусів. У кінці першої фази (при $\varphi = 2\alpha$) зазор стає мінімальним або зникає зовсім; тоді подальше обертання скиби стає неможливе. Умова вільного обертання скиби визначається нерівністю (2.8).

Викладки наведені в передумові незмінності форми поперечного перерізу скиби. Між тим у реальних умовах скиба буде деформуватись, що можливо вивчити експериментальними дослідженнями.

2.4. Обертання скиби полицею за наявності передплужника

Передплужник працює в режимі блокованого різання. Скиба грунту [67], яка ступає на поверхню, затиснута між стінкою борозни і незрізаною бровкою скиби основного корпусу, тому відкидання його в бік можливо тільки після підойму вище рівня ґрунту (рис. 2.7).



Рис. 2.7. Схема обертання скиби передплужником

Максимальна висота, до якої підіймається польова грань скиби передплужника, над рівнем дна борозни становить

$$h_{\max} = a + b_1, \qquad (2.9)$$

де а – глибина оранки, мм;

 b_1 – ширина захвату передплужника, мм.

Піднявшись до вказаної висоти, скиба виходить з-під впливу передплужника і здійснює подальший рух, який визначається швидкістю, що

надана скибі корпусом передплужника, силою тяжіння, яка діє на скибу та силою тертя. Очевидно, що дальність польоту скиби залежить від швидкості його частинок у момент зупинення дії передплужника і від висоти розташування скиби над дном борозни. Чим вище швидкість та піднята скиба, тим далі відкидається вона в бік борозни.

Передплужник тільки в тому випадку виконує потрібний процес, коли піднято їм скиба падає на дно борозни і закривається скибою, яка піднята основним корпусом. Якщо скиба перекидається передплужником через борозну, він укладається на відкос сусідньої скиби.

Частина шару ґрунту, яка піднімається передплужником, залишається після оранки близько до поверхні, і тому агротехнічні вимоги до укладки верхнього шару скиби не виконуються.

Для дослідження руху скиби будемо вважати, що центр ваги *C* скиби передплужника, рухаючись у момент відриву від передплужника по осі *Y* з певною швидкістю v_y , здійснює в подальшому вільний політ. Визначимо величину швидкості v_y , котра надана центру ваги *C*, щоб за вільного польоту він прибув у точку *C*, тобто в те положення, яке він зайняв би під час роботи плуга без передплужника.

Для цього точці *C* потрібно подолати відстань по осі *Y*, яка дорівнює $l = a(1, 25 + \cos \delta - 0, 25 \sin \delta)$.

Приймемо $a_1 = 0,5a$; $b_1 = 2/3b$; b = 1,5a.

Припустимо, що центр ваги здійснює по осі *Y* рівномірний рух, отримаємо час польоту за формулою

$$t = \frac{l}{v_{y}} = \frac{a(1, 25 + \cos \delta - 0, 25 \sin \delta)}{v_{y}}.$$

Точка *C*, здійснюючи вільне падіння, за час польоту опуститься вниз по осі *Z* на відстань

$$H = 0,5a(1 + \sin \delta - 0,5\cos \delta) ,$$

але

$$H = \frac{gt^2}{2}.$$
 (2.10)

Підставляючи значення *H* і *t*, а також, розвязуючи рівняння (2.10) відносно швидкості *v_y*, отримаємо

$$v_{y} = \sqrt{\frac{ga(1,25 + \cos \delta - 0,25\sin \delta)^{2}}{1 + \sin \delta - 0,5\cos \delta}} .$$
(2.11)

За прийнятого нами співвідношення b/a = 1,5 кут δ визначимо в такий спосіб:

$$\sin \delta = \frac{1}{1,5} = 0,667$$
 ; $\delta = 41^{\circ}50'$, $\cos 41^{\circ}50'$.

Приймаючи a = 0,2 *м* і підставляючи знайдені числові значення у рівняння (2.11), отримаємо, що $v_y = 2,25$ *м/с*.

Отже для укладання скиби передплужником у таке положення, в яке вона буде укладена плужним корпусом без передплужника в середніх умовах оранки, потрібно надати значну швидкість: $v_y \approx 2,25$ *м/с*. В дійсності для укладання скиби потрібно надати більшу швидкість, так як рух по вісі *Y* буде сповільнений, внаслідок опору, який діє на скибу при його руху.

Таким чином, таке укладання можливе за умови $v_y > 2,25$ *м/с*.

Дослідимо умови, за яких можливе укладання скиби передплужника на дно борозни (рис. 2.8), приймаючи ті самі співвідношення розмірів скиби.



Рис. 2.8. Схема руху скиби, піднятої передплужником: а – розміри скиби; б – рух ґрунту

Центр ваги C повинен пройти відстань по осі Y, яка дорівнює $l_1 = 0,75a$.

Час на вільний політ точки С визначимо з використанням рівнянням

$$t_1 = \frac{l_1}{v'_y} = \frac{0.75a}{v'_y}.$$
 (2.12)

Висота падіння точки С

$$H_1 = 1,25a = \frac{gt^2}{2}.$$
 (2.13)

Підставляючи значення H_1 та t_1 із рівнянь (2.12), (2.13) і розв'язуючи вираз (2.12) відносно v'_{y} , отримаємо

$$v'_{y} = 0,75\sqrt{0,4ag}$$
; (2.14)

приймаючи $a = 0, 2 \, \mathcal{M}$, отримаємо $v'_{v} \approx 0, 66 \, \mathcal{M}/c$.

За вільного падіння скиби передплужника укладання його в борозну можливе тільки на швидкості по осі *Y* не вище $v'_y = 0,66 \ \text{м/c}$. Так як дійсний рух по вісі *Y* буде сповільнений головним чином унаслідок тертя скиби передплужника об незрізану бровку основної скиби (рис. 2.8, *a*), то, очевидно, можливе укладання скиби на дно борозни і на швидкості $v'_y > 0,66 \ \text{м/c}$.

Швидкість руху скиби передплужника по осі У може бути приблизно визначена в такий спосіб.

Розглянемо горизонтальну проекцію передплужника, який підіймає скибу (рис. 2.8, δ). Позначимо кут між твірною поверхні передплужника, яка розташована на рівні центра ваги в перерізі *mm*, і напрямком руху через γ . Визначимо швидкість v_y точки O, яка знаходиться в перерізі *mm* у момент виходу скиби з-під дії передплужника. Точка O буде проекцією центра ваги перерізу скиби на горизонтальну площину.

Швидкість точки *О* складається з відносної швидкості v_0 , що направлена паралельно твірній, і переносної швидкості v_n , яка проходить в напрямку

руху плуга, тобто

 $\overline{v} = \overline{v}_0 + \overline{v}_n$.

Ураховуючи, що скиба є гнучкою стрічкою, можна стверджувати без особливих похибок, що $v_0 = v_n$, тобто переносна швидкість v_n є швидкістю руху плугу.

Проектуючи швидкості v₀ та v_n на вісь Y, отримаємо

$$v_{y} = v_0 \sin \gamma_1 = v_n \sin \gamma . \qquad (2.15)$$

Приймаючи швидкість плуга за нормальні умови роботи $v_n = 1,2$ *м/с* і кут $\gamma_1 = 45^\circ$ та підставляючи ці значення в рівняння (2.15), отримаємо $v_y = 1,2.0,707 \approx 0.85$ *м/с*.

Отримана швидкість дещо вище швидкості v'_y , яка визначена з рівняння (2.14). Однак ураховуючи викладене, вважаємо, що незначне перевищення швидкості v_y відносно v'_y не може перешкоджати потрібному укладанню скиби передплужника на дно борозни. Достатньо вказати, що за швидкості $v_y = 0.85$ м/с і вважаючи, що рух по осі Y буде рівномірним, відкидання скиби передплужника в бік борозни при порівнянні з положенням на рис. 2.8, *а* збільшиться лише на 4 *см*. Тобто глибоке загортання рослинних решток може бути забезпечено тільки за роздільного руху скиб з передплужника і основного корпусу, інакше кажучи, коли скиба передплужника падає на дно борозни раніше, ніж його накриє скиба основного корпусу. Роздільний рух скиб залежить між відстанню між передплужником і основним корпусом.

Для аналізу цього положення розглянемо рух скиб передплужника й основного корпусу в горизонтальній площині і припустимо, що поверхня передплужника паралельна поверхні основного корпусу. У точці *A* (рис. 2.9) припиняється дія корпусу передплужника на скибу, і подальший рух скиби здійснюється за рахунок кінетичної енергії, отриманої під час підойму його передплужником, сил тяжіння і сил тертя по незрізаній передплужником частині поверхневого шару.



Рис. 2.9. Рух скиби після сходу з передплужника

У точці *A* відносна швидкість в горизонтальній площині (відносно передплужника) направлена по твірній корпусу передплужника, яка проходить через точку *A*. Тільки-но скиба відривається від передплужника, сили тертя, які діють на його нижню частину, обертають його на певний кут ε (рис. 2.9).

За подальшого руху в цьому напрямку здійснюється дотик скиби передплужника до скиби корпусу в точці *B*, після чого скиба передплужника здійснює рух разом і скибою основного корпусу, підкоряючись його руху.

Позначимо відстань точки *В* від правого кінця леза леміша передплужника по осі *Y* через *q* (рис. 2.9):

$$q = AB\sin(\gamma_1 - \varepsilon),$$

де γ_1 – твірна, яка проходить через крило полиці передплужника, однак

$$AB = \frac{l}{\sin \varepsilon} \,.$$

Таким чином,

$$q = \frac{l\sin(\gamma_1 - \varepsilon)}{\sin\varepsilon}.$$
 (2.16)

Щоб досягти успішного укладкладання скиби передплужника на дно борозни, торкання її з скибою основного корпусу має відбутися за величіни q = b, тобто за ширини захвату корпусу.

Величина *l* залежить від відстані між передплужником і основним корпусом по ходу плуга, від вильоту напрямних кривих і товщини скиби корпусу. Цю залежність можна відобразити приблизною формулою (рис. 2.9):

$$l = X_{\ddot{e}} \sin \gamma_0 + L_0 - L_n - a',$$

де X_е – відстань між носками лемешів передплужника і корпусу по ходу плугу;

 γ_0 – кут, утворений лезом передплужника з напрямком руху;

L₀ – виліт напрямної твірної основного корпусу;

L_n – виліт напрямної кривої передплужника;

а' – товщина скиби корпусу.

Підставляючи значення *l* у рівняння (2.16), отримаємо, що

$$q = b = \frac{\left(X_{\vec{\varepsilon}}\sin\gamma_0 + L_0 - L_n - a'\right)\sin(\gamma_1 - \varepsilon)}{\sin\varepsilon} .$$
(2.17)

Розв'язуючи рівняння (2.17) відносно X_ё,

$$X_{\vec{\varepsilon}} = \frac{b \cdot \sin \varepsilon}{\sin(\gamma_1 - \varepsilon) \sin \lambda_0} - \frac{L_0 - L_n - a'}{\sin \lambda_0}.$$
 (2.18)

Маючи експериментальні ($\varepsilon \approx 15^{\circ}$; $a' = 15...20 \ см$) та конструктивні дані: $b = 30 \ см$, $L_0 = 17 \ см$, $\gamma_0 = 42^{\circ}$, $\gamma_1 = 47^{\circ}$ і підставляючи їх в одержане рівняння (2.18), отримаємо $X_{\varepsilon} = 38...46 \ см$. Однак, цю відстань рекомендують приймати в межах $X_{\varepsilon} = 25...30 \ см$, [37].



Рис. 2. 10. Схема обертання скиби з передплужником

На рис. 2.10 показано загальний вид обертання скиби ґрунту з передплужником. Основні розміри скиби такі: при k = b/a = 3/2 ширина захвату передплужника має бути $b_1 = \frac{2}{3}b$; тоді незрізана бровка $b'_1 = \frac{1}{3}b$, частково осипаючись, загортається достатньо глибоко обертанням основної скиби.

2.5. Обертання скиби плужним корпусом з кутознімом

Для поліпшення загортання рослинних решток, особливо на задернілих грунтах, запропоновано встановлювати на корпус плуга кутознім (рис. 1.5), котрий зрізає кут скиби в ще необерненому положенні і скидає його на дно борозни.

На основі загальновідомих схеми обертання скиби розглянемо параметри установки кутозніма. Позначимо на рису. 2.11 площу, яка відділяється кутознімом $N_1C_1P_1$. Її величина буде істотно залежати від висоти установки кутозніма від дна h.



Рис. 2.11. Схема обертання скиби плужним корпусом з кутознімом

Після положення $AB_1C_1D_1$ скиба обертається до тих пір, доки грань AB скиби не буде співпадати з дном борозни. Після цього переріз скиби, обертаючись навколо ребра B (його положення позначено B_{κ}) розташується

так, що нахил N_2P_2 буде впиратися в ребро *A* раніше відваленої скиби. Це ребро позначене на рис. 2.11 точкою A_3 .

У цілком оберненому положенні $B_{\kappa}N_2P_2D_2A_2$ грань перерізу скиби $B_{\kappa}N_2$ розташується під кутом ω до горизонту. Легко побачити, що величина цього кута буде залежати від положення точки A_3 на нахилі N_2F_2 . Чим ближче точка A_3 буде до ребра P_2 , тим кут ω буде менше і рослинні рештки будуть загортатимуться глибше.

Для визначення залежності кута нахилу скиби від висоти установки кутозніма $\omega = f(h)$ введемо систему координат O_{xy} , початок якої розташуємо в точці B_3 .

Запишемо суму сторін багатокутника $B_3 A_3 N_2 B_k$, утвореного сторонами перерізів як суму векторів,

$$\overline{B}_3\overline{A}_3 + \overline{A}_3\overline{N}_2 + \overline{N}_2\overline{B}_k + \overline{B}_3\overline{B}_k = 0.$$
(2.19)

Виявимо довжину кожного вектора (рис. 2.11) через параметри скиби і висоту установки кутозніма.

Легко переконатися в тому, що довжина вектора $\overline{B}_3 \overline{B}_k$ дорівнює ширині захвату корпусу плуга *b*,

$$\overline{B}_3\overline{B}_k = b$$

Довжина вектора $\overline{B}_3\overline{A}_3$ дорівнює глибині оранки a:

$$\overline{B}_3\overline{A}_3 = a$$
.

Для визначення геометричних параметрів скиби після відділення кута кутознімом розглянемо трикутник $N_1C_1P_1$, який відділяється кутознімом, коли діагональ скиби AC займе вертикальне положення AC₁. Розіб'ємо $\Delta N_1C_1P_1$ на два: $\Delta N_1C_1R_1$ і $\Delta R_1C_1P_1$, які мають суміжну сторону C_1R_1 .

Сторона *C*₁*R*₁ визначається різницею довжини діагоналі скиби та висотою установки кутозніма *h* від дна борозни:

$$C_1 R_1 = A C_1 - h = \sqrt{a^2 + b^2} - h.$$
(2.20)

Кут $R_1C_1P_1 = \mu$ визначимо за формулою

$$\mu = 90^{\circ} - \delta_{\circ},$$

де δ_{\circ} – кут нахилу діагоналі скиби до горизонту

$$\delta_o = \operatorname{arctg} \frac{a}{b}.$$

Із $\Delta C_1 R_1 P_1$ сторона $R_1 P_1$ дорівнює

$$R_1 P_1 = C_1 R_1 \cdot tg\mu = (\sqrt{a^2 + b^2} - h) \cdot ctg\delta_o.$$
(2.21)

Відповідно до $\Delta N_1 C_1 R_1$ маємо, що

$$N_1 R_1 = C_1 R_1 \cdot tg \,\delta_o = (\sqrt{a^2 + b^2} - h) \cdot tg \,\delta_o \,. \tag{2.22}$$

Повна довжина нахилу становить

$$N_1 P_1 = R_1 P_1 + N_1 R_1 = (\sqrt{a^2 + b^2} - h) \cdot (ctg\delta_o + tg\delta_o).$$
(2.23)

Довжина грані B_1N_1 яку отримаємо після відділення , ΔCNP дорівнює

$$N_2 B_K = B_1 N_1 = b - N_1 C_1 = b - \frac{\sqrt{a^2 + b^2} - h}{\cos \delta_o}.$$
 (2.24)

Кут нахилу вектора A_3N_2 до горизонту становить

$$\rho_3 = 90^\circ - \delta_0 + \omega. \tag{2.25}$$

Тепер можна записати суму векторів (2.19), підставивши значення їх довжин і кутів нахилу до горизонту, які за формулами (2.20)–(2.25).

Проекції векторів на вісь ОХ:

$$\sum_{x} = a \cdot \cos(90^\circ - \omega) + A_3 N_2 \cdot \cos \rho_3 + N_2 B_k \cdot \cos \omega - b = 0.$$

Після перетворення отримаємо наступний вираз:

$$\sum_{x} = a \cdot \sin \omega + A_{3}N_{2} \cdot \sin(\omega - \delta_{0}) + (b - \frac{\sqrt{a^{2} + b^{2}} - h}{\cos \delta_{o}}) \cdot \cos \omega - b = 0.$$
(2.26)

Отриманий вираз має дві невідомі величини – це довжина вектора A_3N_2 та кут нахилу скиби ω . Тому запишемо суму векторів на вісь O_y :

$$\sum_{y} = A_3 B_3 \cdot \sin(90^\circ - \omega) - A_3 N_2 \cdot \sin \rho_3 - N_2 B_k \cdot \sin \omega = 0.$$

Перетворивши отримане рівняння, будемо мати, що

$$\sum_{y} = a \cdot \cos \omega - A_3 N_2 \cdot \cos(\omega - \delta_0) - (b - \frac{\sqrt{a^2 + b^2} - h}{\cos \delta_0}) \cdot \sin \omega = 0.$$

Із рівняння (2.17) виразимо невідомий вектор A₃N₂:

$$A_{3}N_{2} = \frac{a\cos\omega - \left[b - \frac{\sqrt{a^{2} + b^{2}} - h}{\cos\delta_{o}}\right]\sin\omega}{\cos(\omega - \delta_{o})}.$$

Підставивши отримане значення в рівняння (2.26), отримаємо

$$a\sin\omega + \left[\frac{a\cos\omega + N_2B_k\sin\omega}{\cos(\omega - \delta_0)}\right]\sin(\omega - \delta_0) - N_2B_k \cdot \cos\omega - b = 0.$$

Після перетворення дійдемо до нелінійного рівняння, яке встановлює залежність між висотою установки кутозніма h і кутом ω нахилу скиби,

$$2tg\omega\left\{\left(1+\frac{N_2B_k}{a}-\frac{b}{a\sin\omega}\right)tg\delta_o+\frac{N_2B_k}{a}\left[1-\left(1+tg\delta_o\right)tg\omega\right]\right\}-\frac{b}{a\sin\omega}=0, (2.27)$$

де

$$N_2 B_k = b - \frac{\sqrt{a^2 - b^2} - h}{\cos \delta_o}.$$

Отримане рівняння (2.27) розв'язувалось числовими методами, (рис. 2.13.)

Привертає увагу той факт, що залежність $\omega = f(h)$ для перерізів скиб 400×300 та 350×200 практично зливаються. Це свідчить про те, що кут нахилу скиби до горизонту ω в першу чергу залежить від висоти установки кутозніма при відношенні ширини захвату корпусу плуга до глибини оранки:

$$\frac{b}{a} = (1, 34 - 1, 74).$$


Рис. 2.12. Залежність кута нахилу скиби від висоти установки кутозніма : 1 – переріз скиби 400×300 мм (корпус ПТК-21); 2 – переріз скиби 350×200 мм (корпуси П-5-35, ПЛЖ-31)

Наведене співвідношення є оптимальним з точки зору мінімальної металомісткості плуга і гребенистості ґрунту, але все ж потрібна додаткова установка допоміжних робочих органів: кутознімів та передплужників.

На практиці в межах ширини корпусу плуга b = 300 - 400 мм и для співвідношення

$$\frac{b}{a} = (1, 34 - 1, 74)$$

залежність (2.27) можна приблизити лінійною функцією

 $\omega = 0,23h - 50,5$,

що робить розрахунок кута ω значно простішим.

3. ПОБУДОВА ПОЛИЦЬ З ЦИЛІНДРИЧНОЮ ПОВЕРХНЕЮ

Полиці перших металевих плугів, які вже не мали дерев'яних деталей, загального призначення мали форму близьку до циліндричної. Ці полиці виготовлялись без урахуванням законів геометрії. Із розвитком виробництва було розроблено найпростішу – циліндричну – модель поверхні полиці яка покладена в основу всіх подальших моделей.

3.1. Геометрична модель циліндричної поверхні

Поверхня може утворюватися рухом деякої лінії, яка називається твірна; по іншій лінії, з якою весь час має спільну точку і яка називається напрямна. Спільна точка називається точкою інцидентності. Напрямною кривою може бути пряма лінія або плоска або просторова крива. Коли твірною є пряма лінія, то поверхня називається лінійчастою.

Лінійчасті поверхні підрозділяються на розгортні та нерозгортні. Розгортні поверхні розгортаються на площину без складок та розтягів. Це циліндри, конуси, торсові поверхні. Одночасно нерозгортні поверхні неможливо сумістити з площиною, вони будуть мати пластичні деформації розтягу та стискання. Так, кулю неможливо розгорнути на площину без спотворення поверхні.

Циліндричною поверхнею називається лінійчаста поверхня, в якої всі твірні паралельні між собою і паралельні якійсь прямій, що задає напрямок для твірних.

Розглянемо способи утворення поверхні циліндра. Для цього визначимо систему координат *Oxyz* у такий спосіб, щоб ось *Oz* буде розташована вертикально, тоді осі *Ox* та *Oy* будуть співпадати з площиною дна борозни.

Задамо напрямну криву у вигляді

$$x = x(u); y = y(u); z = z(u),$$
 (3.1)

де и – деякий параметр.

Пряма, яка задає напрямок для твірних, проходить через початок координат:

$$z = ax \text{ Ta } z = by. \tag{3.2}$$

Дотична площина до поверхні буде дотикатися всієї твірної, а з напрямною мати точку інцидентності з координатами x_0 , y_0 , z_0 . У такому випадку дотична площина буде мати рівняння

$$z - z_0 = (x - x_0) \left(\frac{dz_0}{dx_0} \right) + (y - y_0) \left(\frac{dz_0}{dy_0} \right).$$
(3.3)

Умова паралельності між прямою (3.2) та дотичною площиною (3.3) буде виконана, якщо площина, паралельна дотичній площині і яка проходить через початок координат, пройде через дану пряму. Рівняння цієї площини після її перенесення у початок координат буде мати вигляд

$$z = (x - x_0) \left(\frac{dz_0}{dx_0} \right) + (y - y_0) \left(\frac{dz_0}{dy_0} \right)$$

Для того щоб ця площина проходила через пряму (3.2), повинно бути таке співвідношення:

$$1 = a \left(\frac{dz_0}{dx_0} \right) + b \left(\frac{dz_0}{dy_0} \right).$$

Отримане рівняння є рівнянням циліндричної поверхні в узагальненому вигляді.

Розглянемо випадок, у якому твірна, паралельна прямій, що задана своїми проекціями:

$$\begin{cases} y = bz + \beta \\ x = az + \alpha \end{cases}.$$
 (3.4)

У цих виразах кутові коефіцієнти *a* та *b* мають сталі значення: a = const, b = const. Водночас величини α та β є функціями якогось параметра *u*. Якщо точка рухається по твірній, то величини α та β і вирази x - az і y - bz, яким вони дорівнюють, не змінюються. Але, якщо точка рухається по напрямній (3.1), то вони будуть змінюватися, а загальне рівняння циліндричної поверхні буде мати такий вигляд:

$$y - bz = \varphi(x - az), \tag{3.5}$$

де φ – деяка функція (x-az), яка не залежить від природи кривої.

Із викладеного виходить, що твірна має рівняння:

$$\begin{aligned} x - az &= \alpha; \\ y - bz &= \varphi \cdot \alpha, \end{aligned}$$

де *α* – параметр, який визначає положення цієї прямої.

Визначимо в загальному рівнянні циліндричної поверхні функцію φ так, щоб це рівняння обернулося рівнянням індивідуальної поверхні.

Припустимо, що напрямна крива задана такими рівняннями:

$$F(x, y, z) = 0$$
 Ta $f(x, y, z) = 0.$ (3.6)

Оскільки твірна проходить через криву (3.6), то будемо мати сукупність виразів, які повинні мати місце одночасно:

$$F(x, y, z) = 0;$$

$$f(x, y, z) = 0;$$

$$x - az = \alpha;$$

$$y - bz = \beta.$$

Якщо виключити з них *x*, *y*, *z*, то отримаємо між α і $\alpha \cdot \varphi$ одне рівняння: $f(\alpha, \alpha \cdot \varphi) = 0$. З нього визначимо $\alpha \cdot \varphi$ через α . Підставимо замість $\alpha \cdot \varphi$ та α їх значення і отримаємо шукане рівняння циліндричної поверхні

$$f(x-az, y-bz) = 0,$$
 (3.7)

де функція f має той самий вигляд, що і функція попереднього рівняння між $\alpha \cdot \varphi$ та α .

У рівняннях твірної на площинах проекцій (3.4), як уже вказувалося кутові коефіцієнти a та b мають сталі значення (a = const, b = const) що випливає з паралельності твірних, але водночас вільні члени α та β залежать від координат точки інцидентності. Для визначення цієї залежності запишемо рівняння твірної як рівняння прямої, що проходить через задану точку в заданому напрямку:

$$y - y_0 = b(z - z_0)$$

 $x - x_0 = a(z - z_0)$,

звідки після перетворень будемо мати:

$$y = bz - bz_0 - y_0$$
$$x = az - az_0 - x_0$$

З отриманих виразів маємо вільні члени: $bz_0 - y_0 = \beta$ та $az_0 - x_0 = \alpha$.

Розглянемо проектування поверхні стосовно циліндричної полиці. Ця поверхня утворюється твірною lk, яка має точку інцидентності $D(x_0, y_0, z_0)$ з напрямною кривою, яка розташована в поздовжньо-вертикальній площині, (рису. 3.1.).



Рис. 3.1. Схема утворення циліндричної поверхні

Як напрямна крива може бути прийнята крива *AC*, що розташована в площині Ox_z , яка співпадає зі стінкою борозни (Ox – напрямок руху плуга). Твірна *lk*, рухаючись по напрямній *A'C'* або *AC*, буде паралельна горизонтальній площині проекцій Oxy, причому кут γ між твірною й стінкою борозни (площина Oxz).

Запишемо рівняння твірної lk як рівняння прямої, що проходить через точку інцидентності $D(x_0, y_0, z_0)$:

$$Z - z_0 = k_Z (X - x_0);$$

$$Y - y_0 = k_Y (X - x_0).$$

Із рівнянь будемо мати:

$$Z = k_Z X - k_Z x_0 + z_0;$$

$$Y = k_Y X - k_Y x_0 + y_0.$$

Оскільки твірна поверхні розташована горизонтально, то кутовий коефіцієнт k_z буде дорівнювати нулю ($k_z = 0$). У свою чергу кут нахилу твірної до стінки борозни (площина Oxz) має постійне значення ($\gamma = const$), кутовий коефіцієнт горизонтальної проекції твірної також буде постійним, ($k_x = tg\gamma = const$). Тоді запишемо рівняння твірної:

$$Z = z_0,$$

$$Y = k_Y X - k_Y x_0 + y_0$$

Зважаючи на те, що точка інцидентності належить до напрямної кривої, і з переміщенням по кривій її координати будуть змінюватися, то вони будуть функціями якогось параметра:

$$Z = z(u),$$

$$Y = k_Y X - k_Y x(u) + y(u).$$
(3.8)

Як напрямна крива може бути використана крива *AC*, що лежить у площині O_{xz} стінки борозни (рис. 3.1). Сама напрямна крива може визначитися дотичними, які мають нахил до горизонтальної площині α_0 та α_2 , причому ці кути не змінюються в разі перенесення напрямної кривої з положення *AC* у положення *A'C'*.

Таким чином, отримані рівняння поверхні (3.7), (3.8) дозволяють будувати циліндричні поверхні за напрямною кривою та напрямком твірної. 3.2. Агротехнічні вимоги та загальні зауваження до проектування поверхні

Поверхня циліндра є доволі простою, тому дозволяє з найбільшою наочністю розглянути послідовність графоаналітичної побудови поверхні полиці. Ця послідовність без суттєвих змін може бути перенесена на побудову більш складних поверхонь, таких як, наприклад, циліндроїдів.

Для побудови поверхні циліндра потрібно знати напрям твірних, які паралельні між собою, та напрямну криву, з якою всі твірні мають спільну точку.

Вихідними даними для побудови поверхні є глибина *a* і ширина *b* скиби грунту, яка піднімається полицею; до того ж потрібно задати кути установки леміша до стінки γ_0 та дна борозни ε_1 .

Дані про глибину та ширину борозни дозволяють побудувати лобовий контур полиці, а кути установки лемеша визначають напрямок твірних.

Для забезпечення якісної роботи полиці напрямну криву потрібно вибрати на основі таких вимог:

- скиба, яка піднімається полицею, цілком розміщується на полиці, не пересипається через неї та не скупчується перед полицею;

- скиба, яка відкидається, не задиратися крилом полиці;

- кривина напрямної кривої повинна забезпечити якісне розпушування скиби ґрунту.

Ці вимоги до геометричної моделі поверхні визначають такі основні етапи проектування:

- на основі агротехнологічних вимог вибір глибини оранки та ширини захвату корпусу плуга;

- вибір кутів установки лемеша до стінки та дна борозни;

- вибір типу напрямної кривини, наприклад, дуга кола, парабола, трансцендентна крива та ін.;

- завдання зміни кривини напрямної кривої для забезпечення потрібного ступеня розпушування ґрунту;

- побудова каркаса поверхні, тобто визначення всіх, без винятку, твірних поверхні.

Геометрична модель поверхні дозволяє будувати поверхню полиці аналітично, використовуючи чисельні методи, але графічний спосіб проектування має значну перевагу, оскільки є наочним і дозволяє уникнути багатьох труднощів чисельних методів. Така послідовність, без суттєвих змін, може бути перенесена на побудову поличних робочих органів будь яких типів та призначення.

На базі поверхні циліндра можна спроектувати тільки розпушуючу полицю, яка має назву «рухадло» і призначена передусім для розпушування ґрунту.

3.3. Побудова лобового контуру полиці

Полиця плуга, піднімаючи та відкидаючи скибу, переміщується в борозні, що відкривається. Для правильного відкидання скиби потрібно що б полиця вільно рухалась у борозні, яка визначається її профілем. Профіль борозни повністю визначається розмірами поперечного перерізу скиби, тому і поперечний контур полиці, який ще називають – *лобовий*, повинен визначатися розмірами скиби [18].

Проектування лобового контуру полиці не залежить від типу корпусу плуга, а залежить тільки від перерізу скиби ґрунту. Таким чином, для культурних, напівгвинтових, гвинтових та спеціальних корпусів плугів проектування лобового контуру полиці проводиться за такими самими даними.

Лобовий контур полиці відповідно до профілю борозни окреслюється з чотирьох сторін контурними лініями, які називаються обрізами: польовий (по ходу плуга) обріз *pB*, звернений у бік необробленого поля – рис. 3.2, а;

нижній обріз *AB*, співпадає з лінією дна борозни і є проекцією леза лемеша;

борозний обріз $D_0 B_2$, який має напрямок верхньої грані відкинутої скиби і нахил під кутом δ до дна борозни, що визначається залежністю $\delta = \arcsin(k^{-1})$, де k – відношення ширини скиби до глибини оранки (2.1);

верхній обріз *pqB*₂ замикає контур полиці по лінії, розташованій на достатній висоті, яка виключає можливість пересипання ґрунту через полицю.

Побудувати обрізи польовий, нижній та борозний нескладно, керуючись профілем борозни; борозний обріз лемеша з'єднується з борозним обрізом полиці *kB*₂ по кривій *Ak*.



а



Рис. 3.2. Побудова лобового контуру полиці за розмірами скиби: *а* – принцип побудови; *б* – спосіб скорочення крила полиці

Побудова верхнього обрізу виконується так, щоб скиба, переміщуючись по поверхні полиці, не пересипалася через полицю. Цю вимогу можна задовольнити, стежачи за можливим рухом крайніх точок перерізу скиби по полиці. З рису. 3.2, *а* видно, що нижня крайня точка *B* перерізу скиби по мірі просування полиці в борозні буде переміщуватися по кривій, котра в проекції на поперечно-вертикальну площину відобразиться дугою *BB*₁ кола радіуса *BA* = *b*. Скиба спочатку обертається навколо ребра *A*, доти не встановиться гранню *AD* на дно борозни, а крайня точка скиби *B*, накресливши дугу *BB*₁, опиниться в точці *B*₁. Подальший поворот скиби здійснюється навколо точки *D*' і, таким чином, точка *B* буде рухатися по дузі *B*₁*B*₂ з радіусом який дорівнює діагоналі *B*₁*D*' скиби, доки не дійде до крайнього положення в точці *B*₂, де зійде з полиці.

Дотична *ee*₁, яка проведена до обох кіл, визначить межу, до якої може доходити на полиці скиба. Щоб виключити пересипання грунту через полицю, верхній обріз має проходити вище дотичної *ee*₁. Для забезпечення

достатньої висоти полиці, потрібно розрахувати належну форму верхнього обрізу.

Із цією метою продовжимо лінію D_0B_2 борозного обрізу до перетину в точці *O* з дотичною *ee*₁. Висоту польового обрізу приймаємо такою, щоб вона дорівнювала ширині скиби *b*, і відмітимо на висоті польового обрізу точку p: pB = H = b. Якщо з'єднати прямою точки *O* і *p*, то лінія *pO* може бути прийнята за верхній обріз. Враховуючи, що в точці B_2 скиба зійде з полиці, продовжимо грань C_2B_2 скиби до точки *q* і відкинемо залишок полиці *qOB*₂; тоді верхній обріз визначиться ломаною лінією *pqB*₂.

Результатами численних спостережень за роботою полиці підтверджують, що необхідно зробити невеликий проміжок, між борозним обрізом і верхнею гранню відкинутої скиби, зберігаючи той самий нахил δ для лінії обрізу. За наявності проміжку скиба краще сходить з полиці, кромка борозного обрізу не задирає скибу, яка після проходження по полиці дещо збільшує свій об'єм, а положення грані A_2B_2 трохи зсунеться в бік борозни.

Щоб уникнути гострих кутів, верхній обріз та перехід до борозного правого обрізу окреслюють плавною кривою лінією.

Захват лемеша у багатокорпусних плугів виконують ширшим за розмір *b* скиби для поліпшення підрізання останнього. Це перекриття *Δb* захвату задніми корпусами допускається до 2–3 *см* у плугів, призначених для основної оранки, а для лущильників – більше.

Інший спосіб побудови лобового контуру полиці дозволяє забезпечити добре обертання скиби з різною глибиною оранки [70].

Профіль борозни будується для нормальної глибини a і для збільшеної глибини a+2,5 *см* (рис. 3.3). Із точки d посередині відкинутої скиби з розмірами $(a+2,5) \times b$ проводиться (паралельно такій самій грані скиби з нормальними розмірами $a \times b$) лінія борозного обрізу dk.



Рис. 3.3. Побудова лобового контуру за рекомендаціями Н.В. Щучкіна

Верхній обріз креслять по дотичній pp', з верхньої точки p польового обрізу до дуги кола радіуса $H_m = \sqrt{a^2 + b^2} + \Delta H$, що описана з точки A як із центра. Верхня точка p польового обрізу розташовується на висоті H = b. Перехід верхнього обрізу в борозний завершується плавною кривою. Такий профіль отримують зі скороченим крилом і у випадку недостатнього обертання скиби потрібно встановлювати додатково перо n.

Крім того, рекомендується польовий обріз трохи закосити в бік борозни, забезпечуючи зазор *pe* у верхній частині польового обрізу та вертикальної площини стінки борозни на 5–10 *мм*. Це забезпечує установку ножа.

За проектування лобового контуру полиці потрібно враховувати те, що коротке крило не в змозі довести оборот скиби до кінця, а забагато низько розташований верхній обріз може привести до пересипання ґрунту за полицю і засмічуванню борозни.

Н. В. Щучкін рекомендує такі основні розміри:1) висоту *H* у польового обрізу:

- $H = b + 2,0 \pm 3,0$ см для глибини оранки a = 10 см;

- $H = b + 1,0 \pm 2,0$ см для глибини оранки a = 12,5-7,5 см;

- H = b для глибини оранки a = 20 см і більше;

2) висоту H_{max} верхнього обрізу:

-
$$H_{\text{max}} = \sqrt{a^2 + b^2} + (0-2,0 \text{ см})$$
для $a \le 15 \text{ см};$
- $H_{\text{max}} = \sqrt{a^2 + b^2} - (0-2,0 \text{ см})$ для $a \ge 16 \text{ см}.$

Розглянемо тепер побудову лобового контуру полиці для скиби паралелограмного перерізу *ABCD* (рис. 3.4).

Перед лемешем плужного корпусу утворюється випереджаюча тріщина під кутом $\psi = 45^{\circ}$ (рису. 3.3), тому польовий обріз *BF* повинен мати кут нахилу до горизонту понад 45° щоб уникнути задирання обрізом моноліту грунту. Кут нахилу польового обрізу до вертикалі повинен знаходитися в межах $\alpha = 40...42^{\circ}$ (рис. 3.4).



Рис. 3.4. Схема побудови лобового контуру паралелограмної полиці

Верхній обріз *FF*₂ для цієї полиці розташовується горизонтально. Максимальна висота полиці визначається довжиною діагоналі перерізу скиби. Згідно зі схемою (рис. 3.4) діагональ перерізу скиби ґрунту буде визначатися за формулою

$$AC = \sqrt{a^2 + (b + a \cdot tg\alpha)^2} \ .$$

Щоб не утворювався гострий кут між обрізом FF_2 та польовим BF, виконують кривою лінією F_1E .

Кут нахилу борозного обрізу δ визначаємо за формулами (2.1), тобто:

$$\sin \delta = \frac{1}{k}$$
$$\cos \delta = \frac{\sqrt{k^2 - 1}}{k}$$
$$tg \delta = \frac{1}{\sqrt{k^2 - 1}},$$

З огляду на результати дослідження Щучкіна, запишемо вирази для основних розмірів полиці по вертикалі:

1) висоту *H* переходу заокругленої частини польового обрізу до верхнього:

- *H* = *b* + 2,0 ± 3,0 *см* для глибини оранки *a* = 10 *см*;

- *H* = *b* +1,0 ± 2,0 *см* для глибини оранки *a* = 12,5 – 17,5 *см*;

- H = b для глибини оранки a = 20 *см* і більше;

- максимальну висоту *H*_{max} верхнього обрізу:

-
$$H_{\text{max}} = \sqrt{a^2 + (b + a \cdot tg\alpha)^2} + (0-2,0 \text{ см})$$
 для $a \le 15 \text{ см};$
- $H_{\text{max}} = \sqrt{a^2 + (b + a \cdot tg\alpha)^2} - (0-2,0 \text{ см})$ для $a \ge 16 \text{ см}.$

Таким чином, лобовий контур полиці визначається тільки параметрами скиби і не залежить від способу утворення самої поверхні.

3.4. Побудова напрямної кривої циліндричної полиці

Однією із задач, що вирішує полиця, є розпушування ґрунту, яке відбувається під впливом клина. Розглянемо дію простого клина на грунт [37]. На рису. 3.4, I показано простий клин з передньою гранню AC, яка встановлена під кутом α до горизонту. Під час руху клина його грань ACсколює частину ґрунту Q. Після сколювання частина Q вже не відчуває дію клину на грунт, через те що скиба або його частина Q буде рухатися по грані AC без якогось впливу зі сторони. Очевидно, щоб знову здійснити дію клина на скибу ґрунту, потрібно застосувати новий клин, поставивши його на шляху скиби, яка рухається по площині першого клина. По суті це є установка на клин AC з кутом α другого клина A'C₁ з кутом α_1 (рис. 3.4,I).



Рис. 3.4. Розвиток плоского клину у криволінійну поверхню полиці

Багатократні нарощування першого клина приводять до багатогранної поверхні $AA_1A_2...A_n$ (рис. 3.4, *II*), грані якої будуть розташовуватися до горизонтальної площини під кутами $\alpha, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$, що збільшуються стрибками. Для безперервного розвитку розпушувального фактора, яким є кут α , потрібно скористуватися плавною кривою лінією AC_n , завдяки якої в багатогранник $AA_1A_2...A_n$ буде вписана криволінійна крива (рис. 3.4, *III*). Кривина цієї кривої буде визначатися різницею $\Delta \alpha$ між кутами α_{i+1} та α_i $\Delta \alpha = \alpha_{i+1} - \alpha_i$, та довжиною дуги $\Delta L = A_{i+1} - A_i$. Кривина лінії є її основна характеристика і визначається таким чином

$$k = \lim_{\Delta L \to 0} \frac{\Delta \alpha}{\Delta L}$$

Відповідно радіус кривини буде величиною, оберненою до кривини;

$$R=\frac{1}{k}.$$

Виходячи з цього розпушувальну властивість простого клина можна підвищити, якщо робочу площину його зігнути по кривій змінної кривини, що приведе нас до циліндричної поверхні також змінної кривини. Чим більша кривина поверхні, тим сильніше розпушувальна дія її на скибу.

Однак різні циліндричні поверхні будуть розпушувати одну і ту саму скибу грунту по-різному. Найменший ефект покаже поверхня циліндра, у якої напрямна крива є дуга кола; оскільки всі дуги кола, котрі стягуються рівними хордами, є однакові, то одна і таж сама частина скиби, рухаючись по такій поверхні, буде зберігати всі свої опорні точки без-будь яких змін у положенні відносно одна одної, тобто без деформації скиби. Звідси витікає, що циліндричну поверхню для кращого розпушування скиби потрібно утворювати по кривій зі змінним радіусом кривини, наприклад, по параболі.

Для того щоб розглянути основні положення проектування напрямної кривої, розглянемо найпростіший випадок, коли як напрямна є дуга кола. У цьому випадку постає питання про вибір радіуса кола, який вибираємо на основі певних міркувань.

По-перше, скиба ґрунту, яка піднімається полицею, повністю змогла уміститися на цій полиці. За малого радіуса полиця не в змозі утримати на собі скибу, і вона буде пересипатися через верхній обріз, забруднювати борозну, погано відкидатися у бік.

По-друге, щоб скиба, яку відкидають, не задиралася борозним обрізом полиці потрібно збільшити радіус. *R* напрямної кривої. Отже можливо встановити межу величини *R*, переходити яку не можна без погіршення умов сходу скиби з полиці і підвищення задирання борозним обрізом.

Таким чином, радіус R напрямної кривої обмежується межами R_{\min} та R_{\max} , які визначаємо вказаними міркуваннями.

Нижню межу R_{min} може визначити таким чином: згідно зі схемою в горизонтальній площині (рис. 3.5) проведемо дві паралельні лінії *AC* та *BD* на відстані *b* одна від одної; із точки *A* проведемо пряму *AB*, розташував її



під заданим кутом γ_0 до лінії *AC*. Відрізок прямої *AB* між прямими *AC* і *BD* визначить довжину лемеша.

Через борозний кінець лемеша проведемо вертикальну площину N, перпендикулярно до леза AB. Ця площина розріже скибу по лінії BC, яка буде перпендикулярна до AB, і виділить якусь частину скиби ABC у формі прямокутного трикутника. Ця частина (заштрихована) повинна уміститися на полиці; при цьому пряма BC вигнеться по кривій відповідно до форми поверхні. Якщо форма полиці циліндрична, то пряма BC, згинаючись по полиці, розташується в площині N (рис. 3.6) і прийме окреслення деякої кривої.



Рис. 3.6. Згин скиби полицею

Нехай напрямна крива – коло радіуса *R*. Якщо його розташувати в площині *N*, то пряма *BC* на поверхні зігнеться по дузі цього кола і крайня точка *C* (на горизонтальній площині) перейде в деяку точку *C*'.

Оскільки на горизонтальній площині проекцій форму кривої, що лежить у вертикальній площині, невидно, то суміщаємо площину N з горизонтальною площиною, що дозволить побачити криву не в спотвореному вигляді. На рис. 3.5 площина N, суміщена з горизонтальною площиною, зображена осторонь, а пряма *CB* позначена *C"B"*. Щоб накреслити напрямну, потрібно мати на увазі умову постановки лемеша під кутом ε до горизонтальної площини. Для цього з точки *B"* під кутом ε проводимо пряму *B"1*, до якої дуга кола повинна мати дотик у точці *B"*. Із центра *O*, що лежить на прямій *B"O* перпендикулярно до *B"1*, радіусом *R* викреслюється дуга кола *B"C*₁["]*C*", яка приймається за напрямну криву.

Отже для розміщення скиби помістилась на полиці, потрібно, щоб дуга *B*"*C*" по довжині була би однакова або більша за відрізок прямої *B*"*C*" = *BC*.

Звично висота полиці *h* визначається висотою розташування центра *O* або близька до неї. У такому випадку дотична у верхній точці *C*^{*m*} напрямної кривої буде вертикальна, і кут *9* між дотичними у двох крайніх точках напрямної кривої визначиться величиною

$$\mathcal{G}=\frac{\pi}{2}+\varepsilon,$$

або у градусах $\mathcal{G}^{o} = 90^{o} + \varepsilon^{o}$.

Щоб за вказаних умов виконати вимогу

$$\cup B''C''' \ge$$
 відрізка *BC*, (3.9)

потрібно підібрати підходящий радіус *R* напрямної кривої, але

$$\cup B''C''' = R\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right),$$

тому з трикутника СДВ будемо мати

$$BC = \frac{b}{\cos \gamma_0}$$

Для задоволення умови (3.9) потрібно мати

$$R\left(\frac{\pi}{2}-\varepsilon\right)\geq \frac{b}{\cos\gamma_0},$$

або

$$R \ge \frac{b}{\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right) \cos\gamma_0}.$$
(3.10)

Таким чином, щоб скиба розмістилася на полиці, радіус *R* напрямної кривої потрібно вибирати по величіні не менш ніж за формулою (3.10), тобто нижня межа радіуса визначається величиною

$$R_{\min} = \frac{b}{\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right) \cos\gamma_0} \,. \tag{3.11}$$

Звернемося тепер до другої умови, за якою визначається верхня межа *R*_{max} радіуса напрямної кривої.

Академік В. П. Горячкін пропонує визначати R_{max} виходячи з вимоги, щоб кут між дотичною площиною, яка проведена до поверхні полиці на її борозному обрізі, і площиною відкинутої скиби був менше 90°. На рис. 3.7 цей кут позначено буквою *i*. Ця вимога приводе до умови

$$i \prec 90^{\circ}$$
. (3.12)



Рис. 3.7 Схема до визначення верхньої межі радіуса напрямної кривої *BC*: *i* – кут між гранню відкинутої скиби та дотичною площиною до точки *F* борозного обрізу полиці

Щоб зрозуміти зв'язок між величиною *R* та кутом *i*, звернемось до рису. 3.7 на якому приведено наочне зображення полиці та скиби.

Корпус плуга розташовується відносно системи координат O_{xyz} так, що лезо лемеша *AB* встановлено паралельно осі O_x , а вісь O_y проходе через правий кінець *B* лемеша і таким чином перпендикулярна лезу. У такому випадку координатна площина O_{yz} перерізає циліндричну поверхню полиці по кривій *BC'*, котра покладена в основу побудови поверхні як напрямна крива (на рисунку 3.5 ця крива позначена *B"C"*), і є дугою кола радіуса *R*.

На поверхні полиці відмітимо точку *m* (рис. 3.7), яка при цьому розташована також і на кривій *BC*'. Через цю точку *m* проведемо дві площини: горизонтальну і дотичну. Горизонтальна площина дасть у перерізі з полицею пряму лінію *Fm*, що являє собою одну із твірних циліндра, паралельну лезу лемеша *AB* і похилену до площини *OAz* під кутом γ_0 . Та сама горизонтальна площина перетинає грань відкинутої скиби по прямій *FK*, паралельній *OA*. Очевидно, що кут між двома горизонтальними прямими *Fm* та *FK* буде дорівнювати $\angle mFK = \gamma_0$.

Дотична площина буде мати дотик до циліндричної поверхні полиці по всій прямій *Fm*.

Позначимо двогранний кут між дотичною площиною і горизонтальною Oxy через Θ , який буде вимірюватись лінійним кутом Θ , між віссю Oy і дотичною прямою *ml* до дуги *BC*' оскільки ось Oy і пряма *ml* є перерізами дотичної і горизонтальної площин площиною Oyz, яка перпендикулярна першим двом.

Двогранний кут між площиною відкинутої скиби і горизонтальною площиною вимірюється кутом *δ* (рис. 3.7). У свою чергу двогранний кут між площиною відкинутої скиби та дотичною площиною буде вказаним кутом *i*.

Всі три площини – дотична, горизонтальна і площина відкинутої скиби – мають загальну точку *F* (рис. 3.7), в якій всі вони перетинаються.

Щоб встановити зв'язок між кутами Θ , δ , γ_0 та *i*, опишемо із точки *F* сферу радіусу, який дорівнює одиниці. Тоді вказані три площини перетинаються зі сферою *F* по дугах $\cup EK$, $\cup KI$ і $\cup IE$, котрі утворюють сферичний трикутник *EKI*.

Сторона *КЕ* сферичного трикутника визначається центральним кутом $\angle KFE = \gamma_0$; кут при вершині *К* є двогранний кут δ ; кут при вершині *Е* – двогранний кут Θ і кут при вершині *I* – двогранний кут *i*.

За формулою сферичної тригонометрії маємо такий зв'язок між сторонами та кутами косокутного трикутника *ЕКІ*:

$$\cos i = \sin \delta \sin \Theta \cos \gamma_0 - \cos \delta \cos \Theta. \qquad (3.13)$$

Для того щоб кут $i \le \frac{\pi}{2}$, потрібно, щоб $\cos i \ge 0$, а такому випадку кут Θ

повинен задовольняти умові

$$\sin \delta \sin \Theta \cos \gamma_0 - \cos \delta \cos \Theta \ge 0;$$

звідки маємо

$$tg\Theta \ge \frac{\cos\delta}{\sin\delta\cos\gamma_0}$$

Якщо значення sin δ та cos δ виразити через величину $k = \frac{b}{a}$, тобто через відношення ширини *b* скиби і глибини *a* оранки, то, приймаючи до уваги, що:

$$\sin \delta = \frac{1}{k};$$
$$\cos \delta = \frac{\sqrt{k^2 - 1}}{k},$$

отримаємо умову

$$tg\Theta \ge \frac{\sqrt{k^2 - 1}}{k}.\tag{3.14}$$

Таким чином, для всіх випадків, коли дотичні площини, які проведені до поверхні полиці, мають нахил до горизонту під кутом Θ , який задовольняє умові (3.14), звідки кут *i* буде менше або дорівнювати $\frac{\pi}{2}$.

Із рису. 3.7 неважко переконатися, що кут ⊙ зростає з переміщення точки *m* уверх по кривій *BC*′.

Для установки зв'язка між кутом Θ і висотою z розташування точки m скористаємося рису. 3.8, a де крива BC' винесена окремо разом з площиною Oyz, в якій вона знаходиться.

На рис. 3.8 наведено схему зміни кута на якій збережені всі позначення рис. 3.7.

Нехай висота розташування точки m визначається координатою z, а центр O' дуги *BC'* радіуса R розташується на висоті O'y. У такому випадку

$$z = m'v = O'v - O'm',$$

але оскільки $O'y = R \cos \varepsilon$ і $O'm' = R \cos \Theta$, то

$$z = R(\cos\varepsilon - \cos\Theta). \tag{3.15}$$



Рис. 3.8. Схема зміни кутів: a – зміна кута θ з висотою z; δ – розташування нижнього ребра A' відкинутої скиби

Умовою $i \le \frac{\pi}{2}$ потрібно забезпечити ті точки борозного обрізу, де останній дотикається до відкинутої скиби. Найбільш низько розташована та точка борозного обрізу, котра лежить на нижньому ребрі *A* відкинутої скиби (рис. 3.8, *б*). Таким чином, якщо для цієї точки *A*' задовольняється умова (3.14), то для всіх точок обрізу, розташованих вище, умова (3.14) буде задовільнена.

Висота ς нижнього ребра *A*' відкинутої скиби, згідно з рисунком 3.8, *б* визначається так:

$$\varsigma = a\cos\delta = a\frac{\sqrt{k^2 - 1}}{k}$$

або, прийнявши до уваги, що: $a = \frac{b}{k};$

$$\varsigma = \frac{b\sqrt{k^2 - 1}}{k}.\tag{3.16}$$

Якщо точка *m* на кривій *BC*' і відповідна їй точка *F* на борозному обрізі визначені на висоті $z \le \zeta$, тобто на висоті ребра *A*' або нижче, то кут Θ на основі рівностей (3.15) та (3.16) визначиться для такої точки із умови

$$R(\cos\varepsilon - \cos\Theta) \le \frac{b\sqrt{k^2 - 1}}{k}, \qquad (3.17)$$

звідки отримаємо верхню межу для радіуса R напрямної кривої ВС'

$$R_{\max} = \frac{b\sqrt{k^2 - 1}}{k^2 \left(\cos\varepsilon - \cos\Theta\right)}.$$
(3.18)

Визначивши $\cos \Theta$ із умови (3.14) і маючи кут $i = \frac{\pi}{2}$, підставивши у формулу (3.18), отримаємо

$$R_{\max} = \frac{b\sqrt{k^2 - 1}}{k^2 \left(\cos\varepsilon - \frac{\cos\gamma_0}{\sqrt{\cos\gamma_0^2 - 1 + k^2}}\right)} = \frac{b\sqrt{k^2 - 1}}{k^2 \left(\cos\varepsilon - \frac{\cos\gamma_0}{\sqrt{k^2 - \sin^2\gamma_0}}\right)}.$$
(3.19)

Таким чином, радіус R_{max} визначається за формулою (3.19), при знаку «дорівнює», це забезпечує величину кута $i = \frac{\pi}{2}$ на висоті нижнього ребра відкинутої скиби; за меншого радіуса R кут $i = \frac{\pi}{2}$ буде забезпечено для всіх точок борозного обрізу, які розташовані нижче, тобто, навіть на висоті ребра A' кут *i* буде менше $\frac{\pi}{2}$. Якщо до формули (3.11) приєднати умову (3.19), то вони обмежують розмір радіуса R двома межами – нижньою і верхньою.

Наприклад, циліндрична полиця побудована для відношення $k = \sqrt{2} = 1,41$, а установка лемеша визначається кутами: $\gamma_0 = \frac{\pi}{2}$ (тобто 45°) і $\varepsilon = \frac{\pi}{6}$ (тобто 30°).

В цьому випадку нижня межа радіуса *R* буде мати значення

$$R_{min} = \frac{b}{\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right)\cos 45^{\circ}} = 1,35b$$

а верхня межа –

$$R_{\min} = \frac{b}{2\left(\cos 30^{\circ} - \frac{\cos 45^{\circ}}{\sqrt{2 - \sin^2 45^{\circ}}}\right)} = 1,74b,$$

тобто

$$1,74b \ge R \ge 1,35b$$
.

60

Після того як вибрали радіус кривої *A'C'*, а сама крива *A'C'* нанесена на кресленні у вигляді перерізу на допоміжній проекції (3.9), будуємо твірні циліндра, вважаючи криву *A'C'* за напрямну.

3.5. Побудова каркаса поверхні циліндричної полиці

Побудова каркаса поверхні полягає у визначенні такої кількості твірних, щоб вона була достатня для побудови перерізів поверхні, її шаблонів та дослідження кривини. Відповідно до рис. 3.9 розташуємо проекції полиці: над віссю *x* повздовжньо-вертикальну (профільну); під віссю *x* – горизонтальну та поперечно-вертикальну (фронтальну, або лобову), а в проекційному зв'язку з горизонтальною – допоміжну, в якій побудована напрямна крива. Для побудови каркаса поверхні потрібно визначити проекції твірних на всіх проекціях полиці.

З нарисної геометрії відомо, що горизонтальні площини у вертикальних проекціях зображаються горизонтальними прямими, тому, проводячи на повздовжньо-вертикальній площині проекції ряд горизонтальних прямих 1' - 1', 2'-2' і т. д. на однаковій відстані друг від друга (причому початковою, нульовою лінією будемо рахувати лінію *AC*). Для зображення тих же горизонтальних площин у поперечно-вертикальній площині проекцій потрібно провести горизонталі 1''-1'', 2''-2'' і т. д. на тих же відстанях одна від одної.

Ті ж самі горизонталі на допоміжній проекції кривої A'C' зобразяться паралельними прямими 1-1, 2-2 і т. д., що перетинають криву A'C' в точках, які позначені на кресленні римськими цифрами *I*, *II*, *III* і т.д.

Якщо з цих точок провести прямі I - I, II-II, III-III і т. д. паралельно лезу лемеша *AB*, то ці прямі і будуть проекціями перерізів полиці горизонтальними площинами I - I, 2 - 2 і т. д. на горизонтальну площину.

Після того як твірні нанесені на кресленні на всіх проекціях, будуємо інші проекції лобового контуру полиці. Для цього користуються вже готовим лобовим контуром



Рис. 3.9. Схема побудови циліндричної поверхні

і проекціями твірних. Для побудови борозного обрізу в горизонтальній площині переносимо точки борозного обрізу, які розташовані на твірних у проекції лобового контуру, на твірні в горизонтальній площині. Наприклад, точка *3*", що лежить на борозному обрізі лобового контуру, лежить також і на твірній *3*"–*3*". Проектуючи цю точку на твірну *Ш–Ш* у горизонтальній площині, визначимо точку *Ш*, яка буде належати до горизонтальної проекції борозного обрізу. Визначаючи так само усі інші точки борозного обрізу,

отримаємо проекцію кривої обрізу на горизонтальній площині проекцій, тобто криву *I–II–III* і т. д.

Переносячи точки *I, II, III* і т.д. проекції борозного обрізу на горизонтальній площині проекцій на відповідні твірні в повздовжньовертикальній площині, отримаємо борозний обріз у повздовжньовертикальній площині, це будуть точки *I', 2', 3'*, які і визначать проекцію обрізу.

Побудова польового обрізу у повздовжньо-вертикальній площині виконується проектуванням точок перетину прямої Aa з твірними I-I, II-II, III-III і т.д. на горизонтальній площині на відповідні твірні повздовжньовертикальній площині. Наприклад, точка k лежить на польовому обрізі Aa і на проекції твірній IV-IV на горизонтальній площині. Проектуючи цю точку на твірну 4'-4' у повздовжньо-вертикальній площині, отримаємо точку $4'_k$ котра повинна лежати також і в проекції польового обрізу (AD) на повздовжньо-вертикальній площині. Поступаючи так само з усіма іншими точками польового обрізу, отримаємо криву AD, яка буде представляти польовий обріз у повздовжньо-вертикальній площині. Польовий обріз на поперечно-вертикальну площину A'D' представлено лобовим контуром.

Залишається тепер побудувати верхній обріз у горизонтальній та повздовжньо-вертикальній площинах.

Скориставшись для цього верхнім обрізом у лобовому контурі, неважко по його точках, які розташовані на твірних, спроектувати і знайти відповідні точки на горизонтальній та повздовжньо-вертикальній площинах. Наприклад, точка x' належить верхньому обрізу і на проекції твірній 7''-7'' на лобовій проекції, а на горизонтальній площині вона буде точкою x, що належить горизонтальній проекції *VII–VII* тієї самої твірної. Так само будуємо всі точки верхнього обрізу і отримаємо його зображення на горизонтальній площині.

Повторюючи побудову точок верхнього обрізу на горизонтальній площині, отримаємо його проекцію на повздовжньо-вертикальній площині.

Для виявлення характеру кривини поверхні полиці та розвитку основних кутів *α* та *β* і виготовлення робочих креслень полиці потрібно побудувати перерізи її поверхні вертикальними, продольними та поперечними площинами.

Повздовжньо-вертикальні площини будуть зображатися на горизонтальній площині горизонталями aA, a_1a_1 , a_2a_2 та ін. (рис. 3.9). Ці горизонталі проводяться на однаковій відстані одна від одної, наприклад на відстані 20 або 25 *мм*. Перерізи поверхні якою-небуть площиною, наприклад площиною a_6a_6 в продольно-вертикальній площини визначиться точками перетину a_6a_6 з твірними. Наприклад, точка t в горизонтальній площині належить твірній *Ш–Ш*, тоді, проектуючи цю точку на проекцію тієї самої твірної у вертикальній площині, тобто на пряму 3''-3'', отримаємо точку t'. Так само будуємо інші точки S', a_6 та ін., які визначать переріз $a'_6a'_6$.

Всі криві перерізів циліндричної поверхні повздовжньо-вертикальними площинами повинні бути тотожними кривим, зміна кута α дотичної і горизонтальної площини проходе тільки до тих точок поверхні, які розташовуються на різній висоті. Очевидно, що кути α для точок, розташованих на одній висоті, тобто на одній і тій же твірній, будуть однаковими. Із рисунка 3.9 видно, що найбільше значення кута α мають місце на кінці крила полиці і при цьому дуже близькі до $\alpha = 90^{\circ}$.

Для оцінки розвитку кута *β* потрібно побудувати перерізи поверхні поперечно-вертикальними площинами. На горизонтальній площині проекцій ці площини будуть зображатися прямими *bb*, які перпендикулярні до осі *x*.

Проводячи ряд таких прямих на однаковій відстані одна від одної, по точках находимо криві перерізів, і наносимо їх на проекції лобового контуру. На рису. 3.9 показано побудову перерізу площиною *bb* по точках *m*, *n* та інших перетину прямої *bb* з твірними *I–I, II–II, III–III* та ін. Переносячи їх на відповідні проекції тих самих твірних у поперечно-вертикальній площині,

тобто по горизонталях А"В", 1"-1", 2"-2", і т. д., можна відмітити точки b", n", m", котрі і визначать шуканий переріз.

Розглядаючи поперечні перерізи циліндричної поверхні, бачимо, що розвиток кута β між дотичними в горизонтальній площині не більше $\beta = 90^{\circ}$ навіть у правому кінці крила.

Криві перерізи поверхні полиці разом з проекціями контуру повністю визначають його форму і розміри.

4. ПОБУДОВА ПЛУЖНИХ ПОЛИЦЬ З ЦИЛІНДРОЇДАЛЬНОЮ ПОВЕРХНЕЮ

Наступною моделлю поверхні полиці стала модель, яка основана на поверхні циліндроїда з горизонтальними твірними. Параметри цієї моделі були отримані профілюванням полиць майже всіх існуючих європейських плугів, у подальшому ця модель стала класичною і ввійшла в усі підручники з сільськогосподарським машин.

4.1. Геометрична модель циліндроїдальної поверхні

Циліндроїдальною поверхнею називається лінійчаста поверхня в якій всі прямолінійні твірні паралельні між собою та паралельні якійсь площині, що називається площиною паралелізма.

За найбільш розповсюдженого способу проектування поверхонь, яким є кінематичний, за якого поверхня утворюється рухом у просторі прямої лінії, що називається твірною, поверхню циліндроїда можна утворити двома способами. Перший полягає в тому, що прямолінійна твірна має спільні точки з двома напрямними кривими, а другий – коли твірна має спільну точку з напрямною кривою, а її положення визначається кутом нахилу до якійсь площини.

На рису. 4.1 показана схема утворення циліндроїдальної поверхні по двох напрямних кривих. Напрямними лініями є криві *AB* та *CD* з якими твірна g має спільні точки $1 \in (AB)$ та $2 \in (CD)$. У кожному своєму положенні прямолінійна твірна g паралельна площині паралелізма P, а її проекції g_H будуть паралельні сліду P_H площини P.



Рис.4.1. Схема утворення циліндроїдальної поверхні за допомогою двох напрямних кривих

Для виведення рівняння поверхні циліндроїда, яка утворена двома напрямними твірними та положенням прямолінійної твірної в просторі, задамося двома спільними точками $1(x_1, y_1, z_1)$ і $2(x_2, y_2, z_2)$, що належать напрямним кривим:

$$m: x_1(u), y_1(u), z_1(u);$$

 $n: x_2(u), y_2(u), z_2(u),$

де и – деякий параметр.

Для завдання аналітичного опису поверхні циліндроїда в цьому випадку задамо систему координат O_{xyz} так, щоб площина O_{xy} була горизонтальною. Тоді вісь O_z буде розташована вертикально, а горизонтальну площину O_{xy} визначимо площиною паралелізма, тоді кожна твірна g_i буде до неї паралельна.

Запишемо рівняння твірної як рівняння прямолінійної твірної, що проходе через дві точки $1(x_1, y_1, z_1)$ і $2(x_2, y_2, z_2)$, які належать напрямним *m* та *n*:

$$\frac{X - x_1(u)}{x_2(u) - x_1(u)} = \frac{Y - y_1(u)}{y_2(u) - y_1(u)} = \frac{Z - z_1(u)}{z_2(u) - z_1(u)}.$$
(4.1)

Оскільки твірна паралельна горизонтальній площині проекцій, то $z_2(u) = z_1(u)$. Зважаючи на це, рівняння прямолінійної твірної (4.1) буде мати такий вигляд:

$$\frac{X - x_1(u)}{x_2(u) - x_1(u)} = \frac{Y - y_1(u)}{y_2(u) - y_1(u)} = \frac{Z - z_1(u)}{0}$$

звідки приходимо до рівняння поверхні

$$\frac{X - x_1(u)}{x_2(u) - x_1(u)} = \frac{Y - y_1(u)}{y_2(u) - y_1(u)} , \quad Z = z_1(u).$$

На горизонтальній площині проекцій рівняння прямолінійної твірної буде мати вигляд

$$Y = X \frac{y_2(u) - y_1(u)}{x_2(u) - x_1(u)} - x_1(u) \frac{y_2(u) - y_1(u)}{x_2(u) - x_1(u)} + y_1(u).$$

Для завдання поверхні по одній напрямній кривій

та за функцією кута нахилу $\gamma(u)$ до якоїсь площини проекцій запишемо рівняння прямої, яка проходить через точку k, що належить напрямній кривій m у напрямку, заданому кутом γ :

$$Y - y_k = tg\gamma (X - x_k), \quad Z = z_k.$$

Ураховуючи, що координати спільної точки k та кут γ є функціями параметра u, будемо мати рівняння поверхні циліндроїда

$$Y = tg\gamma(u)X - x_k(u) + y_k(u), \quad Z = z_k(u).$$

Якщо кут нахилу твірної γ є сталою величиною, то будемо мати поверхню циліндра:

$$Y = tg\gamma X - x_k(u) + y_k(u), \quad Z = z_k(u).$$

Поверхню циліндроїда з горизонтальними твірними можна аналітично визначити за допомогою напрямної кривої та за законом розташування твірної таким чином. Визначимо напрямну криву *m* у параметричному вигляді

$$m: x = x(u), y = y(u), z = z(u).$$

Твірна поверхні буде паралельна горизонтальній площині проекцій *Оху*. Тоді рівняння твірної буде мати такий вигляд:

$$Y = tg\gamma X + b, \quad Z = a.$$

Для того щоб утворити поверхню, параметри $tg\gamma$, *b* та *a* були функціями якогось другого іншого параметра *u*, до того ж ця напрямна повинна мати спільну точку з напрямною кривою *m*. Із урахуванням цього рівняння поверхні циліндроїда буде мати такий вигляд:

$$Y = tg\gamma(u)X + [y(u) - tg\gamma(u) \cdot x(u)], \quad Z = a(u).$$

Виведемо загальне рівняння поверхні циліндроїда. Для цього помістимо напрямну криву *m* у площину *Oxz*, тоді її рівняння буде мати вигляд:

$$m: Y=0; \varphi=(X,Z),$$

або

X = f(Z).

Рівняння прямолінійної твірної g, яка проходе через точку $A(x_0, 0, z_0)$, що належить напрямній кривій m, буде такий вигляд:

$$g: Z = z_0; Y = (x_0 - X) tg \mathcal{G}.$$

Для утворення поверхні потрібно, щоб кут *9* змінювався за певним законом, тому запишемо

$$tg \vartheta = \phi(Z).$$

Через те що $A(x_0, y_0, z_0)$ належить поверхні, будемо мати

$$\varphi(x_0, z_0) = 0,$$

ado
$$x_0 = f(z_0).$$

Крім того,

$$tg \mathcal{G} = \phi(Z);$$

$$Y = (x_0 - X) tg \mathcal{G};$$

$$Z = z_0.$$

70

Виключаючи звідси x₀ та z₀, отримаємо рівняння поверхні циліндроїда в неявній формі:

$$\varphi\left[\frac{Y}{\phi(X)} + X, Z\right] = 0,$$

або в явній формі

$$Y = \phi(Z) \Big[f(Z) - X \Big].$$

Для виводу рівняння циліндроїда по двох кривих запишемо рівняння цих кривих:

m: *Y* = 0, *X* =
$$f_1(Z)$$
, a for $\varphi_1(X,Z) = 0$;
n: *X* = 0, *Y* = $\varphi_2(Z)$, a for $\varphi_2(Y,Z) = 0$.

Рівняння твірної *g* яка проходе через напрямні *m* та *n*, паралельно горизонтальній площині проекцій буде мати вигляд прямої у відрізках:

$$\frac{X}{x_0} + \frac{Y}{y_0} = 1; \quad Z = z_0.$$

Так як

$$x_{0} = f_{1}(z_{0});$$

$$y_{0} = f_{2}(z_{0})$$

addo

$$\varphi_{1}(x_{1}, z_{0}) = 0 \text{ Ta } \varphi_{2}(y_{1}, z_{0}) = 0,$$

то рівняння поверхні циліндроїда в явній формі буде мати вигляд

$$\frac{X}{\varphi_1(Z)} + \frac{Y}{\varphi_2(Z)} = 1,$$

або в неявній:

$$\varphi_1\left(1-\frac{Y}{y_0},Z\right) = 0;$$
$$\varphi_2\left(y_1,Z\right) = 0.$$

За необхідності закон зміни кута 9 знайдемо так

$$\frac{x_0}{y_1} = \frac{f_1(Z)}{f_2(Z)}.$$

Приміряючись до окремих випадків, можна скласти рівняння для поверхонь циліндра або інших лінійчатих поверхонь.

4.2. Агротехнічні вимоги та загальні зауваження до проектування поверхні на основі циліндроїда

Поверхня циліндроїда є значно складнішою, ніж поверхня циліндра, яка розглядалась у попередньому розділі. Ця поверхня має подвійну кривину, тому підхід до її проектування потребує більше вихідних даних.

Згідно з геометричними моделями поверхня циліндроїда може бути спроектована по двох напрямних кривих, або по одній напрямній кривій та за законом положення твірної. Незалежно від способу утворення прямолінійна твірна у кожному своєму положенні залишається паралельною горизонтальній площині (дну борозни). За першого способу утворення кут нахилу твірної до стінки борозни визначається точками інцидентності з напрямними кривими. За другого способу утворення кут нахилу твірної до стінки борозни задається деякою функцією, від вертикального переміщення.

Вихідні дані в процесі проектування такої поверхні за першого способу:

- глибина *a* і ширина *b* скиби ґрунту, яка піднімається полицею;

- дві напрямні криві поверхні;

- кути установки лемеша до стінки γ_0 і до дна борозни ε_1 .

За другого способу проектування вихідні дані повинні бути такими:

- глибина *a* і ширина *b* скиби ґрунту, яка піднімається полицею;

- кути установки лемеша до стінки γ_0 та дна борозни ε_1 ;

- напрямна крива;

- закон положення твірної.

Для забезпечення якісної роботи полиці напрямну криву потрібно вибрати на основі таких вимог:

- скиба, яка піднімається полицею, має повністю поміщатися на полиці, не пересипатися через неї та не скупчуватися перед нею;

- скиба, яка відкидається, не повинна задиратися крилом полиці;

- полиця повинна якісно розпушувати грунт та якісно загортати рослинні рештки, бур'яни та все, що знаходиться на поверхні поля.

Ці вимоги з сукупністю геометричних моделей поверхонь визначають такі основні етапи проектування:

- на основі агротехнологічних вимог вибір глибини оранки та ширини захвату корпусу плуга;

- вибір кутів установки лемеша до стінки і до дна борозни;

- вибір типу напрямної кривої;

- вибір закону руху твірної в горизонтальній площині;

- завдання зміни кривини напрямної кривої для забезпечення потрібного ступеня розпушування ґрунту;

- побудова каркасу поверхні тобто визначення всіх, без винятку, твірних поверхні.

Геометричні моделі поверхонь дозволяють будувати поверхні полиць аналітично, але більш вдалим є графо-аналітичний спосіб проектування, оскільки має значну перевагу, тому що є наочним, і дозволяє уникнути багатьох труднощів чисельних методів.

На базі циліндроїдальної поверхні можна будувати культурні та напівгвинтові полиці. Культурна полиця має нерозвинене крило і застосовується в першу чергу для розпушування ґрунту, а напівгвинтова призначена не тільки для розпушування ґрунту, але і для загортання рослинних решток. У подальшому метод проектування буде розглядатися для цих двох полиць одночасно.

Вже вказувалось, що поверхню циліндроїда можна побудувати двома способами: по двох напрямних кривих і по одній напрямній кривій за
законом руху твірної. Спосіб побудови по напрямній за законом руху твірної розроблений Н. В. Щучкіним [70]. Перш ніж розробити цей спосіб, було проаналізовано велику кількість європейських полиць, що виготовлялися у різних країнах Європи. На основі вивчення геометрії поверхонь були виведені загальні прикмети поверхонь, що дало змогу розробити цей метод, який став класичним і ввійшов у всі підручники по сільськогосподарському машинобудуванні, підручники по сільськогосподарським машинам та довідникам. Цей метод був впроваджений в промисловість і поверхні всіх плугів, які виготовлялися в 50-х роках були розроблена цим методом. Пізніше, після розвитку обчислювальної техніки та засобів програмування, цей метод неодноразово пристосовувався до автоматичного проектування полиць.

Розробку методу проектування полиць по двох кривих зробив Н. В. Сладков [56]. Однак його метод не став класичним і не здобув такої популярності як метод Н. В. Щучкіна, хоча також увійшов у підручники та довідники.

Недоліком цих методів є те, що вони пристосовані до руху плуга зі швидкістю 5 *км/г*, тобто швидкості руху коня, оскільки він був головною тягловою сило. Слід зауважити, що робоча швидкість тракторів у період 1925 – 1940 рр. також не перевищувала швидкість, яка дорівнювала 5 *км/г*, через те що всі рухомі знаряддя були пристосовані саме до такої швидкості.

4.3. Проектування циліндроїдальних полиць по напрямній кривій та За законом руху твірної

4.3.1. Побудова напрямної кривої

Для побудови культурних або напівгвинтових полиць можна застосувати дугу кола, побудова якої розглянута в підрозд. 3.4, при цьому потрібно керуватися певними даними.

Підвищення розпушувальної властивості полиці досягається за рахунок більш її крутої установки, при цьому кут ε має значення для культурних полиць $\varepsilon = 25...30^{\circ}$, а для напівгвинтових $\varepsilon = 20...25^{\circ}$.

Виліт напрямної *L* (рис. 4.2) визначається залежністю від радіуса *R* початкового кола і від установки лемеша (кут ε)

$$L = R(1 - \sin \varepsilon). \tag{4.2}$$



Рис. 4.2. Схема побудови напрямної кривої для циліндроїдальної полиці Висота *h* напрямної кривої також залежить від *R* та *є*

$$h = R \cos \varepsilon$$
.

Для культурних полиць за малим виключенням L = 160 - 200 мм [70]. Для напівгвинтових $L \approx 220 \text{ мм}$, тобто десь більше.

 $R_{\rm max}$ можна визначити за формулою (3.19), де замість кута γ_0 потрібно взяти кут γ , який відповідає висоті $z = a \cos \delta$.

Н. В. Щучкін [70] на основі досліду проектування дослідження роботи полиць рекомендує для культурних полиць, з метою поліпшення розпушування ґрунту, зменшувати виліт порівняно з тим, який отримується за формулою (4.2), а для напівгвинтових трохи збільшувати, відповідно до глибини оранки. Для глибокої оранки виліт напрямної кривої рекомендується робити більше, ніж для мілкої.

Кут \mathscr{G} між крайніми дотичними (рис. 4.2) у середньому має такі значення: для культурних полиць $\mathscr{G} = 90 + 30 - 5^{\circ} = 115^{\circ}$ ($\varepsilon = 30^{\circ}, \Delta \varepsilon = 5^{\circ}$); для напівгвинтових полиць $\mathscr{G} = 90 + 25 - 5^{\circ} = 110^{\circ}$ ($\varepsilon = 25^{\circ}, \Delta \varepsilon = 5^{\circ}$); при чому для останніх можна брати $\Delta \varepsilon \prec 5^{\circ}$ та $\mathscr{G} \prec 110^{\circ}$ з метою покращання обертання скиби.

Однак дуга кола як напрямна крива, внаслідок постійної кривини, багато в чому поступається кривій, у якій кривина змінюється. Найбільш простою кривою змінної кривини є парабола другого порядку. Якщо парабола описана на колі радіусу *R* (рис. 4.2), тобто обидві криві в точках *B* та *C* мають загальні дотичні, то парабола, як напрямна, дозволяє лемешу краще піднімати скибу за рахунок прямої частини лемеша (*S*). Параболу можна вибрати з будь-якою опуклістю, що дає можливість краще пристосувати поверхню полиці до різних умов роботи, до поліпшеного розпушування і обертання скиби. Ефективнішому обертанню скиби відповідає також більший згин крила за рахунок трохи збільшеної дуги напрямної кривої (наприклад, до точки *F* на рис. 4.2), що збільшує дугу *BC* на $\Delta \varepsilon$ і тому, зменшує кут *9* до величини Перейти від кола до описаної навколо нього параболи нескладно, якщо вибрана величина $\Delta \varepsilon$ і таким чином кут \mathcal{S} між дотичними, а також ширина *S* прямої частини лемеша.

Як вже було зазначено, найпростішою параболою є парабола другого порядку. Аналітична побудова параболи другого порядку стикається з утрудненнями, оскільки вона має найбільш загальне рівняння в неявному вигляді [70], тому в практиці застосовують графічний метод. Графічний метод простий, наочний і дозволяє легко будувати параболу, варіюючи вихідними даними. Для побудови параболи поділяємо дотичні на рівну кількість точок, наприклад на рис. 4.2 дотичні поділені на 10 точок. Нумеруємо ці точки на одній дотичній у прямому порядку: 0, 1, 2, ..., 9, а на іншій – у зворотному напрямку: 9, 8, 7, ..., 0. Потім прямими лініями з'єднуємо точки з однаковими номерами. Саму параболу будуємо, використовуючи з'єднуючі прямі як дотичні.

4.3.2. Визначення закону руху твірної

Закон руху твірної при утворенні циліндроїдальної поверхні полиці визначається кутом її нахилу до стінки борозни. Приймемо, що твірна рухається від дна борозни до самої верхньої точки полиці. Тоді можливі залежності кута нахилу γ до стінки борозни у разі зміни її висоти (координата z) можуть мати такі основні залежності $\gamma = \gamma(z)$, які зазначені на рисунку 4.3.

Найбільш простою буде лінійна залежність (рис. 4.3, І)

$$\gamma = \frac{\Delta \gamma}{H_{\rm max}} z + \gamma_0 \, .$$

За Горячкіним найбільш підходе в деяких випадках параболічна залежність (рис. 4.3, *II*), яка має мінімум. Якщо ця залежність є параболою другого порядку, то будемо мати

$$\gamma = a_1 + a_2 z + a_3 z^2.$$



Рис. 4.3. Можливі залежності закону руху твірної

Для визначення коефіцієнтів цього рівняння потрібно розв'язати систему рівнянь:

$$\gamma_{0} = a_{1} + a_{2}z_{0} + a_{3}z_{0}^{2};$$

$$\gamma_{\min} = a_{1} + a_{2}z' + a_{3}(z')^{2};$$

$$\gamma_{0} + \Delta \gamma = a_{1} + a_{2}H_{\max} + a_{3}H_{\max}^{2}$$

Якщо застосовувати параболи третього або вищих порядків, то треба мати на увазі, що ці криві мають точки перегину, і побудувати поверхню полиці буде неможливо.

На основі вивчення великої кількості європейських полиць Н. В. Щучкін запропонував третій варіант залежності для культурних полиць $\gamma = \gamma(z)$, яка у графічному вигляді представлена на рис. 4.3, *III*. При цьому кут γ зменшується від γ_0 до γ_{min} по одній кривій (парабола або пряма), а

збільшується від γ_{\min} до γ_n по іншій кривій (парабола другого порядку $ax^2 - by - cx^2y = 0$).

Якщо визначити початковий кут $\gamma = \gamma_0$, який відповідає нахилу леза лемеша до стінки борозни, а кінцевий кут $\gamma = \gamma_n$ на висоті H_{max} полиці, то різниця $\Delta \gamma = \gamma_n - \gamma_0$, може слугувати характеристикою загального зростання кута по всій полиці.

Циліндроїди, в яких зростання кута $\Delta \gamma$ не перебільшує $\Delta \gamma = 2 - 7^{\circ}$ застосовуються в як культурні полиці.

Якщо зростання $\Delta \gamma$ досягає більшої величини, наприклад $\Delta \gamma = 7 - 15^{\circ}$, то поверхня буде застосовуватися для напівгвинтових полиць.

Для культурної та напівгвинтової полиці залежність $\gamma = \gamma(z)$ підбирається по трьох точках:

1) початкова точка, відповідає висоті z = 0, задається величиною $\gamma = \gamma_0$, тобто розташуванням леза лемеша;

2) проміжна точка — відповідає висоті полиці $z = z_1 = 50 - 100$ *мм*, задається величиною $\gamma = \gamma_{\min}$;

3) верхня точка – відповідає висоті полиці $z = H_{\text{max}}$, задається величиною $\gamma = \gamma_{\text{max}} = \gamma_n$.

Залежно від призначення та типу полиці вказані параметри вибираємо за табл. 4.1.

Таблиця 4.1

N⁰	Тип полиці	Кут установки	$\Delta \gamma' = \gamma_0 - \gamma_{\min}$	
3/П		лемеша γ_0 ,	(на висоті	$\Delta \gamma = \gamma_n - \gamma_0$
		град	$z_1 = 50 - 100 \text{ MM}$	
1	Культурний	$40 - 45^{\circ}$	від 1 до 2°	від 2 до 7° (серед. 5°)
2	Напівгвинтовий	$35 - 40^{\circ}$	від 2 до 4°	від 7 до 15° (серед. 10°)

Основні параметри залежності руху твірної

78

Побудова залежності $\gamma = \gamma(z)$ для культурних полиць.

Для культурних та напівгвинтових полиць до висоти $z_1 = 50-100$ *мм* нахил твірної до стінки борозни зменшується для того, щоб полегшити підйом скиби на грудину полиці і, таким чином забезпечити легкий рух скиби в бік борозни. Це зменшення кута γ до γ_{min} можна забезпечити побудь якій підходящий кривій (*ab*); зокрема по прямій лінії (пунктирна лінія на рис. 4.4).



Другу гілку *bc* підбираємо по параболі. Н. В. Щучкін рекомендує параболу у такому вигляді:

$$y = \frac{6, 2x^2}{x^2 + 100},\tag{4.3}$$

причому координати цієї кривої $x = z - z_1$ та $y = \gamma - \gamma_{\min}$ віднесені до початку в точці *b*.

Щоб скористатися формулою (4.3) для обчислення кута γ відповідно значенням *x*, потрібно знайти масштаб для величини γ . Цей масштаб визначаємо із співвідношення

$$\lambda = \frac{\gamma - \gamma_{\min}}{y} = \frac{\gamma_n - \gamma_{\min}}{y_n} = \frac{\Delta \gamma}{y_n}.$$

Користуючись формулою (4.3), можна отримати значення кута γ на любій висоті *x*:

$$\gamma = \gamma_{\min} + \lambda y = \gamma_{\min} + \lambda \frac{6, 2x^2}{x^2 + 100}.$$
(4.4)

Для більш повного зрозуміння порядку обчислення кутів *γ* за залежністю (4.3) розглянемо приклад.

Приклад. Для полиці культурного типу оберемо такі основні параметри: $\gamma_0 = 40^\circ$;

 $\gamma_{\min} = 39^{\circ}$ на висоті $z_1 = 75$ мм;

 $\gamma_n = 45^{\circ}$ на висоті $z_n = 325$ мм.

Потрібно знайти проміжні значення кутів γ від γ_0 до γ_{\min} і далі до γ_n .

Якщо для лемеша скористатися лінійною зміною γ , то при трьох рівних інтервалах за висотою зменшення на кожному інтервалі будемо визначати величиною

$$\frac{\gamma_0 - \gamma_{\min}}{3} = \frac{40^0 - 39^0}{3} = \frac{1^0}{3} = 20',$$

і таким чином значення γ до висоти $z_1 = 75 \text{ мм}$ будуть:

для *z* = 0, 25, 50, 75 *мм*,

 $\gamma = 40^{\circ}$, 39°40', 39°20', 39°00'.

Подальша зміна кута γ визначається для нових інтервалів по висоті для 50 мм, γ_{o} визначаємо за формулою (4.3) для $x_n = z_n - z_1 = 325 - 75 = 250$ мм;

$$y_n = \frac{6, 2 \cdot 250^2}{250^2 + 100} = 53, 4 \text{ MM},$$

і, таким чином, масштаб буде дорівнювати

$$\lambda = \frac{\gamma_n - \gamma_{\min}}{y_n} = \frac{45^{\circ} - 39^{\circ}}{53,4} = 1,145^{\circ} \text{ Ha 10 MM.}$$

У такому випадку для інтервалів 50 *мм* по висоті значення $x = z - z_1$ будуть:

x = 0 50 100 150 200 250 *мм*;

Значення у за формулою (4.3):
$$y = 0$$
 12,4 31,0 42,9 49,8 53,4 *мм*;
Значення $\Delta \gamma$ за формулі (4.4): $\Delta \gamma = 0$ 1,42° 3,55° 4,9° 5,68° 6,0°;
 $\gamma = 39^{\circ} 40^{\circ}25' 42^{\circ}33' 43^{\circ}54' 44^{\circ}41' 45^{\circ}.$

Побудова залежності $\gamma = \gamma(z)$ для напівгвинтових полиць.

Закономірність зміни кута γ для напівгвинтових полиць кількісно та якісно відрізняється від тієї, що призначена для полиць культурного типу, оскільки напівгвинтові полиці призначені для більш зв'язних ґрунтів, коли обертання скиби потрібно виконати більш якісно; тому згин верхньої частини крила виконують більшим ($\Delta \gamma = 7-15^\circ$). Збільшується також і западання грудини полиці біля тику з лемешем ($\Delta \gamma' = 2-4^\circ$), щоб полегшити пересування скиби у борозну.

З якісної сторони потрібно використати таку залежність зміни кута γ , котра б забезпечила слабке зростання цього кута внизу на грудині полиці і більше на – крилі. Н. В. Щучкін рекомендує для напівгвинтових полиць користуватися параболами:

для гілки bc (рис. 4.5) – параболою виду

$$y = \frac{x^2}{2p},\tag{4.5}$$

а для гілки *ab* – параболою

$$y = \frac{x^2}{2p'} \tag{4.6}$$

або прямою лінією.



Рис. 4.5. Закономірність зміни кута *у* для напівгвинтових полиць

Параметри *р* або *р*' зручніше вибирати залежної від масштабу для кута

Приклад. Потрібно знайти проміжні значення кута γ для наступних основних трьох його значень:

 $\gamma_0 = 48^\circ$,

 $\gamma_{\min} = 38^{\circ}$ на висоті $z_1 = 50$ мм,

 $\gamma_n = 47^{\circ}30'$ на висоті $z_n = 30 \, MM;$

звідки виходе, що $x_n = z_n - z_1 = 250$ *мм*.

Параметр *p* формули (4.5) підберемо в залежності від масштабу λ для γ . Приймемо, наприклад $\lambda = 0,1$ *град/мм*.

У такому випадку:

$$\lambda = \frac{\gamma_n - \gamma_{\min}}{y_n} = 10,$$

а за формулою (4.5) -

$$y_n = \frac{x_n^2}{2p} = \frac{250^2}{2p};$$

таким чином,

$$y_n = \gamma_n - \gamma_{\min} = \frac{x_n^2}{2p} = \frac{250^2}{2p},$$

γ.

$$2p = \frac{x_n^2}{\gamma_n - \gamma_{\min}} = \frac{62500}{9,5} = 6579.$$

Закономірність для обчислення проміжних значень у прийме такий вид:

$$6579 y = x^2$$
,

де $y = \gamma_n - \gamma_{\min}$, оскільки $\lambda = 10$.

Розташовуючи обчислення у тому самому порядку, як зазначено вище, отримаємо для:

$x = z - z_1 = 0$	50	100	150	200	250 мм;
$y = \gamma - \gamma_{\min} = 0$	0,38°	1,52°	3,43°	6,04°	9,5°;
$\gamma = \gamma_n + y = 38^0$	38°23'	39°31'	41°26'	44°06'	47°30'.

Майже з такою самою точністю можна отримати проміжні значення *у* для гілки параболи *bc* графічним методом.

На рисунку 4.5 побудована гілка *bc* параболи виду $2py = x^2$ з вершиною в точці *b*. Будуємо звичним прийомом, що зрозуміло з рисунку. Важливо підібрати зручний масштаб для γ (на графіку, рис. 4.5, масштаб дорівнює $\lambda = 4 \ cpad/mm$), зважаючи на точність значень γ для прийнятих інтервалів за висотою або для кожного номера твірної. За завданням розглянутого прикладу при інтервалі 50 мм гілка *bc* обхоплює п'ять таких інтервалів, що відповідає п'яти номерам твірних – від номера 3 до номера 7.

Гілку параболи ав будуємо аналогічно.

Відмітимо, що на графіку (рис. 4.5) цифрові відзначки зроблені у градусах та десятих частинах градуса. Якщо градуси перевести у хвилини, то можна переконатися, як близько результатів графічного розрахунку наближаються до результатів γ , що визначені аналітично. Це ще раз доводить корисність застосування графоаналітичних методів у розрахунках робочих органів.

4.3.3. Побудова каркаса поверхонь культурних та напівгвинтових полиць

Поверхні культурної та напівгвинтової полиці мають один і той же спосіб утворення, тому побудову каркаса будемо розглядати для цих полиць одночасно.

Порядок побудови каркаса поверхні культурної або напівгвинтової полиці наведений нижче.

1. По заданій глибині *а* та глибині *b* креслимо профіль борозни та лобовий контур полиці (підрозд. 3.3).

2. Відповідно до призначення полиці вибираємо закономірність зміни кута γ ; обчислюємо аналітично або графічно проміжні значення γ для обраних інтервалів висоти (підрозд. 4.3.2). Отримані дані наносимо у вигляді кривої $\gamma = f(z)$ відповідно до твірних на лобовому контурі полиці (рис. 4.6).

Відзначимо, що проекції твірних на поперечно-вертикальну площину представляються горизонтальними прямими 1''-1'', 2''-2'' і т. д.

3. Будуємо напрямну криву, для цього обчислюємо радіус R напрямної кривої, якщо це дуга кола, вибираємо виліт напрямної L та висоту h; відповідно до вказівок практичного характеру вибираємо ширину S плоскої частини лемеша, кути ε та $\Delta \varepsilon$ і визначається кут \mathcal{G} між крайніми дотичними. Після чого будуємо дугу кола або параболу.

4. Будуємо проекції твірних на горизонтальній площині (плані). На осі *XX* під лобовим контуром із точки *A*, яку приймаємо за носок лемеша, під кутом γ_0 проводимо пряма *AB*. На цій прямій, як на початковій твірній, повинно розташовуватися лезо лемеша. Спроектувавши відрізок *A"B"* поперечного контуру на зазначену пряму, отримаємо у повному вигляді довжину *AB* леза лемеша.

Потім вибираємо місце для площини *NN* напрямної кривої. Для обох полиць напрямна крива – плоска, тому розташовується у площині, яка позначена *NN* на рис. 4.7. По-перше, положення цієї площини обираємо так, щоб вона була перпендикулярна лезу лемеша, по-друге, вона повинна розташовуватися від носка лемеша на певній відстані. На рису. 4.7 показана



Рис. 4.6. Схема побудови каркасу циліндроїдальної поверхні по напрямній та закону руху твірної

схема розташування напрямної кривої. Площина напрямної кривої *BC* для напівгвинтових полиць повинна проходити через п'яту лемеша, а для культурних – крива B_1C_1 – на відстані 2/3 довжини лемеша, рахуючи від його носка (точка *A*).

Щоб бачити неспотворену напрямну криву, площину *NN* суміщаємо з горизонтальною площиною і відносимо в сторону прямій *AB* (рис. 4.6). Потім креслимо дугу кола або параболу відповідно до обраних параметрів ε , $\Delta \varepsilon$, *R*, *S* та ϑ , а також *h* та *L*.

Далі по вертикалі *N'M*, яка проходе через початок напрямної кривої, відмічаємо ті самі інтервали за висотою, які обрані для твірних (25 *мм* або 50 *мм*) на лобовому контурі, і горизонталі 1''-1'', 2''-2'' і т. д.

Точки 1', 2', 3' і т. д. на напрямній параболі переносимо на горизонтальний слід *NN* площини напрямної кривої і отримуємо точки $n_1...n_k...n_5$. Через ці точки повинні пройти горизонтальні проекції твірних, згідно з прийнятим законом їх розташування відносно осі *XX*, тобто згідно з функцією $\gamma = f(z)$.

Зазначимо на простий прийом проведення твірних під заданим кутом γ до осі *XX*. Для прикладу візьмемо твірну, яка розташована під найменшим кутом $\gamma = \gamma_{\min}$ до осі *XX*. Нехай, наприклад, цей кут $\gamma_{\min} = \gamma_k = 41^{\circ}10'$ повинна мати твірна *kk*, яка розташована на висоті $z_1 = Ak'' = N'k'$.

Переміщуючи точку k' напрямної параболи в точку n_k на горизонтальному сліді площини NN, проведемо пряму $n_k m_k$, паралельну осі XX, і відкладемо відрізок $n_k m_k = 100$ мм; з кінця m_k цього відрізку проведемо $m_k l_k \perp n_k m_k$; довжину відрізку $m_k l_k$ виберемо таку, щоб задовольнити такій умові:

$$\frac{m_k l_k}{n_k m_k} = tg \gamma_k = tg 41^o 10'.$$

За таблицею тригонометричних функцій відмічаємо, що $tg41^{\circ}10' = 0,874$, і тому $m_k l_k = n_k m_k 0,874$, але $n_k m_k = 100$ мм, тоді $m_k l_k = 87,4$ мм.

Відкладемо відрізок $m_k l_k = 87,4$ мм і, з'єднавши точку l_k з точкою n_k прямої, отримаємо твірну kk, розташовану під заданим кутом γ_k до стінки борозни (що те саме до осі *XX*). Скориставшись цим прийомом, можна побудувати на горизонтальній площині (у плані) всі твірні, помічені згідно з обраним інтервалам за висотою.



Рис.4.7. Розташування напрямних кривих для культурних та напівгвинтових полиць

5. Побудова абрису полиці на горизонтальній площині. Лезо лемеша *AB* вже побудовано. Користуючись проекціями твірних і лобовим контуром полиці, побудуємо у плані (горизонтальній площини) усі інші контурні лінії простим перенесенням точок. Наприклад, точки 2", 3", 4" і т.д., що розташовані на борозному (правому) обрізі, переносимо на відповідні твірні у плані, отримуючи точки 2, 3, 4 і т.д., які належать борозному обрізу у плані.

Борозний обріз *Bk* лемеша будується залежно від обраної ширини лемішної сталі. Цей розмір у неспотвореному вигляді може бути відкладено по напрямній кривій.

Нехай, наприклад, ширина лемішної сталі дорівнює *B* (На той час, коли розроблялась методика побудови полиці ширина лемішної сталі була *B* = 112-114-127-152 *мм*). Відклавши відрізок дуги N'k' = B по напрямній параболі, відмічаємо точку k', яка розташовується на висоті $z_k = N'k'$. На цій висоті розташується стик борозного обрізу лемеша та полиці. Визначимо на лобовій проекції полиці твірну k''k'' на вказаній висоті z_k . Ця твірна в перетині з лінією борозного обрізу полиці відмітить точку k''. Переносячи цю точку на відповідну проекцію тієї ж твірної (kk) в точку k, відмітимо у плані кінець борозного обрізу. З'єднавши кінець B леза лемеша і точку k прямої, отримаємо борозний обріз Bk лемеша у плані, а потім — і його вертикальну проекцію B''k'', використавши одну або дві проміжних точки, наприклад, точку 1-1'' і т.д.

Верхній обріз у на горизонтальній площині будуємо так само: наприклад, точки r'' та q'', які лежать на верхньому обрізі в лобовому контурі на 6 – й твірній переносяться на ту саму твірну у плані (точки r та q). Ряд таких точок визначить шукану проекцію верхнього обрізу у плані.

5. Побудова перерізів полиці вертикально-поперечними площинами. Ці перерізи потрібні для уявлення обертової властивості полиці і можуть бути використані для виготовлення моделі поверхні.

Будуються ці перерізи так як для циліндричної полиці.

6. Побудова шаблонів. Для виготовлення полиць методом штампування потрібно побудувати її шаблони. Шаблони вирізаємо по кривих, отриманих як перерізи вертикальними площинами, перпендикулярними до леза лемеша, тобто всі ці площини паралельні площині *NN* напрямної кривої і розташовуються на рівних відстанях відносно одна одної. На схемі (рис. 4.6) горизонтальні сліди цих площин відмічені прямими u_1 , u_2 , u_3 і т.д., паралельними сліду *NN* з інтервалами не менше 50 мм, а самі криві побудовані зліва від горизонтальної проекції полиці.

Побудову кривих виконуємо по точках, де площина перерізу перетинається з твірними. Спосіб креслення кривих для шаблонів можна прослідити на прикладі побудови якого-небудь перерізу площиною *u*₂. Спочатку наносимо ряд прямих ліній 0-0, 1-1, 2-2 і т.д., паралельних осі xx, з інтервалами, які дорівнюють інтервалам розташування твірних по висотою. Точку u_2 , де площина перетинає лезо лемеша (нульова твірна), переносимо на лінію 0-0 у точку u'_2 . Потім відмічаємо на горизонтальній площині точки e_1 , e_2 , e_3 і т. д., де горизонтальний слід площини u_2 перетинає 1-у, 2-у, 3-ю та інші твірні. Очевидно, що відрізки u_2e_1 , u_2e_2 , u_2e_3 та інші, є горизонтальними координатами точок e_1 , e_2 , e_3 ... шуканої кривої перерізу. Ординати цих точок визначаємо номером твірної, тому точки кривої будуть одержані тоді, коли на лінії 0 - 0 від точки u'_2 послідовно відкласти відрізки $u'_2e'_1 = u_1e_1$, $u'_2e'_2 = u_1e_2$ та інші, і з кінців відкладених відрізків проведемо перпендикуляри до прямої відповідного номера. Отримана послідовність точок E_1 , E_2 , ..., E_5 разом з початковою точкою u'_1 визначить шукану криву.

8. Побудова польового (лівого) обрізу. Як зазначалось, будуючи поперечний контур полиці, польову сторону (обріз) окреслюємо прямою A''C'', яка трохи відхиляється від вертикалі в сторону полиці, з таким розрахунком, щоб верхня точка обрізу C'' помістилася від вертикальної площини на відстань $\eta = 3,0-10,0$ *мм*. Це виконуємо для полегшення установки ножа. У плані польовий (лівий) обріз представлений прямою AC. Щоб отримати повний вид кривої польового обрізу, потрібно скористатися точками f_1 , f_2 , f_3 та іншими, де горизонтальні проекції твірних 1-1, 2-2, 3-3 та інші перетинаються з польовим обрізом AC. У площині польового обрізу ці точки розташовуються на тих самих висотах, що і відповідні твірні, тому, відклавши прийняті за висотою інтервали для твірних на перпендикулярах до осі XX, проведених через точки f_1 , f_2 , f_3 та інші, можна відмітити точки F_1 , F_2 , F_3 , які визначають форму кривої польового обрізу.

Якщо потрібно дати третю проекцію полиці (у поздовжньовертикальній площині), то її можна здійснити по точках так само.

4.4. Проектування циліндроїдальної поверхні поличних органів по двох напрямних кривим

4.4.1 Проектування напрямних кривих

Проектуючи циліндроїдальну поверхню полиці по двох напрямних кривих, застосовують дві напрямні криві, які розташовані у паралельних площинах і які паралельні поздовжньо-вертикальній площині, тобто стінки борозни. Як напрямні криві в цьому способі також вибираємо параболи. Перша парабола розташована в площині польового обрізу, а друга – у площині, яка проходе через п'яту лемеша (рис. 4.8). У табл. 4.1 за джерелом [56] наведено геометричні параметри для проектування парабол.

Таблиця 4.1

Nº	Тип полиці	Місце розташування параболи	Кут нахилу дотичної в нижній точці α, град	Кут нахилу дотичної в верхній точці, <i>град</i>	Виліт пара- боли R, <i>мм</i>	Висота найвищ ої точки, H _{max} , <i>мм</i>	Кут Ф, град
1	Рухадлова	Площина польового обрізу	24	90	1,1 <i>H</i> _{max}	1,25 b	-
		Площина п'яти лемеша	24	-	-	1,25 <i>b</i>	40
2	Культурна	Площина польового обрізу	20	90	0,9 H _{max}	1,4 <i>b</i>	-
		Площина п'яти лемеша	20	-	-	1,4 <i>b</i>	47,5
3	Напівгвинтова	Площина польового обрізу	16	90	1,1 <i>H</i> _{max}	1.25 <i>b</i>	-
		Площина п'яти лемеша	16	-	-	1.25 <i>b</i>	55

Параметри напрямних парабол



Рис. 4.8. Схема побудови поверхні полиці по двох кривих

Напрямні параболи будуємо по дотичних до них лініях, За розмірами H_{max} та R, які наведені у табл. 4.1 знаходимо верхню точку L параболи польового обрізу. Після перенесення точки L на горизонтальну проекцію проводимо пряму під кутом θ_{max} до перетину з лінією lL'. Точка L' буде верхнім кінцем параболи, яка проходе через п'яту лемеша.

Для побудови параболи польового обрізу із точки *L* проводимо дотичну *LK*, а із точки *A* – дотичну під кутом *α* до горизонту. Кут *α* приймаємо за табл.. 4.1.

Параболу будуємо від точки *L* до точки *P*, яка розташована на висоті $h = 0.03H_{\text{max}}$. Відрізок *AP* є частиною дотичної *AK*. Кут α_1 між нижньою дотичною і дном борозни, як це видно з табл. 4.1, дорівнює куту α . Проводячи через точку *l* дотичну *lK'* під кутом α_1 , точку дотику *p'* до неї параболи беремо на тій самій висоті $h = 0.03H_{\text{max}}$. Верхню дотичну *L'K'* параболи, що проходе через п'яту лемеша, проводимо через точку *L'* під кутом φ . Значення кута φ приймаємо за табл. 4.1.

За графічного проектування парабол кількість точок залежить від масштабу креслення.

4.4.2. Проектування каркаса поверхні

Поверхня полиці за цим методом проектується для відношення розмірів скиби: b/a=1,5 для культурної та b/a=1,6 напівгвинтової.

Для корпусу з культурною полицею передбачається установка на плуг передплужників.

Побудова каркаса поверхні показана на схемі (рис. 4.8). Параметри обрізів поверхні полиці наведені в табл. 4.2. Ці параметри відповідають глибині оранки 18 см.

92

Таблиця 4.2

	Параметр	Тип полиці			
N⁰		рухадлова	культурна	напівгвинтова	
1	Ширина захвату	1,4 a	1.5 a	1.6 a	
	корпусу b, мм				
2	Висота полиці з				
	польової сторони Н,	1,5 a	1,5 a	1.4 a	
	мм				
3	Відстань вищої точки				
	полиці від стінки	2 a	2 a	2 a	
	борозни b', мм				
4	Висота полиці Н _{тах} ,	1,55 a	1,4 <i>b</i>	1,25 b	
	мм				
5	Кут борозного обрізу	48	48	48	
	полиці δ, град				
6	Кут леза лемеша зі				
	стінкою борозни θ_0 ,	50	42,5	35	
	град				
7	Кут верхньої твірної				
	зі стінкою борозни	55	50	45	
	θ_{\max} , $\mathcal{P}pad$				
8	Відношення вильоту				
	параболи до її висоти	0,8	0,9	1,1	
	<u></u>				
	$H_{\rm max}$				

Параметри побудови обрізів полиць

Будуючи контур робочої поверхні із точки *C* на відстані *a* від польової сторони, проводимо під кутом $\delta = 48^{\circ}$ лінію *CC*', яка буде борозним обрізом.

Визначивши за табл. 4.2 висоту полиці в польового обрізу H і висоту H_{max} , з'єднуємо їх прямою лінією t5. Із середини t5 проводимо перпендикуляр до перетину в точці S з перпендикуляром, який проводимо із точки t на опорну поверхню корпусу. Дуга A't, яку проводимо радіусом St, є лінією верхнього обрізу полиці. Продовживши її до перетину з лінією борозного обрізу CC', потім обидва обрізу заокруглюємо.

Борозний обріз у вертикальній проекції проводимо з відхиленням від прямої *CC*' на величину m = 0,05a, польовий обріз — з відхиленням у сторону оранки на величину n = 0,05a.

Для побудови горизонтальної проекції із точки A проводимо лінію Alпід кутом θ_0 до польової сторони, де розташовується парабола, яка знаходиться з польової сторони, з початком у точці A. На відстані bпроводимо пряму lL', паралельну борозній стороні, котра є горизонтальною проекцією параболи, яка проходе через п'яту лемеша з початком у точці l.

Напрямні параболи будуємо так само, як вказано раніше в підрозділі 4.4.1.

Різницю між кутами $\theta_{max} - \theta_0$ приймаємо: для культурної полиці від 4° до 8°, а для напівгвинтової – більше 8°. Інші побудови контуру горизонтальної та бокової проекцій полиці зрозуміло зі схеми, якщо прийняти за вихідні точки перетину твірних 1-1; 2-2; 3-3 і т.д. з напрямними параболами у вертикальній площині.

4.4.3. Побудова розгортки поверхні

Поверхню полиці, з горизонтальними твірними розгортаємо на площину згідно зі схемою, наведеною на рис. 4.9. Будуємо ортогональні криві *II–II*, *IV–IV*. При їх побудові використовують горизонтальну та вертикальну проекції робочої поверхні полиці з нанесеними на ній твірними *1–1*, *2–2*, *3–3* і т.д.

Криві *II–II* та *IV–IV* випрямляємо, для цього кожну з них ділимо на рівні відрізки по 5 *мм*, які з достатньою точністю можуть бути прийняті за прямі лінії. Потім проводимо лінію *AB*, яка дорівнює довжині леза лемеша, і на відстані l_1 та l_2 від точки *A* проводимо вертикальні лінії *II–II* та *IV–IV*, на яких відкладаємо відрізки випрямлених шаблонів які є цими ж лініями (заміряних через 5 *мм*).



Рис. 4.9. Схема побудови розгортки полиці

На випрямлених кривих *II–II* та *IV–IV* відмічаємо точки їх перетину a'', b'', c'', d'', ..., g'' і k'', l'', m'', ..., n'' з горизонтальними твірними, переносячи їх з точок a', b', c', d' та k', l', m', n', відмічених на шаблонах *II–II* та *IV–IV*. З'єднавши точки b'' з l'', c'' з m'', d'' з n'' і т. д. отримаємо горизонтальні твірні в розгортці.

Для побудови контуру розгортки на твірних *b"l"*, *c"m"*, *d"n"* та ін. відкладаємо від лінії *II–II* вправо і від лінії *IV–IV* вліво відрізки, які дорівнюють по довжині відрізкам відповідних твірних у горизонтальній проекції поверхні полиці. Переносячи точки перетину *s'* та *t'* шаблонів *I –II* і *IV–IV* зі стиковою лінією лемеша та полиці у *s*" і *t*" ліній *II–II*, *IV–IV* і проводимо лінію стику в розгортці. З'єднуємо отримані на розгортці кінці твірних, які і визначать контур і розміри розгортки полиці.

4.5. Досвід проектування циліндроїдальних полиць

За наведеними способами були розроблені, виготовлені та випробувані плужні полиці [57] – рис. 4.10 та 4.11.



Рис. 4.10. Робоча поверхня культурного корпусу

96



Рис. 4.11. Робоча поверхня напівгвинтового корпусу



Рис. 4.12. Побудова напівгвинтової полиці

На рис. 4.10 наведено поверхню культурного, а на рису. 4.11 та 4.12 напівгвинтових корпусів для швидкості оранки 1,1–1,5 *м/с*.

Однією з задач подальшого розвитку аграрного виробництва є перехід сільськогосподарських машин на роботу з підвищеними швидкостями, що дозволить значно збільшити продуктивність. Досліди показали, що на швидкостях v = 1,8-2,0 *м/с* можна задовільно працювати з корпусами,

розробленими для швидкості 1,1–1,5 M/c. Для оранки зі швидкістю більше 2 м/с потрібно мати культурні корпуси з робочою поверхнею, яка встановлена більш полого до дна і стінки борозни, і з більшим вильотом напрямної параболи. Однак підвищення швидкості на оранці потребує іншого підходу до проектування поверхонь полиць. Це, в першу чергу зв'язано з тим, що скиба ґрунту на полиці має значну масу, яка змінює напрям руху, тому буде підвищуватися тяговий опір.

Якщо робочі поверхні культурних швидкісних корпусів являють собою горизонтальний циліндроїд зі зміною кутів твірних за рівнянням $y = \frac{6, 2x^2}{x^2 + 100}$, то кути θ лемеша і полиці повинні мати найменше значення, а виліт напрямної робочої поверхні – найбільше значення.

Найбільш раціональним для швидкостей від 6 до 9 *км/г* є кут $\theta_0 = 35^\circ$ при $\theta_{max} - \theta_0 = 5 - 7^\circ$ та $\theta_0 - \theta_{max} = 2^\circ$. Кут $\theta_0 > 35^\circ$ викликає надмірний зсув скиби в бік. Пологі полиці з кутом $\theta_0 < 30^\circ$ мають недостатню міцність. Виліт *L* напрямної кривої робочої поверхні швидкісного корпусу рекомендується збільшити на 10 – 20 *мм* для плавного переміщення скиби по грудині полиці. Відповідно з збільшенням вильоту *L* кут γ лемеша з дном борозни потрібно приймати в межах $25^\circ > \gamma > 15^\circ$ і збільшити довжину прямолінійної ділянки напрямної параболи до S > 60 мм.

Таблиця 4.2

	Призначення корпусу						
	культурний						
	Пошаро-	Оранка	Оранка	Оранка	Оранка	Підйом	
	вий	середніх	середніх	на підви-	грунтів під	цілини та	
	обробіток парів на	грунтів під	грунтів під зернові	щених швидкос-	цукровий буряк,	задерні-	
Пара-						лих	
метр	глибину	зернові	овочеві та	тях 6–9 <i>км/г</i>	коренеп-	грунтів	
полиці	8—16 см.	овочеві та	технічні		неплоди та		
	Може	технічні	культури і		технічні		
	вико-	культури	для		культури		
	ристову-		підйому				
	ватись		трав'яної				

Характеристика плужних корпусів

	при		скиби на			
	оранці		глибину до			
	підзоли-		22 см			
	тих					
	грунтів на					
	глибину					
	до 18 <i>см</i>					
Глибина	18	25	27	20	35	27
а, см						
Ширина	25	30	35	30	40	35
<i>b</i> , <i>см</i>						
Відношен						
b b	1,4	1,2	1,3	1,2	1,14	1,3
ня — а						
Нахил						
леміша	30	30	30	25	30	25
до дна						
борозни						
γ , гра д						
Кут нуль-						
ової твір-	12	42	12	25	12	20
HO Ï θ_0 ,	42	42	42	35	42	38
град						
Кут						
остан-				40		
ньої твір-	47	47	47	40	47	-
ної θ_{max}						
Виліт						
параболи						
L. ММ	170	170	170	210	257	-
Висота						
параболи				a c -	10.5	
h , мм	290	350	350	325	490	-
Кут між						
лотични-						
ми до па-	115	115	115	117	115	-
раболи						

Параметри корпусів наведено у таблиці 4.2 за джерелом [57.].

Швидкісний корпус, який досліджували в різних грунтово-кліматичних умовах і вказав на позитивні результати [57] мав за таких основних параметрів: розрахункова глибина *a* = 20 *см*; ширина захвату корпусу *b* = 30

100

см; кут леза лемеша зі стінкою борозни $\theta_0 = 35^\circ$; кут проміжної твірної $\theta_{\min} = 33^\circ$; кут верхньої твірної $\theta_{\max} = 40^\circ$; кут лемеша з дном борозни $\gamma = 25^\circ$; виліт напрямної параболи L = 210 *мм*; довжина прямолінійної ділянки параболи S = 75 *мм*; кут між дотичними до параболи $\omega = 117^\circ$; кут борозного обрізу полиці $\delta = 55^\circ$; висота полиці з польової сторони H = 325 *мм*; максимальна висота полиці $H_{\max} = 400$ *мм*.

5. ПОБУДОВА ПОЛИЦЬ З НЕЛІНІЙЧАСТОЮ ПОВЕРХНЕЮ

Нелінійчаста поверхня значно відрізняється від лінійчастої, так як утворюється рухом у просторі кривої лінії. Обсяг одної монографії не може вмістити всі відомості про нелінійчасті поверхні, тому в цьому розділі розглянемо найбільш прості методи проектування.

5.1. Загальні зауваження до проектування поверхні

Нелінійчаста поверхня в самому загальному виді утворюється рухом твірної, яка має спільну точку з напрямною. При утворенні нелінійчастої поверхні як твірна виступає крива лінія, яка може лежати у площині або бути просторовою. При цьому виникає дуже важливе питання про параметри твірної та напрямної ліній.

Твірна g в загальному випадку задається рівнянням

$$g = F(x, y, z, a_1, a_2, ..., a_i, ...),$$

де x, y, z – поточні координати твірної;

*a*₁, *a*₂,..., *a*_i – параметри кривої, які задають форму, кривину, тощо.

Для проектування поверхні полиці достатньо взяти напрямну, яка лежить у площині, тоді її рівняння буде мати такий вигляд:

$$g = F(y, z, a_1, a_2, ..., a_i, ...).$$
(5.1)

У цьому випадку напрямна буде розташована у площині, яка перпендикулярна осі *Ох*, що є напрямком руху знаряддя.

Напрямну криву розташуємо в горизонтальній площині, яка є дном борозни, а саму напрямну можемо задати прямою лінією. З урахуванням рівняння (5.1) її рівняння буде таким:

$$y = kx + c \; .$$

Переміщуючи твірну по напрямній, будемо мати залежність параметрів *a*₁, *a*₂,..., *a_i* від координати *x*, тобто

$$g = F[y, z, a_1(x), a_2(x), ..., a_i(x), ...].$$

Зважаючи на те, що твірна може бути опукла або увігнута, або змінювати знак кривини, вибір самої кривої та визначення параметрів є дуже складною задачею.



Рис. 5.1. Побудова нелінійчастих поверхонь: *а* – схема побудови поверхні полиці за поперечними перерізами; *б* – утворення гелікоїдальної поверхні

Загальна схема побудови полиці, коли твірна є поперечним перерізом, наведена на рис. 5.1,*а*. При побудові поверхні [57] задаємося горизонтальним слідом H-H, по якому переміщується переріз *a'b'*, його початковим кутом нахилу α , кутами повороту φ_0 на грудині та φ на крилі

полиці. Горизонтальний слід H ділимо на грудині на n_0 , а на крилі – на nрівних частин і через точки поділу проводимо на вертикальній проекції переріз a'b' під кутами $\alpha + \frac{\varphi_0}{n}$; $\alpha + \frac{2\varphi}{n}$ до $\varphi + \varphi_0$ на грудині та під кутами $\alpha + \varphi_0 + \frac{\varphi}{n}$; $\alpha + \varphi_0 + \frac{2\varphi}{n}$ до $\alpha + \varphi + \varphi_0$ на крилі, після чого будуємо горизонтальні проекції перерізів.

Значення кутів до схеми на рис. 5.1, а наведено в табл. 5.1.

Таблиця 5.1

N⁰	Тип полиці	Кут повороту перерізу, град				
		α	$arphi_0$	arphi		
1	Культурна	35–42	3–20	37–58		
2	Універсальна	40–50	До 2	70		
3	Напівгвинтова	42-3	0–5	75		

Узагальнені значення повороту перерізу поверхні

Слід *Н* перерізу *а'b'* для грудини полиці розташовується на лезі лемеша, а для крила – на прямій, яка паралельна польовій стороні, або на прямій, яка відхиляється в бік борозни або поля залежно від типу полиці.

Для культурних полиць слід *H* перерізів на крилі полиці відходить від напрямку, паралельного польовій стороні, в сторону оранки; у цьому випадку скиба ґрунту переміщується, що спричинює її руйнування. Для універсальних, напівгвинтових і гвинтових полиць слід *H* перерізів для крила полиці розташовується на прямій, паралельній польовій стороні, яка відходе в сторону поля, утворюється збільшений згин борозного обрізу полиці, що сприяє кращому обертанню скиби.

Поверхня, яка утворюється одночасним переміщенням та обертанням твірної, називається гелікоїдальною. Якщо гелікоїдальну поверхню застосовувати як полицю, то виникає питання про розташування осі (прямолінійної напрямної). Ця вісь може розташовуватись як на дні так і нижче дна борозни. Найбільш сприятливим буде розташування осі нижче дна борозни.

Розглянемо утворення найпростішої гелікоїдальної поверхні – прямого гелікоїда. Така поверхня утворюється прямою лінією, яка перпендикулярна осі обертання.

Для утворення поверхні (рис. 5.1, δ) будемо обертати твірну *g* навколо прямої $O - O_1$, при цьому відстань між точками 1 і 2 залишається сталою. Таким чином, проекції всіх точок 2 на площину *H* утворять коло з центром у точці *O*. У разі переміщення точки 2 із положення 2_M в положення 2_N точка опише повне коло, при чому між ними буде відстань *h*. Якщо розділимо відстань *h* на кут, на який повернеться точка 2, то отримаємо параметр гелікоїдальної поверхні

$$S = f(h, \omega) \ [MM/pad].$$

Цей параметр називається кроком поверхні, який вказує на яку відстань зміститься точка 2 при обертанні на кут ω .

Для аналітичного виводу поверхні визначимо систему координат *Oxyz* так, щоб осі *Ox* та *Oy* лежали в площині *H*, тоді ось *Oz* буде до неї перпендикулярна. Якщо точка 1 буде належати осі *Oz*, то отримаємо координати точки 2 у вигляді:

$$x = R \cdot \cos \omega;$$

$$y = R \cdot \sin \omega;$$
,

$$z = S \cdot \omega,$$

де *R* – радіус кола, тобто відстань між точками 1 і 2, *мм*;

S – крок поверхні, *мм/рад*;

 ω – кут повороту радіуса *R*, *pad*.

Складемо квадрати двох перших рівнянь і отримаємо

 $R^2 = R^2 \cdot \cos^2 \omega + R^2 \cdot \sin^2 \omega.$

Оскільки $\cos^2 \omega + \sin^2 \omega = 1$, то будемо мати рівняння точки поверхні в такому вигляді:

$$x^2 + y^2 = R^2,$$

$$z = S \cdot \omega.$$

Як видно із остатнього рівняння, головною ознакою гелікоїдальної поверхні є незмінність радіусу *R*, тобто координат точки на твірної *g*.

Якщо візьмемо систему координат *Oxyz* так, щоб ссі *Ox* та *Oy* лежали на площині H, а вісь *Oz* була до неї перпендикулярна, то рівняння твірної *g* буде мати такий вигляд:

$$y = kx$$
, $z = \alpha$,

де – *k* – кутовий коефіцієнт;

 α – координата по вісі O_z .

Для утворення поверхні запишемо рівняння твірної *g* таким чином:

$$y = tg\omega x$$
, $z = S\omega$.

Слід зауважити, що параметр *S* може бути змінним, тобто бути якоюнебуть-функцією, до того ж твірна може бути кривою лінією.

5.2. Побудова каркаса поверхні полиці переміщенням параболи

Побудову поверхні *К* культурного корпусу [39] починають з визначення горизонтального сліду руху твірної *H*–*H*, який спочатку іде по лезу лемеша під кутом $\theta_0 = 42,5^\circ$ до стінки борозни, а потім по дотичній кінця леза кола радіусом *R* = 125 *мм*, і далі по дотичній до цього кола під кутом *i* = 15° до стінки борозни (рис. 5.2,*a*). У межах поверхні даного типу



Рис. 5.2. Параметри поверхні культурного корпусу: *а* – схема розташування параметрів; *б* – параметри лобового шаблону *VII* перерізу

потрібно розмістити чотирнадцять рівновіддалених лобових перерізів, які утворюються вертикальною площиною перпендикулярно напрямку руху корпусу. Сьомий переріз пройде через правий край лемеша *B*, а чотирнадцятий – через кінець полиці.

За постійного числа перерізів відстань *h* між суміжними перерізами повинна зростати разом із шириною скиби *b*.

Наприклад, при *b* = 250, 300, 350 і 400 *мм* відповідні *h* будуть дорівнювати 40, 50, 55 і 60 *мм*.

Для полиць любого розміру вдається підібрати загальну параболу лобового шаблона. Різною буде тільки лінія використаної дуги шаблона. У великих полиць хорда шаблона *l* дійде до більш віддаленої точки параболи. Тому у великих полиць хорди відповідних перерізів будуть мати більший нахил, ніж у малих полиць. Дотична площина до нижньої частини лемеша повинна мати однаковий нахил у полиць, які відрізняються тільки розміром.

На рис. 5.2, б та в табл. 5.2 наведено параметри лобових шаблонів серії К (культурні) у перерізі *VII*, а на рис. 5.3 та табл. 5.3 – кути нахилу φ та їх хорди в залежно від переміщення вздовж полиці.

Таблиця 5.2

№ полиці	Кут між хордою та дотичною до лемеша ε, <i>град</i>	Кут між хордою та дотичної до параболи у верхній точці µ, град	Довжина хорди <i>l, мм</i>	Відстань між хордами по напрямній параболі <i>с</i> , <i>мм</i>	Довжина прямолінійної ділянки леміша <i>d</i> , <i>мм</i>
1	24,0	-	350	-50	55
2	28,0	32,0	395	0	55
3	31,5	28,5	440	+55	55
4	34,5	25,5	485	+105	55

Параметри поперечних перерізів культурних полиць


Рис. 5.3. Залежність параметрів парабол від поперечного перерізу для культурних полиць

109

Номер перерізу

	Номер полиці					
Переріз	1	2	3	4		
V	49	53	56,5	59,5		
VI	49	53	56,5	59,5		
VII	50,5	54,5	58	61		
VIII	54,5	58,5	62	65		
IX	60	64	67,5	70,5		
Х	67	71	74,5	77,5		
XI	75	79	82,5	85,5		
XII	83	87,5	91	94		
XIII	92	96	99,5	102,5		
XIV	100,5	104,5	108	111		

Кути нахилу хорд для культурних полиць

Полиці типу П (напівгвинтові) будуються таким способом. У цих полиць слід проходе вздовж леза під трохи меншим кутом $\theta_0 = 42^\circ$, а потім по дузі радіуса R = 160 *мм*, і, нарешті, по дотичній, яка паралельна зі стінкою борозни (рис. 5.4,*a*).





Рис. 5.5. Залежність параметрів парабол від поперечного перерізу для напівгвинтових полиць

Таблиця 5.4

Параметри поперечних перерізів напівгвинтових полиць

№ полиці	Кут між хордою та дотичною до леміша ε, <i>град</i>	Кут між хордою та дотичної до параболи у верхній точці µ, град	Довжина хорди <i>I, мм</i>	Довжина прямолінійної ділянки леміша <i>d, мм</i>
1	20,0	27,0	375	60
2	21,5	27,5	420	60
3	22,5	28,0	470	60
4	23,5	28,5	525	60

Таблиця 5.5

	Номер полиці						
Переріз	1	2	3	4			
VI	42,0	43,5	44,5	45,5			
VII	42,0	43,5	44,5	45,5			
VIII	42,5	44,0	45,0	46,0			
IX	44,0	45,5	46,5	47,5			
X	48,5	50,0	51,0	52,0			
XI	57,5	59,0	60,0	61,0			
XII	66,5	68,0	69,0	70,0			
XIII	75,5	77,0	78,0	79,0			
XIV	84,5	86,0	87,0	88,0			
XV	93,5	95,5	96,0	97,0			
XVI	102,5	104,0	105,0	106,0			

Кути нахилу хорд для напівгвинтових полиць

Полиці серії П повинні мати більшу довжину ніж культурні. Тому в них через борозний край лемеша пройде не VII, а VIII перерізів, і вся полиця повинна бути розділена на XVI перерізів. Відстань h між суміжними перерізами можна приймати таку, як у культурної полиці. Шаблони полиць П різних діаметрів утворюються різними, тобто, чим більша полиця, тим більше радіус кривини шаблона. Хорди великих шаблонів мають більший нахил, ніж хорди менших шаблонів, однак у серії П ця постійна різниця в кутах хорд менша, ніж у серії К. При цьому нижня частина шаблонів, які дотикаються до лемеша, повинна мати однаковий нахил для всієї серії. На рис. 5.4, δ у табл. 5.4 наведені параметри шаблонів серії П, а на рис. 5.5 та у табл. 5.5 кути хорди φ – з дном борозни.

5.3. Побудова поверхні гвинтової полиці

Переміщенням та обертанням твірної будується гвинтова полиця. Плужний корпус з гвинтовою полицею добре обертає скибу ґрунту на 180°, що накладає на утворення поверхні певні вимоги. Оскільки скиба ґрунту обертається на 180°, то вона повинна проектуватися на базі гелікоїдальної поверхні, яка утворюється обертанням та переміщенням твірної навколо однієї лінії.

У процесі проектування гвинтової полиці твірна може мати різну форму, Вона може бути опукла в бік обертання або увігнута, або може змінювати свою кривину на протилежну. Загальна схема проектування поверхні з увігнутою твірною [57, 69] наведена на рисунку 5.6.

5.3.1. Побудова вертикальної (поздовжньо-поперечної) проекції.

Для забезпечення стійкого обертання скиби гвинтовою полицею переріз скиби потрібно прийняти у формі паралелограма з нахилом бокових сторін під кутом 10–12° до вертикалі. Така скиба утворюється відрізанням її від стінки борозни ножем, який також має нахил у бік борозни на 10–12°. Косо підрізана скиба не зустрічає опори в процесі обертання з сторони раніше відкинутої косої скиби, обертається на 180° і укладається на дно борозни дерниною донизу.

Формування косого перерізу скиби ускладнює конструкцію ножа та його кріплення до рами. Тому, проектуючи гвинтовий корпус, який встановлюється на раму плуга загального призначення, переріз скиби приймаємо прямокутним.

Побудову вертикальної проекції гвинтової поверхні починаємо з креслення схеми переміщення скиби *ABCD*, заданої параметрами *a* та *b*.



Кут повороту перерізу скиби в момент сходу з поверхні крила приймаємо 140–150°.

Рис. 5.6. Схема побудови гвинтової полиці з увігнутою твірною

Контури поверхні у вертикальній проекції визначаємо схемою обертання скиби так само як при побудові культурних або напівгвинтових поверхонь.

Польовий обріз полиці проводимо паралельно грані скиби *AB* із зазором 10 – 15 *мм*, щоб попередити здирання стінки борозни. Висоту польового обрізу полиці *H* приймаємо рівній ширині скиби *b* мінус 10–20 *мм*. При цьому висота полиці *H*_{max} дорівнює діагоналі перерізу скиби *DB*.

Борозний обріз полиці розташовуємо паралельно деформованій грані відкинутої скиби з зазором 10- 15 *мм*.

Середню частину борозного обрізу проводимо по дузі, паралельній траєкторії ребра скиби *D* із зазором 10 *мм*. Для зачищення дна борозни та переміщення у сторону оранки ґрунту, який осипається з полиці, нижній обріз поверхні в її середній частині доводимо до дна борозни із зазором 20–30 *мм*.

Виліт крила обмежуємо прямою, яка перпендикулярна грані відкинутої скиби на відстані $\frac{1}{4}b - \frac{1}{5}b$ від його верхнього ребра. Обріз крила проводимо по плавній кривій, яка з'єднує борозну кромку з верхньою частиною полиці, останню також плавною кривою з'єднуємо з польовим обрізом.

Проекцію леза лемеша, який підрізає скибу в площині дна борозни, приймаємо такою, щоб вона дорівнювала ширині скиби мінус зазор 10–15 *мм* з боку польового обрізу полиці.

Таким чином, увесь контур робочої поверхні, за винятком борозного обрізу лемеша і лінії стику лемеша з полицею, отримаємо у вертикальній проекції.

Не уточнюючи поки форму лемеша, перейдемо до побудови проекцій твірної. Твірна поверхні у всіх своїх положеннях розташовується у вертикальних площинах, перпендикулярних до стінки борозни. Тому форма і розташування твірної в будь-якій точці робочої поверхні визначається слідом січної вертикальної площини, яка проходе через задану точку перпендикулярно до стінки борозни.

Оскільки у гвинтових корпусах плугів поверхні лемеша та передньої частини полиці близькі до плоского клину, то нижню частину твірної поверхні в межах лемеша та грудини полиці приймаємо у вигляді прямої лінії, яка складає з дном борозни кут *β*.

Дослідження плугів закордонних виробників показало, що на практиці застосуються гвинтові корпуси, в яких полиці мають прямолінійні, увігнуті та опуклі твірні. Існує думка, що для зниження витрат енергії на обертання скиби потрібно застосувати увігнуті твірні, за яких у найменшому ступені утворюються додаткові деформації зминання і згину скиби.

Кут β нахилу твірної до дна в межах лемеша може бути як постійним, який дорівнює 20–24°, так і змінним, від 16 до 26°, Для зменшення зсуву скиби у правий бік кут β_0 нахилу твірної, яка проходе через борозний кінець лемеша, потрібно брати якомога менший, у цьому випадку кут нахилу твірної, що переміщується до польового кінця лемеша, повинен поступово зростати до 24–26° для забезпечення потрібної міцності носка лемеша.

Розглянемо побудову вертикальних проекцій увігнутої твірної згідно зі схемою, наведеної на рису. 5.6.

Вертикальну проекцію лемеша поділимо на чотири рівні частини і через точки поділу проведемо чотири прямі під кутом $\beta_0 = 20^\circ$ до дна борозни. Пряму, проведену через борозний кінець леза леміша *D*, плавно переведемо в увігнуту криву з тим, щоб її верхній кінець пройшов через ребро скиби *B*. Цю криву приймаємо за твірну в її початковому вихідному положенні, яке позначаємо номером 0, з якого починається гвинтова поверхня. Інші три прямі лінії, проведені через точки, що належать лезу лемеша, також плавно переведемо у увігнуті криві, доводячи їх до польового обрізу поверхні.

Для побудови наступних положень твірної розглянемо ряд послідовних поворотів перерізу скиби через кожні 10°.

Коли переріз скиби, ковзаючи по косій площині лемеша, підійде до початку гвинтової поверхні, тобто суміститься з нульовим положенням твірної, тоді він буде повністю відрізаний лемешем і повернений відносно ребра *D* на кут $\beta_0 - 20^\circ$. У своєму подальшому русі по гвинтовій поверхні переріз скиби повинен обертатися спочатку навколо ребра D, а потім відносно ребра С₁. Для забезпечення цього з точки *D* проведемо пучок прямих, які відхиляються послідовно на кут 10°, та позначимо їх порядковими цифрами. Це будуть послідовні положення твірної. Таким чином, у першому положенні твірна складає з дном борозни кут $\beta_1 = 30^\circ$, у другому положенні – кут $\beta_2 = 40^\circ$, у третьому – $\beta_3 = 50^\circ$ і т.д. Якщо нахил стінки борозни до вертикалі прийнято за 10°, то скиба ABCD встане на бокову грань CD після повороту на 80°, тому положення твірної, яке відповідає такому положенню перерізу скиби, буде помічено цифрою 6. У подальшому переріз скиби починає обертатися відносно ребра C_1 під дією другої частини гвинтової поверхні. Відповідно до цього положення твірної, 7, 8, 9 та ін., які забезпечують потрібні переміщення перерізу скиби, будуть також обертатися навколо ребра C_I , розташовуючись до дна борозни послідовно під кутами 90, 100, 110, 120, 130, 140° так, як вказано на рисунку 5.6. Крайнє 12-е положення твірної визначає борозний обріз крила і положення перерізу скиби у момент сходу з полиці.

Як було зазначено раніше, форма твірної може бути різна. Потрібно визначити, що увігнута форма твірної не тільки зменшує витрати енергії, а також підсилює обертання скиби. Найбільшу увігнутість твірної потрібно розташовувати у верхній частині перерізу скиби. Форма твірної у всіх її положеннях може бути сталою або змінюватись. Для підсилення деформації скруту і розпушування скиби потрібно прийняти кривину, яка поступово збільшується при переході від грудини до крила полиці. Обравши форму твірної, будуємо її у всіх положеннях, користуючись накресленим пучком прямих.

5.3.2. Побудова горизонтальної проекції полиці

Горизонтальна проекція поверхні залежить від довжини її гвинтової частини *L*. Під довжиною *L* розуміють відстань між нульовим положенням твірної та обрізом крила, тобто відстань від початку гвинтової поверхні до її кінця.

В існуючих гвинтових полицях відношення довжини гвинтової поверхні до ширини захвату корпусу $i = \frac{L}{b}$ складає 2–4. За менших значень *i* збільшується дія полиці на скибу, а також зменшуються витрати роботи на подолання тертя ковзання скиби по полиці. У тракторних плугах величину *i* потрібно приймати в межах 2b - 2,5b.

Відклавши величину *L* від лінії дна борозни на вертикальній проекції (з припуском 30–50 *мм*), отримаємо розташування початку гвинтової поверхні у плані (горизонтальній площині), тобто нульове положення твірної, яка проходе через борозний кінець лемеша. Побудувавши горизонтальну проекцію нульової твірної, переносимо на неї з вертикальної проекції борозний кінець лемеша і через отриману точку проводимо горизонтальну проекцію його леза, яка складає зі стінкою борозни кут γ_0 .

Горизонтальні проекції різних положень твірної, між її нульовим положенням та останнім 12-м, визначаються залежно від кроку гвинта.

Під кроком гвинта розуміють переміщення твірної по осі гвинта за час повороту на 10°.

Для забезпечення плавного переходу від похилої площини області лемеша до гвинтової поверхні полиці обертання твірної здійснюється з початку з більшим кроком, а потім крок обертання повинен поступово зменшуватись, доходячи до деякої мінімальної величини. Крок твірної може бути визначено побудовою кривої зміни кута обертання твірної залежно від переміщення вздовж осі гвинта. Цю криву зручно будувати на поздовжньо-вертикальній (боковій) проекції полиці в прямокутній системі координат (рис. 5.6).

Для побудови кривої ось абсциси проводимо на боковій проекції поверхні та відкладаємо на ній кути повороту твірної від 0° до 140°. Вісь ординати проводимо правіше лінії дна борозни.

Гвинтова поверхня починається з нульового положення твірної, яка має кут нахилу до дна борозни $\beta_0 = 20^\circ$. Тому початком кривої буде точка *A*, яка визначається координатами: 20° та нульова твірна, а кінцем кривої – точка *B*, з координатами: 140° та 12-та твірна.

За умов сталого кроку гвинта точки *А* та *В* з'єднуються прямою лінією. За змінного кроку точки *А* та *В* з'єднуються параболою або іншою плавною кривою.

Побудувавши плавну криву, відмічаємо на її осі абсциси значення кутів повороту твірної у вертикальній проекції, тобто кути, які дорівнюють 30, 40, 50, ..., 140°, і знаходимо для них відповідні точки на кривій повороту. Проводячи через точки, отримані на кривій, горизонтальні лінії, визначимо положення твірної у плані зі сталим або змінним кроком в відповідно до кривої повороту. Цим точкам потрібно надати ті самі позначення, що і у вертикальній проекції поверхні, тобто *1*, *2, 3, 4, ..., 12*. Для побудови горизонтальної проекції поверхні усі точки перетину твірної з кромками поверхні на вертикальній проекції креслення (за різних положеннь твірної) переносимо на відповідні положення твірної на горизонтальній проекції креслення. Усі отримані точки з'єднуємо плавними кривими.

Бокову проекцію поверхні будуємо справа від горизонтальної проекції за допомогою точок контуру. Для цього проекції твірної в горизонтальній площині продовжимо вправо і від наміченої лінії дна борозни відкладаємо по твірній висоти розташування точок контуру, які вимірюємо на вертикальній проекції. Отримані точки контуру бокової проекції з'єднуємо плавними кривими. Якщо в окремих ділянках контуру на плані окреслення не утворюються, потрібно ввести відповідні корективи як у горизонтальну так і у вертикальну проекції поверхні полиці, щоб забезпечити плавність у всіх трьох проекціях.

Плавність поверхні у цілому перевіряємо проводячи горизонтальні січні площини a, b, c, d, ..., m. Січні площини проводимо на вертикальній проекції поверхні через 40-50 мм. Точки перетину січних площин з вертикальними проекціями твірних і з контурною лінією вертикальною проекцією поверхні переносимо на горизонтальну проекцію і з'єднують плавними кривими. Плавність отриманих у горизонтальній площині кривих перерізів доводить плавність поверхні. Потрібно слідкувати за тим, щоб на поверхні полиці кут нахилу отриманих кривих до вертикально-повздовжньої площини не перевищував 45°, інакше це може призвести до вивантаження ґрунту перед робочим органом. Для запобігання цього недоліку круту частину поверхні в горизонтальній проекції потрібно розтягнути за рахунок збільшення відстані між сусідніми твірними. При цьому відповідно зросте також і загальна довжина гвинтової частини поверхні L і зміниться її бокова проекція. Вертикальна проекція залишиться незмінною.

5.3.3. Побудова ортогональних перерізів

Криві ортогональних перерізів креслимо для виготовлення по них шаблонів щоб творити штамп, або розгортку. Ортогональні січні площини проводимо на горизонтальній проекції поверхні на відстані 50–100 *мм* одну від одної, починаючи з польового кінця стику леміша з полицею. Всі січні площини повинні бути перпендикулярні до лінії леза лемеша.

На рис. 5.6 показані дев'ять ортогональних площин, проведених у горизонтальній проекції перпендикулярно лезу лемеша. Побудову кривих ортогональних перерізів зручно виконувати окремо, накресливши перед тим сітку горизонтальних січних площин, які проведені у вертикальній проекції поверхні. Ортогональні криві будуємо по точках перетину ортогональних січних площин з горизонталями. Координати кожної точки кривої визначаємо з двох проекцій креслення як відстань від даної точки до леза лемеша (координата x) і до дна борозни (координата y). На рис. 5.6 ортогональні криві накреслені у правому верхньому та лівому нижньому кутах креслення полиці.

Після побудови ортогональних кривих можна визначити положення лінії стику з полицею та закінчити креслення проекцій поверхні. Для цього на накреслених ортогональних кривих, які проходять через лемеш, відкладаємо прийняту ширину лемеша і отримані точки переносимо з ортогональних кривих на три проекції поверхні. З'єднавши отримані точки плавними кривими, знаходимо проекції лінії стику. Борозний обріз лемеша проводимо по прямій, яка з'єднує кінець лемеша з борозним кінцем лінії стику.

Раніше було зазначено, що твірна поверхні полиці гвинтового корпусу може бути як увігнута, так і опукла в бік обертання скиби. На рис. 5.7 наведена гвинтова полиця з опуклими твірними [69]. Опукла полиця повинна мати опуклість з максимумом, який дотикається до

перерізу скиби на 2/3 вище ребра D, потім осі A_1 . Таке положення опуклості буде сприяти обертанню зв'язної скиби, яка просякнута коренями рослин. На цьому ж рисунку зображено побудову функції кута повороту твірної у залежності від пересування по лінії напрямку руху плуга. У цьому випадку також використана парабола. Як видно з матеріалу, парабола, а конкретно парабола другого попереднього порядку, знайшла широке застосування в процесі проектування поверхонь полиць. По-перше це зв'язано з тим, що парабола має змінну кривину, яку можна розташовувати так як потрібно, а по-друге, параболу можна побудувати графічно дуже простим способом. На рис. 5.7. для побудови параболи використані прямі лінії, які перетинаються в точці К. Розташування прямих наочно видно з креслення. На кожній прямій 10 точок, які з'єднуються прямими у протилежному визначаються напрямку.



Рис. 5.7. Побудова гвинтової полиці з опуклими твірними



Рис. 5.8. Поверхня гвинтового корпусу зі змінною кривиною

Варіюючи формою напрямної кривої, можна отримати різноманітні поверхні гвинтових полиць. Наприклад, на рис. 5.8 наведено поверхню гвинтової полиці зі змінною кривиною. Тобто на грудині корпусу плуга поверхня увігнута, а на крилі – опукла.

На рис. 5.9 представлена гвинтова полиця, яка утворена рухом у просторі прямолінійної твірної. Ця поверхня також має змінну кривину поверхні.



Рис. 5.9. Лінійчаста поверхня гвинтової полиці зі змінною кривиною

На рис. 5.10 наведена гвинтова полиця з увігнутою твірною



Рис. 5.10. Гвинтова полиця з увігнутою поверхнею

Як видно з наведених рис. 5.8, 5.9 та 5.10, поверхню гвинтового корпусу можна отримати як із нелінійчастої поверхні, так і на базі лінійчастої. Ця можливість забезпечує широкий спектр робочих органів, кривина поверхонь яких може змінюватися потрібним чином.

5.3.4. Побудова розгортки

Гвинтова робоча поверхня не суміщається з площиною, але її приблизна розгортка потрібна для вирізання заготовки, з якої штампується полиця.

Найбільш зручним є спосіб побудови приблизної розгортки частинами. Побудову проводимо в наступному порядку.

Горизонтальну проекцію поверхні ділимо на три частини: передню, середню та задню, проводячи межі між ними по ортогональних площинах. У кожній частині, орієнтуючись по трьох проекціях поверхні, виділяємо середній слід горизонтальної січної площини, що поділяє дану частину на дві приблизно рівні по площі фігури. Кожну частину розгортають відносно виділеного сліду горизонтальної січної площини за допомогою розгортки ортогональних кривих.

Розгортки кривих, розташованих по межах виділених частин, рівні між собою. Суміщаючи розгортки трьох частин поверхні по загальних кривих, отримаємо наближену розгортку полиці.

5.3.5. Побудова гвинтової полиці з коноїдальної поверхні

Коноїдальною поверхнею називається лінійчаста поверхня, в якої лінійчата твірна обертається навколо іншої прямої, причому кут між ними завжди повинен дорівнювати 90°.

Приймемо систему координат *Oxyz*, так як зображено на рису. 5.11. При цьому вісь *Oz* буде вертикальна відносно дна борозни – площина *Oxy*.



Рис. 5.11. Утворення гвинтової полиці з коноїдальної поверхні

Визначимо прямолінійну твірну g, яка паралельна горизонтальній площині O_{xy} . У кожному своєму положенні $g_1, g_2, ..., g_5$ вона проходе через вертикальну пряму – вісь O_z . Плавно обертаючись навколо осі та

переміщуючись уверх твірна утворить коноїдальну поверхню. При цьому всі перерізи поперечними площинами I, II, III, ..., VII будуть увігнутими. Горизонтальні перерізи поверхні k_1 , k_2 , ..., k_5 будуть мати вигляд прямих ліній, які співпадають з твірними.

5.4. Формування поверхні полиці з нелінійчастої поверхні

Побудову поверхні полиці нелінійчастої поверхні запропонували В.С. Обухова та В.Я. Булгаков [49]. Приклад поверхні полиці наведено на рис. 5.12.



Рис. 5.12. Формування напівгвинтової полиці з нелінійчастої поверхні Для формування поверхні використовуються напрямні криві другого порядку c_1^2 , c_2^2 та лезо лемеша k_{11} , з яким напрямні криві мають спільні точки P_{11} та P_{12} .

Формування поверхні відбувається за умови, що коніка k^2 особливих точок розпадається на дві прямі k_1 та k_2 . Для цього способу утворення поверхні характерним є, що кривина поверхні, велика на лемеші, зменшується під час руху до верхнього обрізу. Така кривина може підсилювати розпушування грунту. Як видно з рисунка, цей метод дає добре розвинине крило, що характерно для напівгвинтових полиць. Однак формування поверхні не доведено до методики і практичного застосування, до того ж це формування потребує знань з проективної геометрії.

6. ПОБУДОВА ПЛУЖНИХ ПОЛИЦЬ ЗА ТЕХНОЛОГІЧНИМИ ОСНОВАМИ

У процесі оранки на частинку ґрунту, яка рухається по робочій поверхні корпусу плуга, діють різноманітні сили, тому якість оранки залежить від просторового розташування цих сил, які діють на скибу ґрунту зі сторони робочого органу під час руху знаряддя.

Будь-яка частинка трунту, що розташована в деякій точці на поверхні полиці, знаходиться під дією елементарної сили, що відхиляється від нормалі до поверхні в даній точці на кут тертя φ , який лежить у площині руху даної частинки на цій ділянці поверхні.

Для плужних корпусів різних типів експериментальним шляхом були отримані траєкторії руху ґрунтових частинок по робочій поверхні, що дозволило побудувати макети орієнтації елементарних сил та розробити графічний метод їх визначення. На макетах видно, що орієнтація сил для різних плужних корпусів різна.

У рухадлового та культурного корпусів елементарні сили сходяться, має місце область найбільшого загущення, яка розташована в межах скиби tpyнmy [5, 40]. За характером орієнтації елементарних сил на робочій noверхні рухадлових та культурних корпусів можна виділити три зони: nepuy, яка утворює паралельний пучок прямих – леміш; другу, що дає загущення в деяку область – грудину; третю, яка утворює для більшості випадків систему, що розходиться – крило.

Для з'ясування зв'язку між розташуванням області загущення елементарних сил відносно робочої поверхні полиці, перерізи скиби ґрунту і ступеню розпушування шару оранки розроблено графічний метод побудови геометричної орієнтації елементарних сил, що діють на скибу ґрунту зі сторони робочої поверхні плужного корпусу.

132

6.1. Графічний метод визначення розташування області максимального загущення елементарних сил

Графічні побудови, зв'язані з цим методом, потребують наявності на профілографі корпусу траєкторій руху частинок ґрунту по робочий поверхні та знання кута тертя ґрунту по даній поверхні φ (рис. 6.1). Для цих побудов потрібно мати дві проекції корпусу плуга – горизонтальну та фронтальну, які накреслені на основі профілограми.

У всіх подальших міркуваннях прийнято, що грудина полиці являє собою не циліндроїд, а циліндр. З геометричної точки зору всі побудови направлені на проведення у просторі прямої, яка лежить у площині руху частинки ґрунту, і відхиляється від перпендикуляра до поверхні в даній точці k на кут тертя φ .

Розташування проекцій на аркуші наведено на рисунку 6.1. По горизонтальній проекції креслимо фронтальну і на обидві проекції наносимо траєкторії руху частинок ґрунту.

Для кожної наміченої точки поверхні усі побудови проводимо окремо. Через намічену точку *k* проводимо горизонтально проектуючу площину, зі слідами на горизонтальній площині – *aa*, а на фронтальній – *a'a'*.

На бокову (профільну) площину проекцій наносимо отриманий переріз поверхні площиною – криву *AA*(*aa*,*a'a'*). Елементарна сила лежить у площині руху частинки, яка проходе через точку *k*. Цю площину *Q* можна визначити в даній точці перпендикуляром до поверхні та дотичною до траєкторії.

Беремо горизонтальну твірну, яка проходе через точку k, і дотичну до кривої (переріз корпусу горизонтально проектуючою площиною) AA. Проекцією на W площини дотику до поверхні полиці буде дотична до кривої AA (рис. 6.1). Дотичні до проекцій кривої на площинах проекцій k'l' та $kl \in$ проекціями дотичної до кривої в точці k.



Рис. 6.1. Схема графічного методу побудови елементарних сил: *КН* – перпендикуляр до дотичної в точці *k*; *KL* – дотична до траєкторії руху частинки ґрунту в точці *k*; *KP* – вектор елементарної сили

На площині проекцій W у точці k'' проводимо перпендикуляр до дотичної k''h'. Проекцією перпендикуляра на площину V буде k'h', а на площину H - kh. На горизонтальній та фронтальній проекціях корпусу в точках k та k' проводять дотичні до траєкторії руху частинки ґрунту – kl та k'l'.

Відрізки *kL* та *kH* визначають площину, в якій лежить елементарна сила. Для проведення цієї сили площину треба встановити в положення, коли вона буде паралельна площині *W*, тоді кути і величини відрізків будуть проектуватися без спотворення.

Приведення площини здійснюємо обертанням навколо осей – вертикальної осі, що проходе через точку $L(l, l_0)$ та прямої Lk(lk, l'k').

На площині W отримаємо дійсну величину відрізку $kL-k_1''l''$. З точки k_1'' відкладаємо перпендикуляр $k_1''h_2''=k''h''$. Під кутом φ до $k_1''h_2''$ проводимо відрізок $k_1''p_2''$, який характеризує напрямок елементарної сили. Проекцією $k_1''p_2''$ на $k_1''l''$ буде відрізок $k_1''C''$. Щоб отримати проекції відрізку $k_1''p_2''$ на три площини проекцій, потрібно повернути обернену площину руху частинки ґрунту в початкове положення, яке досягається шляхом повороту навколо вибраних нами осей, що здійснюєм у зворотній послідовності.

Проекціями відрізку *kp* на площині проекцій будуть *kp*, *k'p'*, *k''p''*.

Проводячи аналогічні побудови для всіх намічених точок робочої поверхні плужного корпусу, отримаємо картину орієнтації елементарних сил та область їх загущення.

Маючи графічний метод визначення розташування області максимального загущення елементарних сил, подальші дослідження були спрямовували на з'ясування в різноманітних умовах зв'язку між розташуванням області максимального загущення елементарних сил відносно робочої поверхні полиці, перерізу скиби та ступеня розпушування ґрунту.

Експериментальні дослідження проводилися на плужних корпусах, основні дані яких наведено в табл. 6.1.

Тип поверх- ні	Ширина захвату, <i>мм</i>	Кут лемеша зі стінкою борозни θ ₀ ,	Найбільший кут твірної зі стінкою борозни θ _{max} ,	Кут лемеша з дном борозни ү,	Напрямна виліт L,	а парабола висота h,
		град	град	град	мм	мм
Р	306	53	57	18	188	300
К	278	43	48,5	27	176	250
К	276	42	48	24	160	225
К	220	39	44	26	145	225
ПВ	240	38	56	25	156	225

Основні параметри плужних корпусів

Примітка: Р – рухадловий; К – культурний; ПВ – напівгвинтвий.

За допомогою експериментальних польових досліджень та подальшого аналізу траєкторій руху частинок ґрунту зробили висновки [5]:

 - якісне розпушування ґрунту відбувається в рухадлових та культурних корпусів лише в тому випадку, коли область загущення елементарних сил знаходиться у верхній частині скиби, дуже близько до денної поверхні, і вісь області загущення знаходиться попереду леза та лежить у деякій оптимальній області;

положення області загущення елементарних сил для даного корпусу не
 є сталим, а залежить від швидкості оранки та фізико-механічних
 властивостей ґрунту;

 траєкторії руху частинок ґрунту по робочій поверхні можна розділити на два типи просторових кривих, які плавно переходять одна в одну, і які, крім геометричної форми робочої поверхні, зв'язані з розмірами поперечного перерізу скиби – на грудині полиці – і швидкістю оранки та ступенем зв'язності скиби на крилі полиці;

- плужний корпус, розрахований для одного режиму роботи за умов інших режимів та параметрів скиби буде показувати гірші результати.

Напрямна крива робочої поверхні повинна мати тим меншу кривину, чим для більшої швидкості проектується плуг, щоб область загущення елементарних сил розташовувалась у денній поверхні скиби ґрунту.

Переміщення центра області загущення елементарних сил від оптимального положення погіршує розпушування скиби у більшому ступені при пониженні центра, ніж у випадку виходу області наверх за межі скиби.

6.2. Побудова поверхні полиці на основі загущення елементарних сил

Розроблений графічний метод аналізу роботи плужного корпусу враховує геометричну форму поверхні та умови роботи. Метод складається з двох взаємозв'язаних моментів: нанесення на робочу поверхню теоретичних траекторій руху частинок ґрунту та побудови геометричної орієнтації елементарних сил, діючих зі сторони робочого органа на скибу ґрунту (визначення розташування області загущення елементарних сил).

6.2.1. Побудова траекторій руху частинок ґрунту

Вивчення траекторій руху частинок ґрунту по поверхнях спеціально підготовлених корпусів дозволило зробити висновок, що на грудині та лемеші напрям траекторій залежить головним чином від розмірів поперечного перерізу скиби, а на крилі до цих факторів додається ще швидкість оранки. Розроблений графічний метод [5] дозволяє урахувати ці фактори.

Траекторії руху частинок креслимо на фронтальній (лобовій) проекції полиці з нанесеними на неї кривими від перерізів горизонтально проектуючими площинами. Відстань між площинами достатньо взяти 50 *мм*.

Побудова траекторій руху частинок ґрунту та позначення представлені на рис. 6.2. Спочатку будуємо першу траекторію руху, починаючи від точки *А* носка лемеша.



 AB=b – ширина захвату;
 AK=a глибина установки корпусу;

 AE радіуса B_KA ;
 $CL = \frac{CF + CE}{2}$;

 KF------CK
 $CL = \frac{1}{2}QL$, $Ol \perp QL$;

 Q – точка перетину AE 3 2 – 2;
 $Ll = \frac{1}{2}QL$, $Ol \perp QL$;

 LQ – радіуса R=Ol;
 AQLT – теоретична траекторія;

 $1 - 1'=2 - 2'=3 - 3'= \dots$ $1 - 1'=1' - 1''=2' - 2''=3' - 3''= \dots$

Рис. 6.2. Теоретична траекторія руху частинок ґрунту по заданим розмірам перерізу скиби

AB — ширина скиби, AK — глибина скиби. Від точки B управо відкладаємо від леза лемеша по 20 *мм* і отримаємо точки C(AC=AB+20) та $B_K(A B_K=AB-20)$.

На польовому обрізі відмічаємо точку *D*. *AD=AB*. Точку *D* з'єднуємо з точкою *C*. Вище прямої *CD* на траекторію руху частинок грунту помітно

впливає швидкість оранки. Нижче прямої *CD* траекторії в основному залежать від розмірів перерізу скиби. Нижче твірної на висоті 50 - 60 *мм* траекторії руху залежать тільки від ширини захвату корпуса.

Із точки B_K радіусом AB_K проводимо дугу до зустрічі з прямою CD і отримаємо на ній точку E, а на твірній 2–2 точку Q. З'єднавши точки A та Q по прямій, отримаємо першу нижню ділянку траекторії. Із точки C радіусом CK проводимо дугу до зустрічі з прямою CD у точці F.

Траекторія руху частинки ґрунту, яка рухається з точки *A*, буде перетинати пряму *CD* у точці *L*, відповідно $EL = \frac{EF}{2}$.

Від точки *L* траєкторія руху пройде по дузі радіуса $C_K L(AC_K = AC + 20 MM)$. Дуга *LT* проводиться по крилу не далі точки *T*, яка проектується у точку *B*. Дуга $\Box LT$ – третя дільниця теоретичної траєкторії.

Другу дільницю траекторії $\bigcirc QL$ отримаємо шляхом спряження з дугою *LT*.

Плавна крива *AQLT*, буде являти собою першу теоретичну траекторію руху частинки ґрунту, по якій будемо побудуємо інші.

Визначимо точки перетину першої траекторії з кривими перерізів поверхні вертикальними площинами цифрами *1, 2, 3, 4, ...*.

Від точки 1 по кривій відкладемо деяку довільну хорду 1-1'. Таким же роствором циркуля на подальших кривих відкладаємо відрізки 2-2'=1-1'; 3-3'=1-1'; 4-4'=1-1' ... до зустрічі з твірною 2-2. Плавною кривою з'єднаємо точки 1', 2', 3', 4', ..., а від твірної проводимо пряму, паралельну AQ. Отримаємо другу траєкторію, по якій аналогічно побудуємо інші.

Побудовані таким чином траекторії достатньо точно співпадають з траєкторіями руху, які отримані експериментально.

6.2.2. Застосування методу для побудови області найбільшого загущення елементарних сил

Наведений метод аналізу дозволяє порівняти дані по розпушуванню грунту різними плужними корпусами. Загальна побудова, зв'язана з аналізом, представлена на рис. 6.3, 6.4, 6.5.

Для знаходження центра області загущення елементарних сил достатньо обмежитись 5–6 точками, найбільш характерних для робочої поверхні.

Для спрощення подальших побудов найбільш зручними будуть точки, які лежать на горизонтальних твірних полиці у вертикальній площині, яка проходе через середину грудини.

У табл. 6.2 наведено характеристики плужних корпусів [5] до яких був застосовано метод графічного аналізу побудови траекторій руху частинок ґрунту.

Таблиця 6.2

Марка корпусу плуга	Захват без перекриття b, <i>мм</i>	Захват 3 перекриттям b', мм	Довжина лемеша I, <i>мм</i>	Висота польового обрізу Н _{тіп} , мм	Висота корпусу Н _{тах} , мм	Кут лемеша зі стінкою борозни 0 ₀ , <i>град</i>	Найбільший кут твірної Ө _{тах} , град	Кут нахилу лемеша <i>ү, град</i>	Кут борозного обрізу д <i>, град</i>
5К35	350	370	554	353	435	42	47	30	41
BA	350	370	481	350	430	50	50	28	41
EP-210	350	370	596	350	430	38,3	57,5	18	40
ВИМ-1	300	290	610	290	396	32,5	32,2	16,5	49
ВИМ-2	300	343	576	270	385	36,1	36,9	16,2	43

Основні параметри плужних корпусів

Примітка: 5К35 – напівгвинтовий корпус; ВА та ЕР 210 – культурні корпуси; ВИМ-1 та ВИМ 2 – швидкісні корпуси, близькі до культурних.

Результати графічного аналізу, який проведено з урахуванням перерізу скиби, швидкості оранки та коефіцієнта тертя ґрунту по сталі наведено в табл. 6.3.

Таблиця 6.3

Марка	Коорд област елемен	инати гі загу ітарних	центра щення сил	Поверхня		Розмір скиби	ри	Коефі- цієнт	Швидкість оранки v,	
плуга	Н, <i>мм</i>	L, <i>мм</i>	R _{cp} , мм	№ твірної	№ твірної	а	b	відн.од	<i>JM/</i> C	
5K35	160	120	260	1	10	20	35	0,38	1,5	
BA	200	150	300	0	12	20	35	0,38	1,5	
EP-210	240	120	320	2	9	20	35	0,38	1,5	
ВИМ-1	200	100	280	0	12	20	30	0,38	2,0	
ВИМ-2	150	70	220	1	9	20	30	0,38	2,0	

Дані аналізу по розташуванню областей загущення елементарних сил

Примітка: H – висота центра (оісі) області загущення елементарних сил над дном борозни; L – виліт центру (вісі) області загущення елементарних сил від леза лемеша; R_{cp} – середній радіус кривини фокусуючої частини робочої поверхні.

Порівняння експериментальних даних по розпушуванню з результатами аналізу підтвердило висновок, що найкраще розпушування робить той корпус, центр області загущення елементарних сил якого знаходиться у поверхні скиби ґрунту.

Це пояснює те, що краще розпушування скиби спостерігається в корпусу ВА, який має циліндричну поверхню, ніж у корпусу 5К35.

Аналогічне порівняння двох корпусів для підвищеної швидкості оранки ВИМ-1 та ВИМ-2 показує якісне та стале розпушування грунту. У корпусу ВИМ-1 область загущення розташована значно нижче рівня денної поверхні, що вказує на нерівномірне розпушування зі значними грудками.

Розташування області загущення елементарних сил у денної поверхні грунту забезпечує корпусу ВИМ-2 стійкі розпушувальні властивості за зміни швидкості оранки та коливань коефіцієнта тертя.



Рис. 6.3. Графічний аналіз поверхні плужного корпусу 5К35

У порівнянні з корпусом 5К35 корпус ВИМ-2 дає трохи кращі результати розпушування та укладання скиби за меншого тягового опору, через те що схід розпушеного ґрунту з корпусу 5К35 більш утруднено (площина дії елементарних сил у 5К35 утворює зі стінкою борозни менший кут, ніж у корпусу ВИМ-2).



Рис. 6.4. Графічний аналіз поверхні плужного корпусу ВИМ-1

Теоретичні дослідження та практичні дані дозволяють зробити висновок, що корпус ВИМ-2 є перспективним для подальшого вдосконалення для роботи на швидкостях у межах 7–10 *км/год*.



Рис. 6.5. Графічний аналіз поверхні плужного корпусу ВИМ-2

На основі досліджень можна вважати, що графічний метод дослідження якості роботи корпусів плугів є таким, що достовірно представляє собою процес оранки, а дані, отримані за його допомогою, можуть бути використані для проектування полиць.
6.2.3. Побудова поверхні на основі області загущення елементарних сил

Для підбору параметрів розпушувальної поверхні потрібно мати експериментальні дані про грунт у тому стані, для якого проектується знаряддя.

Під час руху плужного корпусу перед ним утворюються грудки, розміри і форма яких залежать в основному від стану ґрунту та швидкості оранки.

З технологічної точки зору початкова грудка являє собою об'єм в якому (під час переміщення поверхнею полиці) повинні відбуватися послідовно всі явища, які приводять до розпушування грудок до мілкого стану за рахунок розриву зв'язків між частинками ґрунту.

Напрям площини сколювання (кут ψ) залежить від фізико-механічних властивостей ґрунту та швидкості оранки, довжина відколеної ґрудки L – від кута установки лемеша γ : чім крутіше встановлено лемеш, тим менша ґрудка, яка відколюється, однак крутий леміш не дає змоги отримати добре увіґнуту ґрудину для фокусування елементарних сил.

Метод побудови циліндроїдальної поверхні, який запропоновано, має мету підбору таких параметрів, які забезпечать за даного перерізу скиби розташування центра області загущення елементарних сил у денної поверхні скиби (рис. 6.6).

У процесі проектування робочої поверхні плужного корпусу потрібні такі дані, які відносяться до конкретних умов ґрунту.

1. Функціональний зв'язок:

$$L=f_{1}(\gamma,p), \ \psi=f_{2}(\nu,p),$$

де *L* – довжина відколотої грудки;

у – кут установки лемеша до дна борозни;

- *p* вологість ґрунту відносно до загальної вологості;
- *ψ* кут, під яким за напрямком до руху знаряддя проходе сколювання грудки;
- *v* швидкість переміщення знаряддя.



Рис. 6.6. Побудова поверхні з змінним радіусом кривини (парабола): h=300 мм, L=188 мм

2. Коефіцієнт об'ємного зминання *k* (кг/см³), обчислений для меж пропорціональності між зусиллям на рукоятку приладу та глибиною занурення плунжера щільноміра в залежності від зміни вологості та наявності кореневої системи шару оранки.

3. Коефіцієнт тертя ґрунту по сталі -f та ґрунту по ґрунту f'.

4. Кут природного осипу розпушеного грунту.

Для того щоб робоча поверхня змогла повністю проявити свою розпушувальну властивість, потрібно з'ясувати, чи може дана полиця перешкоджати сповзанню в борозну сколотої при стисканні грудки. Ковзання може відбуватись по площині сколювання, якщо кут між нормаллю до площини сколювання та площиною дії елементарних сил більше кута тертя ґрунту по ґрунту *f*'.

У технологічному відношенні циліндроїдальні полиці з параболічною напрямною є правильно підібраною геометричною формою. Це можна побачити з даних табл. 6.4, в якій зведені координати по розташуванню області загущення елементарних сил для трьох поверхонь з однаковою фронтальною проекцією, кутом леза лемеша зі стінкою борозни – θ_0 , кутом установки лемеша до дна борозни – γ та законом зміни кута нахилу твірної до стінки борозни $\theta = f(z)$, але з різною формою напрямної кривої.

Таблиця 6.4

Напрям	ина крива		Область	загущення	Переріз скиби	
тип	висота h,	виліт	висота Н,	винос L, мм	а, мм	b, мм
	мм	L _H , <i>мм</i>	ММ			
Парабола	300	188	137	77	135	30
Дуга R=360 мм	325	207	180	210	135	30
Дуга R=328 мм	300	188	170	185	135	30

Розташування області загущення для трьох корпусів

Перевага циліндроїда є в тому, що збільшення кута твірної зі стінкою борозни приводить до рівномірного розподілу напруженого стану по всьому об'єму грудки, яка вступає на грудину полиці. Параболічна напрямна забезпечує більш якісне фокусування та низьке розташування області максимального загущення елементарних сил, ніж за напрямної у вигляді дуги сталої кривини.

7. ПОБУДОВА СКЛАДЕНИХ РОЗГОРТНИХ ПОВЕРХОНЬ ПОЛИЦЬ КОРПУСІВ ПЛУГІВ ДЛЯ ШВИДКІСНОЇ ОРАНКИ

Підвищення потужності тракторів привело до виникненяння питання про підвищення продуктивності на польових роботах. Підвищити продуктивність можна було тільки за рахунок підвищення швидкості знарядь, оскільки спочатку всі знаряддя працювали на швидкості до 5 км/год, через те що це була швидкість кінної тяги. Особливо гостро постало питання щодо підвищення швидкості в 60–80-х роках минулого століття. Над вирішенням конструювання робочих органів, зокрема корпусів плугів, працювали провідні науково-дослідні інститути: серед них «Всесоюзний механізації сільського господарства» (BIM) Міністерства інститут сільського господарства CPCP та «Всесоюзний інститут сільськогосподарського машинобудування» (BICTOM) Міністерства сільськогосподарського машинобудування СРСР. Оранка в той час була основною операцією обробітку ґрунту, тому дуже багато зусиль було вкладено в розробку корпусів плугів, які змогли б якісно працювати в режимі 6 – 10 км/год.

Наведені у цьому розділі матеріали отримані з праць ВІМу [6, 7, 8], тому вони мають велику експериментальну достовірність.

7.1. Теоретична передмова та геометричні основи

Для досягнення відповіді на питання підвищення швидкості оранки було проведено дуже багато експериментальних досліджень щодо якості роботи значної кількості корпусів плугів як європейського, так і американського виробництва.

Існуючі на той час напівгвинтові корпуси не відповідали вимогам підвищення швидкості. Випробувані напівгвинтові корпуси фірм «Джон Дір» та «Кейс» на оранці важкосуглинистих чорноземних ґрунтів у 1969–1975 рр. (з твердістю 20,79–25,67 $\kappa c/cm^2$ та вологістю 18,6–19,2 % у шарі 10 і 30 *см*) виявили, що на швидкостях 6–12 *км/год* вони гірше розпушують грунт і мають більший тяговий опір, ніж відчізняні швидкісні корпуси. Як правило, після проходу напівгвинтових корпусів типу «Джон Дір» на поверхні поля вміст фракцій грунту розміром менше 5 *см* на 10–12 % менше, ніж після швидкісних корпусів типу КСЭ, а великих – розміром 15–25 *см* – у 2 рази більше. Корпуси типу «Джон Дір» дають також найбільшу кількість великих грудок (розміром 25–40 *см*) на поверхні поля (19–30 % проти 0–6,7 %). Крім того, після проходу корпусу «Джон Дір» залишаються також грудки розміром більше 40 *см*, у той час як жоден вітчизняний корпус таких грудок не залишає.

Аналогічні дані отримані і під час оранки менш твердих ґрунтів (опір грунту 10–15 кг/см²). Характерна при цьому наявність великих грудок розміром 15 – 20 см. Відносно питомого тягового опору, то на низьких швидкостях (від 3 до 5,5 км/год) він на 5–7 % нижче в корпусів «Джон Дір», ніж у вітчизняних. Однак за подальшого збільшення швидкості крива питомого опору корпусу «Джон Дір» різко піднімається вгору (рис. 7.1) і перетинає криву питомого опору корпусу типу КСЭ-21 (ПЛЖ-31). Останнє можна пояснити таким чином: розпушувальна властивість напівгвинтових корпусів нижча, за вітчизняні. Крім того, в усьому шару грунту вони утворюють великі грудки. Внаслідок цього і витрати енергії в них на розпушування менші, ніж у корпусів типу КСЭ (ПЛЖ-31). На малих швидкостях витрати енергії на відкидання скиби усіма корпусами приблизно однакові. Таким чином, менший тяговий опір корпусів «Джон Дір» при з КСЭ-21 пояснюється порівнянні меншими витратами енергії на розпушування.

Зі збільшенням швидкості, як показали досліди, кількість великих грудок під час роботи корпусу «Джон Дір» не зменшується і через те що крило цих корпусів є довшим, ніж у КСЭ-21; при транспортуванні великих грудок у процесі відкидання на великих швидкостях виникає додатковий опір

за рахунок зчеплення корпусів з нерухомою частиною ґрунту. Крім того, сили тиску великих грудок на довге плече крила здійснюють великий обертовий момент плуга, в результаті чого зростає тиск польових дощок на стінку борозни. Ще одним джерелом додаткового тягового опору корпусу «Джон Дір» є збільшення площі контакту його робочої поверхні зі скибою, що переміщується.



Рис. 7.1. Залежність питомого тягового опору к корпусів плугів «Джон Дір» (_____) та ПЛЖ -31 (- - - - - -) від швидкості оранки

Усе викладене відповідає тому, що напівгвинтові корпуси американського типу з точки зору як агротехнічних, так і енергетичних вимог непридатні для роботи на підвищених швидкостях.

Велику перевагу перед ними по агротехнічних та енергетичних показника мають корпуси типу ПЛЖ з полицею, яка має розгортну поверхню.

Ці корпуси мають агротехнічні властивості культурних європейських корпусів, а по енергетичних показниках перевищують їх. Крім того, вони мають перевагу перед напівгвинтовими та культурними корпусами з нерозгортною поверхнею у виготовленні. У процесі штамповки таких полиць не утворюються місцеві витяжки та нерівномірна напруга металу після гартування. На поверхні полиці не утворюються бугри та вм'ятини, наявність яких сприяє залипанню полиці ґрунтом, що не тільки збільшує тяговий опір, а і порушує обертання скиби та її розпушування, а також приводе до хаотичної укладки шарів ґрунту. Ще одна технологічна перевага корпусів ПЛЖ полягає в тому, що під час роботи скиба ґрунту повністю прилягає до розгортною полиці і деформується по ортогональним кривим одноманітно у всіх точках твірних. Важливо також і те, що рух скиби по такій поверхні, його обертання виконується відповідно до основних вимог агротехніки.

Розгортна поверхня відноситься до лінійчастих поверхонь, оскільки утворюється рухом у просторі прямої лінії. Однак не кожну лінійчасту поверхню можна вважати розгортною, наприклад, гіперболічний параболоїд «сідло» має нерозгортну поверхню. Лінійчаста поверхня буде розгортною тоді, коли її можна розгорнути і сумістити з площиною. Ця поверхня має таку перевагу, що її можна отримати простим згином площини і, навпаки, її можна розгорнути в площину без розривів та складок. Найпростіші розгортні поверхні – це конус та циліндр.

Одна із важливих характеристик поверхні – кривина – величина зворотна радіуса кривини. Середня кривина поверхні [9] будь-якій точці визначається за формулою

$$K = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

де R₁ та R₂ – головні радіуси кривини поверхні тобто радіуси кривини головних нормальних перерізів .

Гаусова кривина поверхні визначається так:

$$K_G = \frac{1}{R_1 \cdot R_2}.$$

Для розгортної поверхні полиці Гаусова кривина дорівнює нулю $(K_G=0)$, оскільки $R_1 \neq 0$, а $R_2 = \infty$, тобто один головний переріз поверхні є твірною.

Лінійчасту поверхню полиці можна представити як геометричне місце прямих ліній (рис. 7.2). Виразимо цю поверхню в параметричному вигляді. Виберемо будь-яку лінію, наприклад MN, яка буде напрямною. Поточний радіус-вектор ρ виразимо як функцію параметра $u : \rho = \rho(u)$. Одиничний вектор у кожній точці цієї кривої залежить від параметра u: 1=1(u). Якщо через кожну точку B_1 , B_2 , ..., B_n кривої провести пряму, яка відповідає одиничному вектору 1(u), то отримаємо сімейство прямих ліній. Ці прямі будуть твірними, які визначаються значенням параметра u. Будь-яка точка на твірній, наприклад A, знаходиться на відстані BA=v від напрямної лінії, де v – другий параметр поверхні.





Радіус-вектор будь-якої точки та тієї самої твірної, наприклад *A*, згідно з рис. 7.2; буде дорівнювати

$$r=\overline{O}\overline{B}+\overline{A}\overline{B}.$$

Знаючи, що $\overline{OB} = \rho(u)$, $\overline{AB} = v \cdot l(u)$, де v – скалярний вираз вектора, знаходимо радіус-вектор довільної точки A даної твірної залежності від двох параметрів – u та v:

$$r = \rho(u) + v. \tag{7.1}$$

Рівняння (7.1) є параметричним виразом лінійчастої поверхні полиці. Якщо у цьому рівнянні змінювати *и* за постійного *v*, то отримаємо сімейство напрямних ліній. Якщо зафіксувати *и* та змінювати *v*, то точка буде переміщуватися вздовж твірної, яка відповідає даному сталому значенню *и* напрямної лінії.

Для дослідження властивостей лінійчастої поверхні полиці потрібно скласти векторний добуток двох векторів $[r_u, r_v]$, які мають напрямок нормалей до поверхні, де r_u та r_v являють собою частинні похідні вектора r по параметрам v та u, які відповідно дорівнюють:

$$r_{u} = \rho'(u) + v \cdot 1'(u); r_{v} = 1(u).$$

Векторний добуток записуємо таким чином:

$$n = [r_u \cdot r_v] = \rho'[\rho' \cdot 1] + v[1' \cdot 1].$$
(7.2)

Цей векторний добуток являє собою вектор n, який має напрямок нормалі до поверхні. Коли точка дотику площини рухається вздовж будь-якої твірної, тоді змінюється параметр v за сталого v. Якщо при цьому в рівнянні (7.2) векторні добутки $[\rho' \cdot 1]$ та $[1' \cdot 1]$ непаралельні, то перший доданок сталий, а другий змінюється пропорційно v. Тому векторний добуток (7.1) являє собою вектор n, напрямок якого змінюється при переміщенні вздовж твірної від точки до точки, за при зміни v (рис. 7.3,a). При цьому дотична площина S₁ до поверхні при переміщуванні точки вздовж твірної *AB* обертається навколо неї. Така лінійчаста поверхня буде нерозгортною, яка ще має назву «скісна поверхня».



Рис. 7.3. Розташування нормалей до поверхні: а – нерозгортної;

δ – розгортної

Якщо векторні добутки $[\rho' \cdot 1]$ та $[1' \cdot 1]$ паралельні, то нормалі *n* до поверхні вздовж однієї твірної також паралельні і змінюються тільки за величиною, а дотичні площини у цих точках на даній твірний співпадають між собою. Це признак розгортної поверхні (рис. 7.3,*б*).

Потрібною та достатньою умовою розгортної поверхні є паралельність векторних добутків [$\rho' \cdot 1$] || [1' · 1].

У загальному вигляді лінійчаста розгортна поверхня полиці являє собою геометричне місце дотичних ліній до довільної просторової кривої *AMC*, яка по відношенню до даної поверхні є ребром звороту (рис. 7.4,*a*).



Найбільш простий випадок розгортної поверхні – конічна та циліндрична.

Для конічної поверхні полиці радіус-вектор будь-якої точки $\rho = \rho_0$ сталий та має напрямок до вершини *A* (рис. 7.4,*б*). Так як $\rho = const$, то $\rho' = 0$. Тоді з рівняння (7.2) знайдемо, що вектор нормалі *n* дорівнює [1'·1]·*v* та має напрямок твірної *AB* під сталим кутом відносно системи координат, тобто нормалі вздовж однієї і тієї ж твірної паралельні, і дотичні площини у всіх точках твірної зливаються в одну (дотична площина дотикається до поверхні уздовж всієї твірної.). Тому конічна поверхня полиці, як і інша розгортна поверхня, може бути обвідною однопараметричного сімейства дотичних площин.

Для конічної поверхні ребро звороту, тобто крива *AMC* (рис. 7.4,*a*), до якої дотикаються всі без винятку твірні розгортної поверхні, вироджується в точку, котра у даному випадку є вершиною конуса, і всі твірні проходять через неї.

Циліндрична поверхня (рис. 7.4,*в*) має сталий напрямок одиничного вектора твірної, тобто 1(u)=const. Оскільки 1(u)=const, то 1'(u)=0. Таким чином, для всієї поверхні нормальний вектор $n = [\rho' \cdot 1]$ є сталий вздовж всієї твірної. Для циліндричної поверхні всі твірні AB_1 паралельні між собою, і ребро звороту не існує. Якщо для конічної поверхні ребро звороту вироджується в точку (вершина конуса), то для циліндричної поверхні ця точка віддалена безкінечність.

Обираючи поверхні полиці швидкісного корпусу, було розглянуто 20 варіантів розгортних поверхонь, у тому числі поверхні спеціальних корпусів [68].

Циліндрична поверхня полиці:

- твірні мають нахил до напрямку руху і паралельні горизонту;

- твірні мають нахил до напрямку руху та до горизонту під гострим кутом.

156

Конічна поверхня (один конус), вісь конуса паралельна горизонту і має нахил до напрямку руху:

- вершина конуса за борозним обрізом;

- вершина конуса за польовим обрізом.

Конічна поверхня (два конуса):

- верхній конус з вершиною за борозним обрізом, нижній – за польовим;

- верхній конус з вершиною за польовим обрізом, нижній – за борозним.

Сполучення однієї конічної з однією циліндричною поверхнею:

- конічна поверхня з вершиною за польовим обрізом, зверху до неї – притична циліндрична поверхня;

- конічна поверхня з вершиною за борозним обрізом, зверху до неї – притична циліндрична поверхня;

- циліндрична поверхня, зверху до неї – притична конічна поверхня з вершиною за борозним обрізом;

- циліндрична поверхня, зверху до неї – притична конічна поверхня з вершиною конусу за польовим обрізом.

Сполучення двох циліндричних з однією конічною поверхнею:

- дві циліндричні поверхні і внизу – конічна з вершиною конуса за борозним обрізом;

- дві циліндричні поверхні і внизу – розгортна з ребром звороту за польовим обрізом.

Сполучення циліндричних, конічних з іншими поверхнями:

- зверху конус з вершиною за борозним обрізом, нижче до нього примикає циліндр, ще нижче – конус з вершиною за польовим обрізом;

- зверху конус з вершиною за польовим обрізом, нижче – циліндр, ще нижче – конус з вершиною за польовим обрізом;

- зверху конус з вершиною за польовим обрізом, у середині – циліндр, знизу – конус з вершиною за борозним обрізом; - зверху конус з вершиною за борозним обрізом, до нього примикає циліндр, знизу – конус також з вершиною за борозним обрізом;

- знизу конус з вершиною за борозним обрізом, до нього примикає конус з вершиною за польовим обрізом, зверху – похилий циліндр;

- знизу конус з вершиною за польовим обрізом, до нього примикає конус з вершиною за борозним обрізом, зверху – похилий круговий циліндр;

- зверху циліндр, до нього примикає конус з вершиною за борозним обрізом, знизу – розгортна поверхня з ребром звороту за польовим обрізом;

- зверху циліндр, до нього примикає конус з вершиною за польовим обрізом, знизу – розгортна поверхня з ребром звороту за борозним обрізом.

Аналіз цих варіантів полиць та проведені дослідження довели, що для швидкісної оранки краще за все підходе полиця, отримана від такого сполучення: у нижній частині корпуса – поверхня конуса, вершина якого розташована з польової сторони, у середній – конус, вершина якого знаходиться за борозним обрізом, а зверху примикає поверхня похилого кругового циліндру.

Дослідження та практика показали також, що розгортна поверхня полиці може задовольнити вимогам швидкісної оранки лише в тому випадку, коли її параметри обрані відповідно до вимогам агротехніки.

Проведені дослідження показали, що для виконання якісної оранки на високих швидкостях плуги загального призначення повинні мати корпуси, полиці яких являють собою раціональну сполуку поверхонь двох конусів та циліндра, розташованих певним чином у просторі. Параметри цієї поверхні мають бути обрані на основі технологічних та енергетичних вимог до швидкісної оранки (рис. 7.5).

Побудувати поверхню полиці можна, якщо відомі характер напрямної кривої *O'D* (рис. 7.5, 7.6) та закон зміни кутів нахилу твірної за умови її руху по напрямній кривій (рис. 7.7).



Рис. 7.5. Розгортна полиця швидкісного корпусу, утворена сполученням двох конічних та циліндричної поверхонь

Як напрямну криву в корпусах культурного типу застосовують параболу. Вибір типу напрямної кривої диктується у першу чергу призначенням полиці. Для підвищення розпушування та обертання скиби обирають, як правило, параболу. Напрямною кривою для швидкісних корпусів, які є сполукою трьох видів поверхонь (два конуси та циліндр), слугує спеціальна крива, близька за своїми параметрами до параболи, тому що швидкісні корпуси за своїм призначенням повинні бути рівнозначні культурним.

швидкісних корпусів Напрямна крива для повинна лежати У вертикальній площині, яка перпендикулярна лезу лемеша, та розташовуватись на відстані 300 мм від його носка. Напрямна крива О'Д складається з таких ліній (рис. 7.6): прямолінійної ділянки O'A=S=50 мм, похиленої до дна борозни під кутом $\beta = \beta_0 = \beta_{onm}$; до цієї ділянки примикає крива, яка є ділянкою дуги AB кола перерізу нижнього конуса радіуса R_1 , до

кінця якого примикає ділянка *BC* дуги кола перерізу верхнього конуса радіусом R_2 і потім – дуга CD кола радіусом R_{ϕ} .



Рис. 7.6. Напрямна крива швидкісного корпусу

Зміна кута β нахилу дотичної до дна борозни залежно від координати *z* буде визначати характер напрямної кривої.

Експериментально встановлено, що для швидкісних корпусів початковий кут β нахилу плоскої частини лемеша до дна борозни (рис. 7.6) залежно від швидкості — різний, і тому має певні значення. У точках переходу від нижньої прямої частини до дуги кола переріз нижнього конуса (точка *A*) та від дуги кола перерізу нижнього конуса — до дуги кола верхнього конуса (точка *B*) значення β для швидкісних корпусів такі: $\beta=45^{\circ}$; $\beta_r=53-60^{\circ}$; $\beta_K=98-100^{\circ}$; $\beta_{II}=105-114^{\circ}$. По відомих β ; β_r ; β_K ; β_{II} можна визначити поміжні значення кутів та побудувати напрямну криву.

По чотирьох відрізках (пряма *OA*, дугам кіл *AB*, *BC*, *CD*) можна побудувати гладку напрямну криву *O'D* (рис. 7.6). Скористуємося методом побудови кола, яке доторкається до даної кривої. З цією метою в кожній точці *A*, *B*, *C*, *D* визначимо сімейство кіл:

$$(x-a_n)^2 + (z-b_n)^2 - R_n^2 = 0, (7.3)$$

де *a_n*, *b_n* – координати центрів кіл, що стикуються з даною напрямною у

точках *A*, *B*, *C*;

 R_n – радіус кола, що стикується з кривою.

У параметричному вигляді напрямна крива має вигляд:

$$\begin{array}{l} x = x(t) \\ z = z(t) \end{array}$$
 (7.4)

Можна підібрати значення параметрів a_n , b_n , R_n і таким чином таке коло, що воно з шуканою напрямною кривою поверхні (7.4) в даній точці буде мати дотик високого порядку. Оскільки сімейство кіл характеризується m параметрами (a_n , b_n , R_n), то і дотик кола з даною кривою буде не менше 2го порядку, тобто j=m-1=3-1=2. Відомо, що коло, яке має з кривою дотик 2-го порядку, є такою кривою, що стикається з нею у даній точці.

Замінивши в рівнянні (7.3) значення x поточними координатами x = x(t); z = z(t) напрямної кривої, отримаємо функцію такого вигляду:

$$f(t, a_n, b_n, R_n) = [x(t) - a_n]^2 + [z(t) - b_n]^2 - R_n^2.$$
(7.5)

Оскільки дотик шуканого кола, яке стикається з напрямною кривою, має 2-й порядок, то для визначення її параметрів достатньо до рівняння (7.5) додати два рівняння, котрі можуть бути отримані після взяття першої та другої похідної від рівняння (7.5):

$$\begin{bmatrix} x(t) - a_n \end{bmatrix}^2 + \begin{bmatrix} z(t) - b_n \end{bmatrix}^2 - R_n^2 = 0 2 \{ \dot{x}(t) \begin{bmatrix} x(t) - a_n \end{bmatrix} + \dot{z}(t) \begin{bmatrix} z(t) - b_n \end{bmatrix} \} = 0 2 \{ \ddot{x}(t) \begin{bmatrix} x(t) - a_n \end{bmatrix} + \ddot{z}(t) \begin{bmatrix} z(t) - b_n \end{bmatrix} + \dot{x}^2(t) + \dot{z}^2(t) \} = 0$$
(7.6)

Для визначення параметрів a_1 , b_1 , та R_1 коло, яке стикається з нижньою ділянкою напрямної кривої, будемо рахувати відрізок *OA* прямолінійним (рис. 7.6). Позначимо координати точки A : $x(t_A) = x_A$; $z(t_A) = z_A$. З урахуванням цього рівняння (7.6) запишемо так:

$$\left\{ \begin{pmatrix} x_A - a_1 \end{pmatrix}^2 + (z_A - b_1)^2 - R_1^2 = 0 \\ \dot{x}_A (x_A - a_1) + \dot{z}_A (z_A - b_1) = 0 \\ \ddot{x}_A (x_A - a_1) + \ddot{z}_A (z_A - b_1) + \dot{x}_A^2 + \dot{z}_A^2 = 0 \\ \end{bmatrix} .$$

$$(7.7)$$

Вирішивши (7.7), отримаємо:

$$\begin{aligned} a_{1} &= x_{A} - \dot{z}_{A} \frac{\dot{x}_{A}^{2} + \dot{z}_{A}^{2}}{\ddot{z}_{A} \dot{x}_{A} - \ddot{x}_{A} \dot{z}_{A}} \\ b_{1} &= z_{A} + \dot{x}_{A} \frac{\dot{x}_{A}^{2} + \dot{z}_{A}^{2}}{\ddot{z}_{A} \dot{x}_{A} - \ddot{x}_{A} \dot{z}_{A}} \\ R_{1} &= \frac{\left(\dot{x}_{A}^{2} + \dot{z}_{A}^{2}\right)^{\frac{2}{3}}}{\ddot{z}_{A} \dot{x}_{A} - \ddot{x}_{A} \dot{z}_{A}} \end{aligned}$$

$$(7.8)$$

За аналогією з попереднім можуть бути визначені і параметри a_2 , b_2 , R_2 дуги кола перерізу верхнього конуса, яке стикується з напрямною кривою в точці $B(x_B, z_B)$:

$$a_{2} = x_{C} - \dot{z}_{C} \frac{\dot{x}_{C}^{2} + \dot{z}_{C}^{2}}{\ddot{z}_{C} \dot{x}_{C} - \ddot{x}_{C} \dot{z}_{C}}$$

$$b_{2} = z_{B} + \dot{x}_{B} \frac{\dot{x}_{B}^{2} + \dot{z}_{B}^{2}}{\ddot{z}_{B} \dot{x}_{B} - \ddot{x}_{B} \dot{z}_{B}}$$

$$R_{2} = \frac{\left(\dot{x}_{B}^{2} + \dot{z}_{B}^{2}\right)^{\frac{2}{3}}}{\ddot{z}_{B} \dot{x}_{B} - \ddot{x}_{B} \dot{z}_{B}}$$

$$(7.9)$$

Центр кривини $O_1(a_1, b_1)$, який відповідає точці $A(x_A, z_A)$ напрямної кривої, буде центром кола, яке стикується з напрямною кривою в даній точці. Таким чином, радіус кривини кривої у цій точці також буде радіусом кола, яке стикується з нею. Центром кривини кривої в точці $B(x_B, z_B)$ буде $O_2(a_2, b_2)$, а радіусом – R_2 .

Аналогічно можна визначити і параметри кола перерізу циліндра (на крилі полиці), яке стикується з дугою кола верхнього конуса:

$$a_{3} = x_{C} - \dot{z}_{C} \frac{\dot{x}_{C}^{2} + \dot{z}_{C}^{2}}{\ddot{z}_{C} \dot{x}_{C} - \ddot{x}_{C} \dot{z}_{C}}$$

$$b_{3} = z_{C} + \dot{x}_{C} \frac{\dot{x}_{C}^{2} + \dot{z}_{C}^{2}}{\ddot{z}_{C} \dot{x}_{C} - \ddot{x}_{C} \dot{z}_{C}}$$

$$R_{3} = \frac{\left(\dot{x}_{C}^{2} + \dot{z}_{C}^{2}\right)^{\frac{2}{3}}}{\ddot{z}_{C} \dot{x}_{C} - \ddot{x}_{C} \dot{z}_{C}}$$

$$(7.10)$$

Якщо в рівняннях (7.8)–(7.10) знаменник перетвориться в нуль, тобто радіус кривини $R_n \to \infty$, то коло, яке стикується з напрямною кривою, не існує. Інакше кажучи, якщо:

$$\begin{vmatrix} \dot{x}(t) & \ddot{x}(t) \\ \dot{z}(t) & \ddot{z}(t) \end{vmatrix} = 0, \qquad (7.11)$$

то $R_n = \infty$, а значить, і коло, яке стикується, перетворюється в дотичну до напрямної кривої поверхні.

Якщо рівняння напрямної кривої задано в явному вигляді: z=z(t), то роль параметра буде грати абсциса x. При $\dot{x}=1$ та $\ddot{x}=0$ координати центра кола та його радіус можуть бути визначені за формулами:

$$\begin{array}{l} a_{i} = x_{n} - \dot{z}_{n} \frac{1 + \dot{z}_{n}^{2}}{\ddot{z}_{n}} \\ b_{i} = z_{n} + \dot{x}_{n} \frac{1 + \dot{z}_{n}^{2}}{\ddot{z}_{n}} \\ R_{i} = \frac{\left(1 + \dot{z}_{C}^{2}\right)^{\frac{2}{3}}}{\ddot{z}_{n}} \end{array} \right\},$$
(7.12)

де i = 1...3; n -знак точки (A, B, C).

З практичних міркувань нижня ділянка напрямної кривої взята прямолінійною. Але, до прямої O'A, яка виходе з початку координат, можна підібрати безкінечну кількість стичних кіл радіусом $0 \le R_n \le \infty$. Для конкретного випадку потрібно задати додаткові умови, які диктуються технологічними та технічними вимогами, що визначають радіус стикуючого кола. Відомо, що нижня частина корпусу плуга відноситься до грудини полиці, форма та параметри цієї частини полиці визначають якість розпушування ґрунту, енергетичні показники та працездатність плуга. За малих радіусів R_1 корпусу якісно розпушують грунт, але схильні до залипання.

Кут нахилу γ твірної поверхні полиці до стінки борозни за умови переміщення її по напрямній кривій в гору змінюється (рис. 7.7,а) залежно від параметра *H*. Встановлено, що кут нахилу твірної до стінки борозни на

лемеші корпусів культурного типу має визначене початкове значення γ_0 , яке характеризується кутом установки його леза до стінки борозни. У подальшому за збільшення *H* він зменшується, і чим вища швидкість, тим скоріше зменшується кут γ до γ_{min} . Зменшення кута γ до γ_{min} у нижній частині корпусу плуга сприяє поліпшенню руху ґрунту та виключає зайвий підйом його вверх по полиці. Чим менше γ_{mi} , тим раніше скиба ґрунту зійде з полиці. Це особливо важливо для швидкісних корпусів. Мінімальне значення кута γ відповідає висоті 60–80 *мм*. Далі зі збільшенням *H* кут γ всіх корпусів збільшується. При H=320–400 *мм* він досягає найбільшої величини: 34–35° (ПЛЖ-71), 37–38° (ПЛЖ-31) та 44° (К-35 або ПЛЕ-21).



Рис.7.7. Залежність кута нахилу твірної швидкісного корпусу до стінки борозни від параметра *H* та швидкості *v*

Для швидкісного корпусу характерна більш різка зміні кута *у* при переході від лемеша до грудини полиці. Такий різкий поворот полиці в нижній частині необхідний в першу чергу тому, що швидкісні корпуси мають більш круту установку лемеша за напрямком руху. Дослідженнями встановлено доцільність установки лемеша швидкісного корпусу під більшим кутом до стінки борозни, ніж лемеша низько швидкісного корпусу. Це забезпечує певний виграш у тяговому опорі, але при цьому, щоб забезпечити вільний схід скиби в бік без його лишнього підойму на полицю, потрібно різко зменшити кут установки твірної при переході з лемеша на грудину полиці. Як показали дослідження, γ_{min} швидкісних корпусів повинен бути менше, ніж нешвидкісних. І чім більша швидкість, тим меншим має бути кут γ_{min} .

Таким чином, величина γ_{min} швидкісного корпусу залежить від співвідношення швидкостей швидкісного корпусу *v* та нешвидкісного еталонного корпусу *v_H*:

$$(\gamma_{\min})_C = f_C \left(\frac{v_H}{v_C} \right).$$

Кут γ_{min} відповідає куту γ_r , нахилу твірної на грудині полиці. Кут γ_{κ} нахилу твірної, який відповідає напрямній кривій в точці *B* (рис. 7.6), визначає постановку крила полиці та обертання скиби. Оптимальні значення γ_r та γ_{κ} представлені на рис. 7.7,6 для різних швидкостей. Кут γ_{κ} на крилі полиці всіх типів корпусів (швидкісних та нешвидкісних) більше, ніж на грудині γ_r . Зростання кута нахилу твірної до стінки борозни на крилі полиці диктується необхідністю якісного обертання скиби.

Характер напрямної кривої та нахил кутів твірної до стінки борозни дозволяють побудувати розгортну складову поверхню полиці корпусу плуга.

7.2. Побудова складової поверхні полиці

Поверхня полиці, яка складається з розгортних поверхонь конусів та циліндра схематично представлена на рис. 7. 8.



Рис. 7.8. Схема складової поверхні полиці та розташування основних параметрів

Дослідженнями роботи швидкісних корпусів показано, що основними їх параметрами, які суттєво впливають на якість роботи, є такі: виліт Lнапрямної кривої, ортогональний лезу лемеша; початкові кути β , β_1 , β_2 нахилу дотичної площини поверхні лемеша, грудини та крила до дна борозни; кути γ , γ_1 , γ_2 нахилу горизонтальної проекції твірної до стінки борозни. Вибір цих параметрів залежить як від умов роботи (фізикомеханічні властивості ґрунтів), так і від режиму роботи і передусім від швидкості руху.

Проектуванню поверхні полиці має перебувати обґрунтування основних вихідних даних: виліт напрямної кривої *L*, кути установки лемеша β , γ , грудини $\beta_{!}$, γ_{1} та крила β_{2} , γ_{2} полиці до дна та стінки борозни (рис. 7.8, 7.9).

7.2.1. Обґрунтування напрямної кривої

Напрямна крива розташовується в площині, яка перпендикулярна лезу лемеша та знаходиться на відстані 300 *мм* від його носка. Напрямна крива має три ділянки (рис. 7.9): прямолінійну A_3B_3 та відрізків дуг B_3C_3 та C_3D_3 радіусом R_H та R_b . Величина прямолінійної ділянки $A_3B_3 - 50-60$ *мм*. Для визначення радіуса R_H відкладаємо від точки A_3 висоту, яка дорівнює глибині оранки. Провівши перпендикуляр з отриманої точки A' до перетину з перпендикуляром, проведеним до A_3B_3 з точки B_3 , отримаємо центр кола O_H . Відклавши дугу з кутом розхилу $\Delta\beta_1 - \beta$, знайдемо точку C_3 . На продовженні радіуса R_H , проведеного з точки C_3 відкладаємо радіус верхньої конічної поверхні R_b , який визначаємо в такий спосіб (рис. 7.9).



За кривині напрямної кривої

$$\frac{1}{R_b} = \frac{d^2 z}{dx_1^2}$$

елемент скиби з масою dm на ділянці dx має силу інерції

$$\frac{v_0^2}{R_b} dm = \frac{\gamma_{ab}}{g} v_0^2 \frac{d^2 z}{dx_1^2} dx_1, \qquad (7.13)$$

де v_0 – відносна швидкість руху скиби.

Оскільки

$$\frac{v_{ab}}{g}v_0 \frac{d^2 z}{dx_1^2} = q, \qquad (7.14)$$

де q – сила, віднесена до одиниці дуги,

то з рівняння (7.13) знайдемо

$$R_b = \frac{v_0^2}{q} \frac{dm}{dx_1}.$$
 (7.15)

Спрощуючи вирішення задачі, зневажаємо зміною відносної швидкості руху скиби по полиці, бо вона незначна при порівнянні з абсолютною швидкістю. Приймаючи, що рівномірному відносному руху плужного корпусу відповідає рівномірний відносний рух скиби по полиці, отримаємо:

$$v_0 = \varepsilon v = const$$
,

де *є* – коефіцієнт пропорціональності.

Позначивши $dm \frac{\varepsilon^2}{q}$ через k_0 , отримаємо

$$R_b = k_0 \frac{v^2}{L},$$
 (7.16)

де k_0 – коефіцієнт (для швидкісних корпусів дорівнює 0,009 c^2 на основі експериментальних даних).

Визначаючи параметри і форми напрямної кривої, потрібно враховувати її виліт *L* на висоті корпусу *h* (рис. 7.9). Чим більша швидкість, тим більшою має бути величина *L*. Числові значення наведені в табл.. 7.1.

7.2.2. Визначення кутів установки лемеша до дна та стінки борозни

У процесі проектування швидкісних корпусів суттєвим є з'ясування оптимальних початкових значень кутів β та γ установки лемеша до дна та стінки борозни. Від величини цих кутів залежить ступінь розпушування грунту та боковий зсув скиби при вступу на поверхню полиці.

Оптимальний кут установки лемеша до дна борозни β обирають у залежності від ґрунтових умов та швидкості руху.

В результаті проведених теоретичних та експериментальних досліджень встановлено, що кожній швидкості руху знаряддя відповідає своє оптимальне значення кута β (рис. 7.10). Кут β , який відповідає мінімальному значенню питомого опору k, може бути прийнятий як β_{onm} . За умови $\beta = \beta_{onm}$ розпушування ґрунту клином за вмісту фракцій менше 5 *см*, а також більш крупних ґрудок задовольняє агротехнічним вимогам. З збільшенням швидкості оптимальний кут β зменшується (табл. 7.1). Вибираючи кут установки лемеша до дна борозни, потрібно враховувати не тільки оптимальне значення кута β , яке відповідає даній швидкості, а і брати до уваги конструктивні та технологічні параметри (стійкість руху плуга по глибині, зручність кріплення лемеша та ін.).



Рис. 7.10. Зміна питомого тягового опору залежно від кута розпушування та швидкості оранки

Експериментально встановлено, що на даному етапі технічно можливо для швидкісних корпусів обирати кут β не менше 23°. При $\beta < 23^{\circ}$ порушується стійкість ходу плуга по глибині, леміш треться тильною стороною по дну борозни та залипає ґрунтом. З урахуванням цього для оранки на швидкості 9–12 *км/год* були рекомендовані корпуси, лемеші яких встановлені до дна борозни під кутом $\beta=23^{\circ}$, на швидкостях 6–9 *км/год* – $\beta=27-29^{\circ}$. Кут установки леза лемеша до стінки борозни повинен обиратись таким чином, щоб полиця при проектуванні була якомого коротша.



Рис. 7.11. Залежність питомого тягового опору від кута установки лемеша до стінки борозни та швидкості оранки

Таблиця 7.1

Залежність основних параметрів швидкісного корпусу від швидкості

v, км/год	L, мм	β, град	β₁ град	β₂ <i>град</i>	ү, град	ү1, град	<i>γ₂, град</i>
8	170	27–29	90	94	38	36	45
10	215	23–24	55	98	45	32	38
12	215	20	55	98	45	30	36
15	260	16	60	100	42	28	35
18	-	13	62	102	-	26	34

Кут γ для швидкісних корпусів (швидкість 9–15 *км/год*) може бути збільшено до 45° проти $\gamma = 38^{\circ}$ серійних корпусів (швидкість 6–9 *км/год*). Це встановлено на основі експериментальних досліджень, аналізуючи залежності питомого тягового опору *k* клину від швидкості v (рис. 7.11).

Знайдено мінімальний тяговий опір клина під час роботи на швидкостях 7–9 км/год (у=35–38°) та 9–15 км/год (у=42–45°) (табл. 7.1).

7.2.3. Визначення початкових кутів установки грудини та крила полиці

Під кутами установки грудини полиці розуміють: початковий кут β_1 нахилу площини СС' до дна борозни (рис. 7.9), що дотикається поверхні полиці вздовж твірної ІІ–ІІІ (рис. 7.8), яка є лінією перетину нижньої та верхньої конічних поверхонь; початковий кут γ_1 , складений горизонтальною проекцією цією твірної зі стінкою борозни. Під початковими кутами установки крила полиці розуміють: кут β_2 нахилу площини до дна борозни, яка дотикається поверхні полиці по твірній ІІІ–ІV (рис. 7.8), що є лінією перетину другої конічної та похилої циліндричної поверхонь; кут γ_2 , складений горизонтальною проекцією цієї твірної зі стінкою борозни.

Для визначення кутів установки грудини полиці та крила швидкісних корпусів, потрібно знати зв'язок між формою полиці та напрямком переміщення частинок ґрунту, згідно з агротехнічними вимогами.

Прийнято, що швидкість частинки ґрунту на полиці не є сталою, і якщо вважати, що полиця нерухома, а грунт рухається по ній з відносною швидкістю плуга, то складові швидкості знаряддя є одночасно і складовими швидкостями руху скиби у продольному v_x , боковому v_y та вертикальному v_z напрямках.

Спроектувавши траекторію руху частинки ґрунту на координатні площини, отримаємо:

$$a_1x^2 + b_1y^2 + t_1xy + m_1x + n_1y + d_1 = 0; (7.17)$$

$$a_2 y^2 + b_2 z^2 + t_2 yz + m_2 y + n_2 z + d_2 = 0; (7.18)$$

$$x = v_r t , \tag{7.19}$$

де x, y, z - координати точок;

t – час.

Оскільки

$$\frac{dx}{dt} = v_x, \ \frac{d^2x}{dt^2} = 0,$$

То з рівнянь (7.17) та (7.18) визначимо швидкість
$$\frac{dy}{dt}$$
, $\frac{dz}{dt}$ та прискорення
 $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{d^2z}{dt^2}$:
 $v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{(-2a_1x - t_1y - m_1)\frac{dx}{dt}}{2b_1y + t_1x + n_1}$; (7.20)

$$v_{z} = \frac{dz}{dt} = \frac{(-2a_{2}y - t_{2}z - m_{2})\frac{dy}{dt}}{2b_{2}z + t_{2}y + n_{2}};$$
(7.21)

$$a_{y} = \frac{d^{2}y}{dt^{2}} = \frac{\left(-2a_{1}x - t_{1}y - m_{1}\right)\frac{d^{2}x}{dt^{2}} - 2a_{1}\left(\frac{dx}{dt}\right)^{2} + 2b_{1}\left(\frac{dy}{dt}\right)^{2} - 2t_{1}\left(\frac{dx}{dt}\right)\cdot\left(\frac{dy}{dt}\right)}{2b_{1}y + t_{1}x + n_{1}};$$
(7.22)

$$a_{z} = \frac{d^{2}z}{dt^{2}} = \frac{\left(-2a_{2}y - t_{2}z - m_{2}\right)\frac{d^{2}y}{dt^{2}} - 2a_{2}\left(\frac{dy}{dt}\right)^{2} - 2b_{2}y\left(\frac{dz}{dt}\right)^{2} - 2t_{2}\left(\frac{dy}{dt}\right)\cdot\left(\frac{dz}{dt}\right)}{2b_{2}y + t_{2}x + n_{2}}.$$
 (7.23)

Відносна швидкість частинок скиби та їх прискорення будуть дорівнювати:

$$v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} ; \qquad (7.24)$$

$$a = \sqrt{a_y^2 + a_z^2} \,. \tag{7.25}$$

Напрямні косинуси відносної швидкості (рис. 7.12) визначаться в такий спосіб:

$$\cos\varphi = \cos(v_x, v_0) = \frac{v_x}{v_0} ; \qquad (7.26)$$

$$\cos \delta = \cos(v_y, v_0) = \frac{v_y}{v_0};$$
 (7.27)

$$\cos\psi = \cos(v_z, v_0) = \frac{v_z}{v_0} , \qquad (7.28)$$

де φ, δ, ψ – кути між напрямком відносної швидкості та осями *x*, *y*, *z*.

Відносна швидкість руху частинки ґрунту направлена по дотичній до траекторії в бік, протилежний силі тертя.



Рис. 7.12. Сили, що діють на швидкісний корпус

Із рис. 7.12 маємо:

$$\cos\varphi = \frac{F\cos\beta\sin\gamma}{fN} + \frac{F'\cos\gamma}{fN} = \cos\theta\cos\beta\sin\gamma + \sin\theta\cos\gamma; \qquad (7.29)$$

$$\cos \delta = \frac{F \cos \beta \cos \gamma}{fN} + \frac{F' \sin \gamma}{fN} = \cos \theta \cos \beta \cos \gamma - \sin \theta \sin \gamma ; \qquad (7.30)$$

$$\cos\psi = \frac{F\sin\beta}{fN} = \cos\theta\sin\beta, \qquad (7.31)$$

де *F*,*F*′ – складові сили тертя, що направлені паралельно та перпендикулярно лезу лемеша;

f – коефіцієнт тертя;

N – нормальний тиск;

$$\frac{F}{fN} = \cos\theta; \quad \frac{F'}{fN} = \sin\theta;$$

θ – кут між дотичною до траекторії та перпендикуляром до леза леміша.
Із виразів (7.26) – (7.31) отримаємо:

$$v_{x} = v_{0} (\cos \theta \cos \beta \sin \gamma + \sin \theta \cos \lambda); \qquad (7.32)$$

$$v_{\gamma} = v_0 (\cos\theta\cos\beta\cos\gamma + \sin\theta\sin\lambda); \qquad (7.33)$$

$$v_z = v_0 \cos\theta \sin\beta \,. \tag{7.34}$$

Потрібно обирати такі параметри швидкісних корпусів, які за швидкості v_{0C} дали б можливість отримати бокову v_{yC} та вертикальну v_{vC} складові, що рівні або близькі боковій та вертикальній складовим швидкості переміщення ґрунту по полиці під час роботи на швидкостях v_0 , тобто:

$$v_{yC} = v_{yH} = v_y;$$
$$v_{zC} = v_{zH} = v_z.$$

При дотриманні цієї вимоги бокове переміщення скиби та величина його підйому у швидкісного корпусу під час роботи на великих швидкостях v_C будуть такими самими, як і у звичайного корпусу під час роботи на низьких швидкостях v_H руху. Тоді для швидкісних корпусів формули (7.32)–(7.34) будуть мати вигляд:

$$v_x = v_{0C} \left(\cos \theta_C \cos \beta_C \sin \gamma_C + \sin \theta_C \cos \gamma_C \right) = v_{0C} \cos \varphi_C; \qquad (7.35)$$

$$v_{y} = v_{0C} \left(\cos \theta_{C} \cos \beta_{C} \cos \gamma_{C} + \sin \theta_{C} \sin \gamma_{C} \right) = v_{0C} \cos \delta_{C}; \qquad (7.36)$$

$$v_z = v_{0C} \cos\theta_C \sin\beta_C = v_{0C} \cos\psi_C, \qquad (7.37)$$

де *v*_{0C} – швидкість швидкісного корпусу;

- *θ*_C кут між дотичною до траекторії та перпендикуляром до леза леміша швидкісного корпусу;
- β_C, γ_C кути, утворені дотичною площиною поверхні полиці з дном та стінкою борозни швидкісного корпусу;
- φ_C, δ_C, ψ_C кути між напрямком руху відносної швидкості швидкісного корпусу та осями *x*, *y*, *z*.

Iз (7.32) – (7.37) маємо:

$$\cos\varphi_C = \frac{v_{0H}}{v_{0C}} \cos\varphi_H = \frac{v_{0H}}{v_{0C}} \left(\cos\theta_0 \cos\beta_0 \sin\gamma_0 + \sin\theta\cos\gamma\right); \tag{7.38}$$

$$\cos \delta_C = \frac{v_{0H}}{v_{0C}} \cos \delta_H = \frac{v_{0H}}{v_{0C}} \left(\cos \theta_0 \cos \beta_0 \sin \gamma_0 + \sin \theta_0 \cos \gamma_0 \right); \tag{7.39}$$

$$\cos\psi_{C} = \frac{v_{0H}}{v_{0C}} \cos\psi_{H} = \frac{v_{0H}}{v_{0C}} \cos\theta_{0} \sin\beta_{0}.$$
(7.40)

Формули (7.38)–(7.40) характеризують взаємний зв'язок кутів установки дотичної площини поверхні полиці до дна та горизонтальної проекції твірних до стінки борозни з напрямними косинусами швидкості *v*_C.

Таким чином, знаючи напрямні косинуси відносної швидкості v_{0H} руху скиби для звичайних корпусів, знаходимо $\cos \varphi_c$, $\cos \delta_c$, $\cos \psi_c$ швидкості v_{0C} скиби для швидкісних корпусів. Це дозволяє визначити шукані кути β_c , γ_c , θ_c з рівнянь (7.35)–(7.37):

$$tg\beta_C = \frac{\cos\psi_C}{\cos\varphi_C};\tag{7.41}$$

$$\cos\theta_C = \frac{v_{0C}}{v_{0H}} \sqrt{\cos^2 \varphi + \cos^2 \psi} ; \qquad (7.42)$$

$$tg\gamma_{C} = \frac{\cos\varphi}{\sqrt{\frac{v_{0H}^{2}}{v_{0C}^{2}} - \cos^{2}\varphi - \cos^{2}\psi}}.$$
 (7.43)

Відомо, що, для полегшення проходження нижньої частини скиби на грудині та поліпшення ступеня обертання скиби на крилі, твірні, які розташовані вище лемеша, повинні мати нахил до стінки борозни під кутом, меншим, ніж кут установки лемеша до стінки борозни, причому поступово цей кут має зростати.

Експеримеально встановлено, що закономірність зменшення кутів γ залежно від h (висота перерізу корпусу горизонтальною площиною) відбувається у вигляді кривої, яка має один злам, відповідний до кута γ_1 (рис. 7.13). Чим більша швидкість руху, тим менші кути нахилу твірних до стінки борозни, тому менші γ_1 , γ_2 (рис.7.14).

Зменшення кута установки крила полиці до стінки борозни забезпечує виконання оранки відповідно до агротехнічних вимог.

Кути β_1 , β_2 установки дотичної площини поверхні на грудині та на крилі полиці до дна борозни для всіх швидкісних корпусів можуть мати значення: $\beta_1 = 55 - 60^\circ$, $\beta_2 = 98 - 100^\circ$.

174



Рис. 7.13. Зміна кутів, утворених горизонтальною проекцією твірної зі стінкою борозни, у функції висоти корпусу



Рис. 7.14. Зміна кутів, утворених горизонтальними проекціями твірної з площиною стінки борозни на грудині та крилі полиці, залежно від швидкості

Таким чином, у процесі проектування швидкісної поверхні полиці мають бути задані: виліт напрямної кривої L; кути установки лемеша до дна β та стінки γ борозни; кути установки дотичної площини напрямної кривої на грудині β_1 та крилі β_2 полиці до дна борозни; кути, утворені горизонтальною проекцією твірної зі стінкою борозни на грудині γ_1 та крилі γ_2 полиці.

7.2.4. Аналітична модель поверхні

Модель поверхні будуємо, розбивши поверхню полиці на дві частини: перша – лемеш та нижня частина корпусу – являє собою увігнуту конічну поверхню полиці; друга – грудина та крило – другу конічну та похилу увігнуту циліндричну поверхню. На характерних для полиці твірних (перетин поверхні лемеша з конічною поверхнею, нижньої конічної поверхні – з верхньою, верхньої конічної поверхні – з циліндричною) обираємо точки $B_{1,3,5}$, $C_{1,3,5}$, $D_{1,3,5}$, які з'єднуємо прямими лініями (рис. 7.8). Ці точки є перерізом твірних з кривими, ортогональними лезу лемеша.

Оберемо початок координат у носка лемеша; площини дна та стінки лемеша приймаємо як координатні.

Рівняння трьох прямих, які проходять через характерні точки з координатами $B_1(x_1, y_1, z_1)$; $C_1(x_2, y_2, z_2)$; $B_3(x_3, y_3, z_3)$; $C_3(x_4, y_4, z_4)$; $B_5(x_5, y_5, z_5)$; $C_6(x_6, y_6, z_6)$ або C_1D_1 ; C_3D_3 ; C_5D_5 , будуть:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1};$$
(7.44)

$$\frac{x - x_3}{x_4 - x_3} = \frac{y - y_3}{y_4 - y_3} = \frac{z - z_3}{z_4 - z_3};$$
(7.45)

$$\frac{x - x_5}{x_6 - x_5} = \frac{y - y_5}{y_6 - y_5} = \frac{z - z_5}{z_6 - z_5}.$$
(7.46)

Поверхня може бути утворена переміщенням прямої, яка перетинається з вказаними раніше прямими B_1C_1 ; B_3C_3 ; B_5C_5 або C_1D_1 ; C_3D_3 ; C_5D_5 , що з'єднують точки характерних твірних (рис. 7.8). Для складення рівняння твірної потрібно скласти рівняння площин, які проходять через прямі B_3C_3 ; B_5C_5 або C_3D_3 та C_5D_5 :

$$(x - x_3)(y_4 - y_3) - (y - y_3)(x_4 - x_3) = 0 (y - y_3)(z_4 - z_3) - (z - z_3)(y_4 - y_3) = 0$$
; (7.47)

$$(x - x_3)(y_4 - y_3) - (y - y_3)(x_4 - x_3) = M(y - y_3)(z_4 - z_3)(y_4 - y_3);$$
(7.48)

$$(x - x_5)(y_6 - y_5) - (y - y_5)(x_6 - x_5) = 0 (y - y_5)(z_6 - z_5) - (z - z_5)(y_6 - y_5) = 0$$
; (7.49)

$$(x-x_5)(y_6-y_5)-(y-y_5)(x_6-x_5)=N(y-y_5)(z_6-z_5)(y_6-y_5),$$
(7.50)

де *М* та *N* – коефіцієнти.

Коефіцієнти *М* та *N* обираються так, щоб пряма перетину площин, які визначаються виразами (7.47) та (7.49), перетинала також і пряму, визначену рівнянням (7.44). Ця пряма буде твірною, через те що вона одночасно перетинає прямі, визначені рівняннями (7.44)–(7.46).

Звідси:

$$M = \frac{(x' - x_3)(y_4 - y_3) - (y' - y_3)(x_4 - x_3)}{(y' - y_3)(z_4 - z_3) - (z' - z_3)(y_4 - y_{53})};$$
(7.51)

$$N = \frac{(x' - x_5)(y_6 - y_5) - (y' - y_5)(x_6 - x_5)}{(y' - y_5)(z_6 - z_5) - (z' - z_5)(y_6 - y_5)}.$$
(7.52)

Введемо позначення

$$\frac{x'-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y'-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z'-z_1}{z_2-z_1} = K,$$
(7.53)

де К – стала.

3 рівняння (7.50) будемо мати:

$$\begin{aligned} x' &= K(x_2 - x_1) + x_1 \\ y' &= K(y_2 - y_1) + y_1 \\ z' &= K(z_2 - z_1) + z_1 \end{aligned} \}. \tag{7.54}$$

З урахуванням (7.54) запишемо рівняння (7.51) та (7.52) у наступному вигляді:

$$M = \frac{\left[K(x_2 - x_1) + x_1 - x_3\right](y_4 - y_3) - \left[K(y_2 - y_1) + y_1 - y_3\right](x_4 - x_3)}{\left[K(y_2 - y_1) + y_1 - y_3\right](z_4 - z_3) - \left[K(z_2 - z_1) + z_1 + z_3\right](y_4 - y_3)};$$
(7.55)

$$N = \frac{\left[K(x_2 - x_1) + x_1 - x_5\right](y_6 - y_5) - \left[K(y_3 - y_1) + y_1 - y_5\right](x_6 - x_5)}{\left[K(y_2 - y_1) + y_1 - y_5\right](z_6 - z_5) - \left[K(z_2 - z_1) + z_1 + z_5\right](y_6 - y_5)}.$$
(7.56)

Виключивши М, N та K з (7.48), (7.50), (7.55) та (7.56), отримаємо рівняння поверхні

$$Ax^{2} + By^{2} + Cz^{2} + 2Fyz + 2Qxz + 2Hxy + 2Jx + 2Ey + 2\ddot{I}z + D = 0, \qquad (7.57)$$

де A, B, C, F, Q, H, J, E, П, D – коефіцієнти поверхні.

Для вирішення рівняння (7.57) потрібно визначити координати точок, які лежать на характерних твірних швидкісної полиці та задовольняють виразам (7.48), (7.50), (7.55), (7.56). Знайдемо координати точок «шаблонів» – перерізів, ортогональних лезу лемеша. Поверхню швидкісного корпусу розрізаємо площинами, які ортогональні лезу лемеша, на відстані B_1 =100 мм друг від другу, починаючи з носка лемеша (рис. 7.8). У нашому випадку буде вісім перерізів (рис. 7.15, I–VIII). Координати точки B_i :

на площині, перпендикулярній лезу лемеша,

$$z_{Bi} = AB\sin\beta; \ y_{Bi} = AB\cos\beta , \qquad (7.58)$$

у просторі

$$x_{Bi} = b_0 \sin \gamma - AB \cos \beta \cos \gamma$$

$$y_{Bi} = \frac{b_0}{\cos \gamma} - (b \cdot tg\gamma - AB \cos \beta) \sin \gamma$$

$$z_{Bi} = AB \sin \beta$$
(7.59)

де b_0 – відстань від площини, ортогональної лезу лемеша, до його носка;

і – номер ортогонального перерізу.



Рис. 7.15. Побудова кривих, ортогональних лезу лемеша

Визначив координати точки, будуємо напрямну криву поверхні. Для цього до відрізку *AB* у точці *B* (рис. 7.15) проводимо перпендикуляр, на якому відкладаємо радіус R_H нижньої конічної поверхні напрямної кривої. Радіусом R_H проводимо дугу BC₃ з кутом розхилу $\Delta \beta_1 = \beta_1 - \beta$.

Обчислимо координати точки С₃ напрямної кривої.

На площині:

$$z_{C3} = R_H \left(\cos \beta - \cos \beta_1 \right) + z_B$$

$$y_{C3} = R_H \left(\sin \beta_1 - \sin \beta \right) + y_B$$
(7.60)

У просторі:

$$x_{C3} = \begin{bmatrix} b_0 tg\gamma - R(\sin\beta_1 - \sin\beta) - AB\cos\beta \end{bmatrix} \cos\gamma$$

$$z_{C3} = R_H (\cos\beta - \cos\beta_1) + AB\sin\beta$$

$$y_{C3} = \frac{b_0}{\cos\gamma} + \left\{ \begin{bmatrix} R_H (\sin\beta_1 - \sin\beta) + AB\cos\beta \end{bmatrix} - b_0 tg\gamma \right\} \sin\gamma$$
(7.61)

На продовженні радіуса R_H нижньої конічної поверхні відкладаємо радіус R_b верхньої конічної поверхні. Цим радіусом проводимо дугу C_3D_3 при куті розхилу $\Delta\beta_2 = \beta_2 - \beta_1$. Координати точки D_3 визначимо за формулами.

На площині:

$$z_{D3} = R_b (\cos \beta_1 - \cos \beta) + z_C; y_{D3} = R_b (\sin \beta_2 - \sin \beta_1) + y_C,$$
(7.62)

У просторі

$$x_{D3} = \begin{bmatrix} b_0 tg\gamma - R_b (\sin \beta_2 - \sin \beta_1) - y_C \end{bmatrix} \cos \gamma;$$

$$z_{D3} = R_b (\cos \beta_1 - \cos \beta_2) + z_C;$$

$$y_{C3} = \frac{b_0}{\cos \gamma} + (y_D - b_0 tg\gamma) \sin \lambda.$$
(7.63)

Для визначення координат точок C_i та D_i інших ортогональних кривихшаблонів (рис. 7.15) розглянемо горизонтальну проекцію корпусу. Із рис. 7.16 маємо:

$$l_{C4} = l_{C3} + b_1 t g (\gamma - \gamma_1); (7.64)$$

$$l_{D4} = l_{D3} + b_1 t g (\gamma - \gamma_2).$$
(7.65)

Аналогічно визначаємо координати точок усіх інших шаблонів.



Рис. 7.16. Горизонтальна проекція швидкісного корпусу

Користуючись виразами (7.64) та (7.65), згідно з рис. 7.15, знайдемо:

$$R_{Hi} = \frac{l_{Ci} - l_B}{\sin \beta_1 - \sin \beta};$$
(7.66)

$$R_{bi} = \frac{l_{Di} - l_{C4}}{\sin \beta_2 - \sin \beta_1}.$$
 (7.67)

7.2.5. Побудова шаблонів поверхні полиці

Визначивши радіуси R_{Hi} та R_{bi} за формулами (7.61) та (7.63), обчислимо координати точок C_i , D_i , центри O_{Hi} та O_{bi} дуг кіл ортогональних кривих. Координати точок C_i (рис. 7.15) лежать на одній твірній, яка є характерною прямою поверхні полиці, тобто лінією перетину нижньої конічної та верхньої конічної поверхонь. Координати точок D_i також лежать на одній твірній, яка є лінією перетину верхньої конічної та похилої циліндричної поверхонь. Центри O_{Hi} лежать на перпендикулярі до AB, центри O_{bi} також лежать на одній прямій.




По знайдених координатах $\beta_{1, 2, 3, ..., i}$, $C_{1, 2, 3, ..., i}$, та $A_{1, 2, 3, ..., i}$ будуємо ортогональні криві A_1C_1 , A_2C_2 , ..., *i* (рис. 7.17). Потім наносимо сітку твірних, для чого довжину дуг кіл (нижньої та верхньої конічної поверхонь), наприклад третього та п'ятого ортогональних перерізів, ділимо на рівну кількість частин; через отримані на цих ортогональних кривих точки проводимо твірні. Обравши III та V ортогональні криві (рис. 7.18) будуємо поверхню. Далі будуємо контур фронтальної та горизонтальної проекцій швидкісного корпусу.

Для побудови фронтальної проекції контуру швидкісного корпусу від точки О (носок лемеша) по горизонталі відкладаємо ширину захвату корпусу $OO_1 = b = 350$ мм, перекриття між сусідніми корпусами $O_1O_2 = \Delta B = 25$ мм та відрізок O₁O₃=а. По вертикалі відкладаємо відрізок OE=а. Із точки E проводимо горизонтальну лінію, яка зображає поверхню поля. Побудувавши, визначаємо контур скиби $OOEO'O_1$ перерізу ab. Потім із точки О3 відкладаємо відрізок радіусом, який дорівнює ширині захвату *b* корпусу плуга, до перетину з лінією поверхні поля. Будуємо переріз скиби $O_3 O_4 O_5 O_6$, який обернений на деякий кут v відносно грані, яка проходе через точку O_3 . Під час роботи 3 передплужником обертання скиби відбувається ефективніше, оскільки кут його повороту $v_1 > v$. Будуємо контур борозного обрізу. Для цього на відстані С від грані скиби О'₆O'₅O₄O₃ проводимо лінію NN_{l} , паралельну $O'_{6}O'_{5}$. Величина C визначена експериментально з умови відсутності задирання скиби борозним обрізом і дорівнює 100-110 мм для швидкісних корпусів (9–15 км/г). Чим вища швидкість, тим більша величина С. На горизонтальній проекції під заданим кутом у від стінки борозни відкладаємо проекцію леза леміша. Знаходимо проекцію точки О2 на горизонтальній проекції леза лемеша – точку О2. Проводимо перпендикуляр з О'2 до перетину з лінією стику лемеша з полицею. Лінію стику КК1 визначаємо по ортогональних перерізах. Стик лемеша з полицею визначається шириною лемішної сталі, котра дорівнює 122 мм (на час опублікування матеріалу ГОСТ 65-62). Положення стику KK_1 is

ортогональної кривої переносимо на горизонтальну лобову проекцію, після чого знаходимо горизонтальну та лобову проекції борозного обрізу лемеша. Знаючи напрямок борозного обрізу лемеша та кут нахилу прямої нижнього борозного крила полиці, відкладаємо від польового обрізу вертикальну лінію на відстані, що дорівнює *AB*. Величина *AB* визначається експериментально. Для швидкісних корпусів вона дорівнює 125–130 *мм*. Отримані три лінії, плавно з'єднуємо кривою, яка і визначить нижню частину борозного обрізу корпусу.

Польовий обріз лемеша та полиці розташовується у вертикальній площині. Висота полиці *H* у польової сторони обирається залежно від глибини оранки з урахуванням роботи корпусу з передплужником.

Залежність між Н та а можна виразити як

$$H=a+\Delta,$$

де ∆=8–10 см (для попередження пересипання ґрунту через полицю).

Для отримання верхнього обрізу полиці проводимо дотичну з верхньої точки E' польового обрізу до кривої, яка відповідна траекторії руху кінця діагоналі скиби. Найвища точка верхнього обрізу полиці, що розташована на кінці крила на висоті H_{max} , повинна бути на відстані від польової дошки, яка трохи менше ширини скиби, та знаходитись вище вертикального положення діагоналі скиби на 30–40 *мм*, тобто

$$H_{\rm max} = \sqrt{a^2 + b^2} + (30 - 40).$$

З найвищої точки полиці проводимо лінію, паралельну твірній циліндричної поверхні. Обріз лівого кінця крила *nn'* виконується також по прямій, нижня точка котрої знаходиться на перпендикулярі, який проведено з лівого кінця лемеша до перетину з плавною кривою борозного обрізу. Кут нахилу прямої *nn'* до вертикалі береться в межах 10–12°.



Рис. 7. 18. Побудова проекцій поверхні швидкісного корпусу

Побудувавши контур лемеша та полиці у фронтальній проекції за відомими значеннями оптимальних кутів β , β_1 , β_2 , γ , γ_1 , γ_2 , будуємо горизонтальну проекцію корпусу. Для цього на відстані 100 *мм* від носка лемеша проводимо сліди вертикальних площин І–ІХ, в яких розташовуються криві, ортогональні лезу лемеша. На ортогональних кривих ІІІ–V відкладаємо відрізки, які дорівнюють ширині лемішної сталі, та знаходимо точки прямої *KK*₁. Після цього вибираємо одну з твірних *MM*₁. Визначаємо абсциси *KK*₁, *MM*₁ та наносимо їх на сліди ортогональних кривих ІІІ-V у горизонтальній площині проекції. Таким чином отримаємо точки та лінії *M'M*'₁. З'єднавши точки *K* з *K*₁, а *M*' з *M*'₁ відповідно, отримаємо горизонтальну проекції лінії стику лемеша з полицею *K'K*'₁ та твірної *M'M*'₁.

Таким чином наносимо усі проекції твірних у горизонтальній площині проекцій. Проектуємо точки K', K'_I , M', M'_I на фронтальну площину, потім від леза лемеша відкладаємо ординати точок K, K_I , M, M_I . З'єднавши K'' з K''_I , M'' з M''_I , отримаємо фронтальні проекції лінії стику лемеша з полицею $K''K''_I$ та твірної $M'' M''_I$. Таким же чином наносимо проекції усіх твірних (1– 12) на горизонтальну та фронтальну площини.

Потім знаходимо перетин твірних з контурною лінією на фронтальній проекції. Переносимо їх на відповідні твірні горизонтальної проекції, з'єднуємо між собою та отримаємо контур полиці в горизонтальній площині.

Для оцінювання властивості обертати скибу горизонтальну проекцію поверхні полиці розрізаємо вертикальними площинами, перпендикулярними польовому обрізу, та по точках перетину сліду цих площин з твірними будуємо криві у фронтальній проекції. Ці криві повинні бути плавними. Вони характеризують плавність та кривину грудини полиці, задирання скиби борозним обрізом, підгиб крила полиці.

Необхідно зауважити, що корпуси, які спроектовані для швидкості 9–12 *км/г* ніколи не будуть працювати на швидкості 5–6 *км/год*.

8. ЗАСТОСУВАННЯ ТОРСОВИХ ПОВЕРХОНЬ ДЛЯ ПРОЕКТУВАННЯ ПОЛИЦЬ ПЛУГІВ

У попередньому розділі були розглянуті окремі випадки розгортних поверхонь, такі як циліндр та конус і проектування поверхні полиці на основі їх комбінування. Далі будуть розглянуто проектування інших розгортних поверхонь які називаються торсовими.

8.1. Загальна модель торсових поверхонь

Самі по собі розгортні поверхні не обмежуються цими двома випадками до яких відносяться конус та циліндр. Тому у цьому розділі проектування розгортних поверхонь розглянемо значно ширше: утворення самих поверхонь і їх застосування для проектування полиць плугів. Назва «розгортні» була характерна для 80-х років минулого століття, тому у подальшому такі поверхні ми будемо називати «тросовими» за наявність ребра звороту «торсу» або ще «горловою лінією» за межами якої поверхня не існує. У конуса довжина торсу дорівнює нулю – він стягується у точку, а у циліндра довжина лінії торсу дорівнює безкінечності. Тому циліндр і конус вважаються окремими випадками торсової поверхні. За ребром звороту поверхня (лінія АВ на рисунку 7.4) не існує тому, що всі твірні є дотичними до цього ребра. При проектуванні робочих органів будь яких призначень на основі торсових поверхонь потрібно слідкувати, щоб ребро звороту не потрапило на розгортку поверхні, оскільки у цьому випадку виготовити робочий орган неможливо.

Першим відзначив придатність торсових поверхонь для проектування поверхонь плужних полиць академік В. П. Горячкін. У своїх працях він навів основні геометричні співвідношення для цієї мети [20].

8.1.1. Утворення торсової поверхні площиною

Запишемо рівняння площини у вигляді

$$z = \alpha x + y f(\alpha) + \varphi(\alpha), \qquad (8.1)$$

яке визначається довільним параметром α . З переміною цього параметра отримаємо сім'ю площин, які обгортають деяку поверхню. Ця поверхня буде торсовою, тобто «розгортною». Рівняння цієї поверхні отримаємо вилученням параметра α з рівняння (8.1) та його похідної по α :

$$x + yf'(\alpha) + \varphi'(\alpha) = 0 \tag{8.2}$$

та рівняння прямих ліній (які називаються характеристиками), з яких складається поверхня і по яким площина дотикається до поверхні. Якщо вилучити *α* з трьох рівнянь: (8.1), (8.2) та (8.3) другої похідної по *α*:

$$yf''(\alpha) + \varphi''(\alpha) = 0, \qquad (8.3)$$

то отримаємо поверхню.

Торсову поверхню можна утворити рівнянням прямих ліній з яких складається поверхня:

$$\begin{aligned} x &= az + p; \\ y &= bz + q, \end{aligned}$$
 (8.4)

де *a*, *b*, *p* та *q* – функції одного змінного параметра *α*, які зв'язані співвідношенням

$$\frac{a'}{b'} = \frac{p'}{q'},$$
 (8.5)

де a', b', p' та q' – похідні по параметра a.

Умовою перетину двох прямих:

$$x = az + p$$
 Ta $x = a'z + p'$,
 $y = bz + q$ Ta $y = b'z + q'$

є умова $\frac{a-a'}{b-b'} = \frac{p-p'}{q-q'}$, а для торсових поверхонь дві сусідні прямолінійні

твірні перетинаються, тому $\frac{da}{db} = \frac{dp}{dq}$.

Рівняння поверхні отримаємо вилученням параметра з двох рівнянь (8.4).

Умова співвідношення (8.5) не може бути виконана для твірних, які паралельні якійсь площині проекцій, наприклад O_{xy} ; рівняння такої поверхні $\varepsilon_{z=c}$, y = kx - cb. Таким чином, циліндроїд не може бути розгорнутий на площину.

8.1.2. Загальні способи утворення торсових поверхонь полиць

Практичне проектування торсової поверхні в загальному вигляді за формулами (8.4) та (8.5) майже неможливе, через те що на параметри, які входять до їх складу, потрібно накласти деякі умови для їх конкретизації. Однією з таких умов є завдання напрямної кривої, з якою твірна в кожному положенні має точку інцидентності (точка визначається перетином твірної та напрямної). Маючи цю точку, визначимо через її координати параметри рівнянь (8.4) та (8.5).

Переріжемо поверхню полиці площиною *Оуг* (рис. 8.1,*a*) тоді лінію перерізу будемо вважати напрямною кривою і задамо її у вигляді [20]

$$f(\varsigma,\eta)=0.$$

Рівняння прямолінійної твірної поверхні, яка проходе через точку $f(\varsigma, \eta)$, запишемо в проекціях так:

$$x = (y - \mu)tg\vartheta;$$
$$z - \varsigma = (y - \eta)k,$$

або:

$$x = ytg \vartheta - \eta tg \vartheta;$$
$$z = yk + \zeta - \eta k,$$

де 9 – кут проекції твірної з віссю Оу;

k – тангенс кута проекції твірної з віссю *Оу*.





Рис. 8.1. Схема утворення торсової поверхні полиці: *а* – розташування напрямної; *б* – функція кута нахилу твірної

Переміщуючи пряму, утворимо торсову поверхню, якщо буде виконуватися така умова:

$$\frac{dtg\vartheta}{dk} = \frac{d(\eta tg\vartheta)}{d(\eta - \varsigma)}.$$

 $dtg \vartheta (kd\eta + \eta dk - d\varsigma) = \eta dtg \vartheta dk + tg \vartheta dtg \vartheta,$

або

$$kd\eta dtg \vartheta - tg \vartheta d\eta dk = d'tg \vartheta,$$

або

 $-tg^2 \mathcal{G}d\left(\frac{k}{tg\mathcal{G}}\right)d\eta = d'dtg\mathcal{G}.$

Звідки отримаємо

$$\frac{d\eta}{d\varsigma} = \frac{d\left(\frac{k}{tg\theta}\right)}{d\left(\frac{1}{tg\theta}\right)}.$$
(8.6)

Рівняння поверхні отримаємо вилученням *Э* та *η* із рівняння (8.6) та рівнянь

$$f(\mathcal{G},\eta) = 0; \quad f_3' + \frac{d\mu}{d\zeta} f_2' = 0,$$

але щоб це виконати, потрібно знати \mathscr{G} та η (рис. 8.1, δ). Для функції $tg\mathscr{G}$, стосовно існуючих форм, можна задатися параболою

$$\left(\eta-\eta_{m}\right)^{2}=2p\left(tg\vartheta-tg\vartheta_{m}\right),$$

де

$$2p = \frac{\eta_m^2}{tg\varepsilon - tg\vartheta_m}.$$

Таким чином:

$$(\eta-\eta_m)d\eta=2\,ptg\vartheta.$$

Далі маємо

$$\frac{d\left(\frac{k}{tg\vartheta}\right)}{d\varsigma} = \frac{d\left(\frac{1}{tg\vartheta}\right)}{d\eta} = \frac{\eta_m - \eta}{ptg\vartheta}.$$

Користуючись цим рівнянням, можна за даною функцією *tg 9* визначити відповідну функцію для *k*.

Розглянемо окремий випадок побудови поверхні за допомогою напрямного конуса. При цьому всі твірні поверхні будуть паралельні твірним конуса. У цьому випадку (рис. 8.2) твірні І, ІІ, ІІІ відомі та відоме рівняння

$$f(y,z)=0$$

перерізу поверхні вертикальною площиною борозни.

Якщо з початку координат *О* провести прямі *1*, *2*, *3*, паралельні твірним поверхні, то отримаємо конус. Якщо напрямну конуса розташувати у вертикальній площині, то

$$x=1$$
,

а координатами кінця будь-якої твірної будуть *b* та *c*, тоді рівняння твірних конуса буде

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}.$$

Рівняння конуса отримаємо, коли будуть відомі рівняння напрямної

$$\varphi(b,c)=0,$$

у формі

$$\left(\frac{y}{x},\frac{z}{x}\right) = 0.$$

φ



Рис. 8.2. Утворення торсової поверхні за напрямним конусом

Рівняння будь-якої твірної поверхні полиці, яка проходе через довільну точку (η, ς) на кривій

$$f(y,z)=0,$$

буде:

$$\frac{x}{1} = \frac{y - \eta}{b}; \tag{8.7}$$

$$\frac{x-\varsigma}{c} = \frac{y-\eta}{b},\tag{8.8}$$

або

$$x = \frac{1}{b}y - \eta;$$
$$z = \frac{c}{b}y - \frac{c}{b}\eta + \varsigma$$

Поверхня полиці буде торсовою, якщо

$$\frac{d\left(\frac{1}{b}\right)}{d\left(\frac{c}{b}\right)} = \frac{d\left(\frac{\eta}{b}\right)}{d\left(\eta\frac{c}{b} - \varsigma\right)},$$

або

$$\frac{-db}{bdc-cdb} = \frac{bd\eta - \eta db}{b(\eta dc + cd\eta - bd\zeta - \zeta db) - (\eta c - \zeta b)}$$

та після перетворень

$$\frac{d\eta}{d\varsigma} = \frac{db}{dc} \,. \tag{8.9}$$

Це рівняння збігається з рівнянням

$$\frac{d\eta}{d\zeta} = \frac{d\left(\frac{1}{tg\vartheta}\right)}{d\left(\frac{k}{tg\vartheta}\right)},$$

оскільки

$$b = \frac{1}{tg\mathcal{G}}; \ \frac{c}{b} = k; \ c = bk = \frac{k}{tg\mathcal{G}}.$$

Рівняння поверхні отримаємо, вилучаючи b, c, η, ς та

$$\frac{d\eta}{d\zeta}, \frac{db}{dc}.$$

3 рівнянь (8.7), (8.8) та (8.9) маємо:

$$\varphi(b,c) = 0; \frac{db}{dc}\varphi'_b + \varphi'_c = 0; \frac{d\eta}{d\zeta}f'\eta + f'\zeta = 0.$$

Рівняння (8.9) вказує на те, що дотичні до кривої f(y,z)=0 для полиці та напрямної кривої $\varphi(b,c)$ для конуса у відповідних точках (тобто для однакового напрямку твірних) повинні бути паралельні.

8.2. Алгоритмізація формування торсових поверхонь на основі диференціально-параметричних властивостей

Значний внесок у теорію та проектування торсових поверхонь зробив В. М. Найдиш. Розроблений ним диференціально-параметричний підхід до розробки моделей поверхонь дозволив провести вичерпне дослідження, узагальнити та розробити конкретні алгоритми для практичного

192

застосування. У цьому підрозділі матеріали наведені за його працями [41, 42, 43, 44].

8.2.1. Формування торсової поверхні з множини прямих ліній

Цей напрям проектування є широко відомим. Множина прямих ліній у просторі є 4-параметричною:

$$y = ax + b$$
, $z = cx + d$. (8.10)

Формування торсової поверхні з множини (8.10) складається із накладення зв'язків на параметри a, b, c, d із умови торсовості та задовільненні заданим початковим умовам. При цьому основну роль відіграють диференціальні рівняння з частинними похідними. Продиференціювавши кожне з рівнянь (8.10) по x, y та склавши пропорцію, отримаємо

$$p+aq-c=0,$$

де $p = \frac{\partial z}{\partial x}$, $q = \frac{\partial z}{\partial y}$ – частинні похідні майбутньої поверхні, які визначають нормаль до неї у даній точці. Отримане диференціальне рівняння І-го порядку має два параметри *a* та *c* і властиво всім лінійчастим поверхням, отриманим з множини (8.10). Відоме рівняння ІІ-го порядку торсової поверхні, отримане Г. Моржем

$$rt-s^2=0,$$

де $r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ – другі частинні похідні поверхні у даній точці.

Використання цього рівняння у практиці формування поверхонь майже неможливе, через те що невідомо його загальне рішення.

8.2.2. Торсова поверхня, інцидентна двом кривим

Відомо, що торсова поверхня цілком задається двома кривими, які мають таку властивість: якщо через будь-яку точку першої кривої провести площину, дотичну до обох кривих.

Нехай задані дві криві:

m:
$$x = x_1(u), y = y_1(u), z = z_1(u),$$
 (8.11)

n:
$$x = x_2(v), y = y_2(v), z = z_2(v),$$
 (8.12)

які виділяють із множини прямих (8.10) конгруенцію

$$y = ax + b$$
, $z = cx + d$. (8.13)

При цьому параметри a, b, c, d залежать від u та v і визначаються із системи рівнянь (8.11), (8.12), (8.13) так, що:

$$a = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}; \ b = y_1 - ax_1; \tag{8.14}$$

$$c = \frac{z_1 - z_2}{x_1 - x_2}; \ d = z_1 - cx_1.$$
(8.15)

Для вилучення торсової поверхні введемо додаткову умову у вигляді сумісності рівнянь, які визначають оснащення обох кривих нормалями майбутньої поверхні,

$$\begin{cases} z'_{1} = p \cdot x'_{1} + q \cdot y'_{1}; \\ z'_{2} = p \cdot x'_{2} + q \cdot y'_{2}, \end{cases}$$
(8.16)

де штрихи позначають похідні функцій, які задають криві за їх параметром, та диференціального рівняння лінійчастої поверхні

$$p + aq - c = 0,$$
 (8.17)

що рівносильно рівнянню

$$\begin{vmatrix} x_1' & y_1' & z_1' \\ x_2' & y_2' & z_2' \\ x_1 - x_2 & y_1 - y_2 & z_1 - z_2 \end{vmatrix} = 0.$$
 (8.18)

Рівняння (8.16) виражає той факт, що нормалі поверхні у відповідних точках заданих кривих (які належать одній прямолінійній твірній),

паралельні, це еквівалентно наявності загальній дотичній площині до поверхні у вказаних точках. Дійсно, з урахуванням (8.14) та (8.15) рівняння (8.18) прийме вид

$$\begin{vmatrix} x_1' & y_1' & z_1' \\ x_2' & y_2' & z_2' \\ x - x_2 & y - y_2 & z - z_2 \end{vmatrix} = 0,$$
(8.19)

тобто вектори дотичних до кривих і твірній є компланарні.

Рівняння (8.19) дозволяє визначити залежність між параметрами *и* та *v* із умови торсовості поверхні

$$\varphi(u,v) = 0, \qquad (8.20)$$

що разом з (8.13), (8.14), (8.15) дає рівняння пошуканої поверхні.

Якщо один із параметрів (наприклад, *u*) можливо із рівняння (8.20) виразити явно через другий параметр,

$$\iota = \varphi_1(v), \tag{8.21}$$

то з урахуванням (8.14), (8.15) та (8.21) рівняння поверхні буде мати вигляд:

$$y = a(v) \cdot x + b(v), \ z = c(v) \cdot x + d(v).$$
(8.22)

Щоб знайти ребро звороту *l*, диференціюємо (8.22) по *v*:

$$x = \frac{b'(v)}{a'(v)} = -\frac{d'(v)}{c'(v)}.$$
(8.23)

Одне з рівнянь (8.23) сумісно з (8.22) визначить *l*.

Очевидно, що не кожні дві лінії за своєю формою та положенням у просторі дозволять провести торсову поверхню. При вирішуванні визначника (8.19) можуть бути такі випадки (крім розглянутого вище, який приводе до (8.20)):

- визначник тотожно дорівнює нулю (криві розташовані в одній площині, яка і є шуканою поверхнею незалежно від функції φ);

- у результаті розв'язування (8.19) стає рівнянням від одного параметра (торсової поверхні немає, є окремі твірні, кількість яких дорівнює кількості коренів рівнянь, де існує загальна дотична площина по заданих кривих);

- визначник (8.19) не дорівнює нулю (торсова поверхня не існує).

Таким чином, бажаний результат дає тільки випадок, який приводе до (8.20).

Розглянемо рівняння (8.16) та (8.19). Мінори 2×2 перших двох рядків визначника (8.19) є координатами нормалі поверхні $\vec{n} \{\Delta x, \Delta y, \Delta z\}$, так що

$$p = \frac{-\Delta x}{\Delta z}, \quad q = \frac{-\Delta y}{\Delta z},$$
 (8.24)

де

$$\Delta x = -\begin{vmatrix} y_1' & z_1' \\ y_2' & z_2' \end{vmatrix}; \quad \Delta y = \begin{vmatrix} x_1' & z_1' \\ x_2' & z_2' \end{vmatrix}; \quad \Delta z = \begin{vmatrix} x_1' & y_1' \\ x_2' & y_2' \end{vmatrix}.$$
(8.25)

Конструювання поверхні значно спрощується, якщо напрямні криві є лініями рівня. Наприклад, якщо *m* та n – горизонталі, то умовою торсовості поверхні є $\Delta z = 0$, а для фронталей $\Delta y = 0$ та т. д.

Алгоритм побудови поверхні.

Дані криві *т* та *п* (рівняння (8.11) та (8.12)).

1. Знаходимо твірні x'₁, y'₁, z'₁, x'₂, y'₂, z'₂.

2. Складаємо визначник (8.19) у результаті розв'язання котрого знаходимо (8.20). Якщо залежність (8.20) з визначника (8.19) не випливає, то рішення не існує.

3. Визначаємо коефіцієнти *a*, *b*, *c*, *d*, згідно з (8.14) та (8.15).

4. Знаходимо *a*, *b*, *c*, *d* з урахуванням (8.20).

5. Записуємо рівняння поверхні (8.13).

6. За необхідності визначаємо ребро звороту.

Приклад. Визначити рівняння торсової поверхні, яка інцидентна двом кривим:

m:
$$x_1 = u$$
, $y_1 = u^2$, $z_1 = 0$; (8.11')

n:
$$x_2 = 0$$
, $y_2 = v$, $z_2 = v^2$. (8.12')

Розв'язання згідно з алгоритмом:

1.
$$x'_1 = 1, y'_1 = 2u, z'_1 = 0;$$

 $x'_2 = 0, y'_2 = 1, z'_2 = 2v.$

2.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2u & 0 \\ 0 & 1 & 2v \\ u & u^2 - v & -v^2 \end{vmatrix} = 0, v = -2u^2.$$
 (8.19')

3.
$$a = \frac{u^2 - v}{u}$$
, $b = v$, $c = \frac{-v^2}{u}$, $d = v^2$. (8.14') (8.15')

4.
$$a = 3u$$
, $b = -2u^2$, $c = -4u^3$, $d = 4u^4$.

5. Поверхня
$$y = 3ux - 2u^2$$
, $z = -4u^3x + 4u^4$. (8.22')

6. Ребро звороту
$$x = \frac{4}{3}, y = 2u^2, z = -\frac{4}{3}u^4$$
. (8.19") (8.23')

8.2.3. Торсова поверхня, інцидентна заданій смузі

Лінійна смуга (смуга І-го порядку, тобто лінія у кожній точці котрої задані значення *p* та *q*, які визначають нормаль майбутньої поверхні) цілком визначають торсову поверхню, яка проходе через неї.

Нехай задана лінійна смуга своїм носієм — кривою m, у кожній точці якої задані значення p(u) та q(u), що задовольняють рівнянню смуги,

$$z'_{1}(u) = p(u) \cdot x'_{1} + q(u) \cdot y'_{1}(u).$$
(8.26)

Рівняння поверхні будемо шукати з ∞^4 прямих (8.13), коефіцієнти яких будемо визначати із системи 4-х рівнянь, два з яких висловлюють інцидентність поверхні кривій *m*:

$$y_1 = ax_1 + b; \quad z_1 = cx_1 + d.$$
 (8.27)

Інші два рівняння отримаємо на основі таких міркувань: вектор \vec{l} твірної можна представити як результат векторного добутку двох безкінечно близьких нормалей $\vec{n}\{p,q,-1\}$ та $(d\vec{n}+n)$

$$\vec{l} = \vec{n} \times (\vec{n} + d\vec{n}) = \vec{n} \times d\vec{n} .$$
(8.28)

Вектор *dn* має координати (якщо диференціювати по *q*)

$$\frac{d\vec{n}}{dq} = \left\{ \frac{dp}{dq}, 1, 0 \right\},\tag{8.29}$$

198

так що

$$\vec{l} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ p & q & -1 \\ \frac{dp}{dq} & 1 & 0 \end{vmatrix} = \vec{i} - \frac{dp}{dq} \cdot \vec{j} + \left(p - q \cdot \frac{dp}{dq} \right) \cdot \vec{k} , \qquad (8.30)$$

тобто вектор \vec{l} має координати

$$\vec{l}\left\{1,-\frac{dp}{dq}, p-q\frac{dp}{dq}\right\},\tag{8.31}$$

що зіставленні з (8.27) дає:

$$a = -\frac{dp}{dq} , \ c = p - q\frac{dp}{dq}, \tag{8.32}$$

звідки маємо недостаючи два рівняння

$$a = -\frac{p'(u)}{q'(u)}; \ c = p(u) + a \cdot q(u).$$
(8.33)

Зазначимо, що рівняння (8.32) можна було відразу отримати з (8.17), диференціюючи його по *q*. Ідентичний результат можна отримати задиференціювання по *p*.

Для отримання регулярної торсової поверхні потрібно, щоб функції p(u) та q, а також їх перші похідні були непереривні. У протилежному випадку в даній точці смуги дотична площина буде не єдиною і, таким чином, не єдиною буде твірна поверхні у цій точці. Регулярність поверхні буде порушена.

Використовуючи результати розрахунку, можна легко побудувати креслення поверхні, тому що відомі кутові коефіцієнти *a* та *c* твірної, яка проходе через обрану точку кривої *m*.

Алгоритм побудови поверхні

Вихідні дані: крива т задана рівнянням (8.11) та її оснащення

$$p(u)$$
 Ta $q(u)$. (8.34)

1. Визначаємо *а* та *с* з рівняння (8.33).

2. Знаходимо *b* та *d* з рівнянь (8.14) та (8.15).

3. Підставляємо отримані коефіцієнти у (8.13).

4. За необхідності визначаємо ребро звороту аналогічно тому, що розглянуто раніше.

Приклад.

$$m$$
: $x = u$, $y = u^2$, $z = u^3$, $p = u^2$, $q = u$. (8.34')
1. $a = 2u$; $c = -u^2$.
2. $b = 3u^2$; $d = 2u^3$.
3. Поверхня:

 $y = -2u \cdot x + 3u^2,$ $z = -u^2 \cdot x + 2u_2.$

4. Ребро звороту:

$$x = 3u$$
, $y = -3u^2$, $z = -u^3$.

8.2.4. Торсові поверхні, задані спеціальними лініями

До спеціальних ліній поверхні належать:

- лінії кривини;

- геодезичні лінії;

- асимптотичні лінії.

Лінією кривини поверхні є така лінія, нормалі вздовж якої утворюють торсову (розгортну) поверхню.

Геодезичною називається лінія в якій головна нормаль супроводжуючого тригранника (тригранника Френе) співпадає з нормаллю до поверхні в кожній точці. Геодезичні лінії є найкоротшими лініями на поверхні.

Асимптотичною лінією називається лінія, яка є ребром звороту для сімейства дотичних площин поверхні вздовж цієї лінії.

Торсова поверхня інцидентна лінії кривини. Відомо, що крива *m* буде лінією кривини [4] у тому випадку, коли нормалі поверхні в кожній точці кривої складають торсову поверхню. Таким чином, через криву можна

провести ∞^1 поверхонь, для яких вона буде лінією кривини, оскільки через криву у просторі можна провести ∞^1 торсових поверхонь (будь-яка просторова крива має ∞^1 еволют). З вказаного ∞^1 поверхонь можна отримати шукану торсову поверхню.

Отже, задану криву *m* потрібно оснастити такими векторами нормалей майбутньої торсової поверхні, щоб вони самі утворили торсову поверхню. Вектор нормалі поверхні [4] визначаємо так:

$$\vec{n} = \vec{n}_1 \cdot \cos\varphi + \vec{b}_1 \cdot \sin\varphi, \qquad (8.35)$$

де \vec{n}_1 та \vec{b}_1 – вектори головної нормалі та бінормалі кривої *m*;

 φ – кут між векторами \vec{n}_1 та \vec{b}_1 , який визначаємо таким чином:

$$\varphi = -\int \chi(u) du , \qquad (8.36)$$

де $\chi(u) - функція скруту кривої.$

За інтегрування (8.36) з'являється стала інтегрування, так що криву *m* можна оснастити векторами вказаних нормалей \bar{n} не єдиним способом, якщо не задане початкове значення φ_0 . Таким чином, через задану криву *m* можна провести ∞^1 торсових поверхонь, які будуть відрізняться одна від одною значенням кутів φ_0 , при цьому твірні двох поверхонь будуть перетинатися під сталим кутом.

Головна нормаль \vec{n}_1 до кривої *т* має координати:

$$n_{1x} = \begin{vmatrix} bx & bz \\ y'_1 & z'_1 \end{vmatrix}; \quad n_{1y} = \begin{vmatrix} bx & bz \\ x'_1 & z'_1 \end{vmatrix}; \quad n_{1z} = \begin{vmatrix} bx & bz \\ x'_1 & y'_1 \end{vmatrix},$$
(8.37)

де:

$$bx = \begin{vmatrix} y_1' & z_1' \\ y_1'' & z_1'' \end{vmatrix}; \quad by = -\begin{vmatrix} x_1' & z_1' \\ x_1'' & z_1'' \end{vmatrix}; \quad bz = \begin{vmatrix} x_1' & y_1' \\ x_1'' & y_1'' \end{vmatrix}.$$
(8.38)

Бінормаль \vec{b}_1 має координати $\vec{b}_1\{bx, by, bz\}$. Скрут χ кривої визначаємо за формулою

$$\chi = \frac{1}{A^2 + B^2 + C^2} \begin{vmatrix} x_1' & y_1' & z_1' \\ x_1'' & y_1'' & z_1'' \\ x_1''' & y_1''' & z_1''' \end{vmatrix},$$
(8.39)

де A = bx, B = by, C = bz, тобто визначаємо за виразами (8.38).

Використовуючи наведені формули, можна розрахувати оснащення заданої кривої, отримати лінійну смугу та застосувати алгоритм підрозділу (8.2.3).

Алгоритм побудови поверхні.

Маємо криву
$$m: x = x_1(u), y = y_1(u), z = z_1(u).$$
 (8.11')

- 1. Знаходимо похідні x'_1 , x''_1 , x''_1 , y''_1 , y''_1 , y''_1 , z'_1 , z''_1 , z''_1 .
- 2. Визначаємо координати бінормалі з рівнянь (8.38).
- 3. Знаходимо координати головної нормалі за рівняннями (8.37).
- 4. Визначаємо скрут кривої за рівнянням (8.39).

5. Згідно з формулою (8.36), знаходимо кут *φ*, використовуючи заданий заздалегідь, або прийнявши його з конструктивних міркувань.

6. Визначаємо координати нормалі поверхні в точках кривої:

$$n_x = n_{1x} \cdot \cos\varphi + b_x \cdot \sin\varphi; \qquad (8.40)$$

$$n_{y} = n_{1y} \cdot \cos\varphi + b_{y} \cdot \sin\varphi; \qquad (8.41)$$

$$n_z = n_{1z} \cdot \cos\varphi + b_z \cdot \sin\varphi \,. \tag{8.42}$$

7. Визначаємо оснащення кривої т:

$$p = -\frac{n_x}{n_z}, \quad q = -\frac{n_y}{n_z}.$$
 (8.43)

8. Визначаємо а та с, згідно з рівнянням (8.33).

9. Знаходимо *b* та *d* з рівнянь (8.14) та (8.15).

10. Підставляємо отримані коефіцієнти в (8.13). Маємо рівняння поверхні.

11. За необхідності визначаємо ребро звороту.

Приклад. Спроектувати торсову поверхню, для якої крива т

m: x = hu, $y = r \cos u$, $z = r \sin u$

була б лінією кривини при $\varphi_0 = 0$.

1.
$$x'_1 = h$$
, $x''_1 = 0$, $x'''_1 = 0$,
 $y'_1 = -r \sin u$, $y''_1 = -r \cos u$, $y'''_1 = r \sin u$,
 $z'_1 = r \cos u$, $z''_1 = -r \sin u$, $z'''_1 = -r \cos u$.

202
2.
$$b_x = \begin{vmatrix} -r\sin u \end{vmatrix}$$

2.
$$b_{x} = \begin{vmatrix} -r \sin u & r \cos u \\ -r \cos u & -r \sin u \end{vmatrix} = r^{2};$$

$$b_{y} = \begin{vmatrix} h & r \cos u \\ 0 & -r \sin u \end{vmatrix} = -rh \sin u;$$

$$b_{z} = \begin{vmatrix} h & -r \sin u \\ 0 & -r \cos u \end{vmatrix} = -rh \cos u.$$

3.
$$n_{1x} = \begin{vmatrix} r \cdot h \cdot \sin u & -r \cdot h \cdot \cos u \\ -r \cdot \sin u & r \cdot \cos u \end{vmatrix} = 0;$$

$$n_{1y} = \begin{vmatrix} r^{2} & -r \cdot h \cdot \cos u \\ h & r \cdot \cos u \end{vmatrix} = -r \cos u (r^{2} + h^{2});$$

$$n_{1z} = \begin{vmatrix} r^{2} & r \cdot h \cdot \sin u \\ h & -r \cdot \sin u \end{vmatrix} = -r \sin u (r^{2} + h^{2}).$$

4.
$$\chi = \frac{\begin{vmatrix} h & -r \sin u & r \cos u \\ 0 & -r \cos u & -r \sin u \\ 0 & -r \cos u & -r \sin u \end{vmatrix}}{r^{2} \cdot h^{2} + h^{4}} = \frac{h}{h^{2} + r^{2}}.$$
(8.39')

5.
$$\varphi = -\int \frac{h}{h^2 + r^2} = -\frac{h}{h^2 + r^2}$$
 (8.36')

$$6. \ n_x = r^2 \cdot \sin \varphi \,; \tag{8.40'}$$

$$n_{y} = -r(r^{2} + h^{2})\cos\varphi\cos u + r \cdot h \cdot \sin\varphi \cdot \sin u ; \qquad (8.41')$$

$$n_{y} = -r(r^{2} + h^{2})\cos\varphi \cdot \sin u - r \cdot h \cdot \sin\varphi \cdot \cos u. \qquad (8.42')$$

7.
$$p = \frac{r \cdot \sin \varphi}{\left(r^2 + h^2\right) \sin u \cdot \cos \varphi + h \cdot \cos u \cdot \sin \varphi};$$
$$q = \frac{-\left(r^2 + h^2\right) \cdot \cos u \cdot \cos \varphi + h \cdot \sin u \cdot \sin \varphi}{\left(r^2 + h^2\right) \sin u \cdot \cos \varphi + h \cdot \cos u \cdot \sin \varphi}.$$
$$-\left(r^2 + h^2\right) \cdot \cos u \cdot \cos \varphi + h \cdot \sin u \cdot \sin \varphi.$$

8.
$$p' = r \cdot \sin \varphi \frac{-(r^2 + h^2) \cdot \cos u \cdot \cos \varphi + h \cdot \sin u \cdot \sin \varphi}{(r^2 + h^2) \sin u \cdot \cos \varphi + h \cdot \cos u \cdot \sin \varphi};$$

$$q' = \frac{(r^2 + h^2) \cdot \cos^2 \varphi + h^2 \cdot \sin^2 \varphi}{\left[(r^2 + h^2) \sin u \cdot \cos \varphi + h \cdot \cos u \cdot \sin \varphi \right]^2};$$

$$a = \frac{r \cdot \sin \varphi \left[\left(r^2 + h^2 \right) \cos u \cdot \cos \varphi - h \cdot \sin u \cdot \sin \varphi \right]}{\left(r^2 + h^2 \right) \cdot \cos^2 \varphi + h^2 \cdot \sin^2 \varphi};$$

$$c = p + a \cdot q = \frac{r \cdot \sin \varphi}{\left(r^2 + h^2\right) \cdot \cos^2 \varphi + h^2 \cdot \sin^2 \varphi}.$$

9.
$$b = y - ax = r \cdot \cos u - hu \frac{r \cdot \sin \varphi \left[\left(r^2 + h^2\right) \cos u \cdot \cos \varphi - h \cdot \sin u \cdot \sin \varphi \right]}{\left(r^2 + h^2\right) \cdot \cos^2 \varphi + h^2 \cdot \sin^2 \varphi};$$
$$d = z - cx = r \cdot \sin u - hu \frac{r \cdot \sin \varphi}{\left(r^2 + h^2\right) \cdot \cos^2 \varphi + h^2 \cdot \sin^2 \varphi}.$$

10. Рівняння поверхні:

$$y = ax + b, \quad z = cx + d$$

з урахуванням коефіцієнтів та кута φ (функції від u).

Торсова поверхня інцидентна геодезичній лінії_. Не менш важливою у практичному відношенні є задача побудови торсової поверхні, яка інцидентна лінії кривини. Як було зазначено, при цьому нормалі до поверхні повинні співпадати з головними нормалями кривої.

Алгоритм побудови поверхні.

Дана крива *т* за рівнянням (8.11).

1. Знаходимо похідні x'_1 , x''_1 , y'_1 , y''_1 , z'_1 , z''_1 .

2. Визначаємо координати b_x , b_y , b_z за рівняннями (8.38).

3. Обчислюємо координати головної нормалі *n_x*, *n_y*, *n_z* за рівняннями (8.37).

4. Визначаємо оснащення кривої *т*:

$$p = \frac{-n_{1x}}{n_{1z}}; \quad q = \frac{-n_{1y}}{n_{1z}}.$$
(8.44)

5. Згідно з (8.33), знаходимо *а* та *с*.

6. Визначаємо *b* та *d* за рівняннями (8.14) та (8.15).

7. Записуємо рівняння поверхні (8.13) з урахуванням обчислених коефіцієнтів.

8. За необхідності визначаємо ребро звороту.

Приклад. Спроектувати торсову поверхню, для якої гвинтова лінія т

m: x = hu, $y = r \cos u$, $z = r \sin u$

була б геодезичною.

Координати головної нормалі кривої були визначені нами в попередньому прикладі. Тому задачу вирішуємо починаючи з п. 4.

4. p = 0, q = -ctgu. 5. p' = 0, $q' = \frac{1}{\sin^2 u}$, $a = -\frac{p'}{q'} = 0$, c = p + aq. 6. $b = y - ax = r \cdot \cos u$, $d = z - cx = r \cdot \sin u$. 7. Рівняння поверхні

 $y = r \cdot \cos u$, $z = r \cdot \sin u$

або

 $y^2 + z^2 = r^2,$

тобто маємо круговий циліндр.

Торсова поверхня інцидентна асимптотичній лінії. З розглянутих задач випливає можливість побудови торсової поверхні, для якої задана лінія є асимптотичною. При цьому бінормалі кривої є нормалями поверхні, з яких і складається оснащення кривої. У подальшому використовується алгоритм 8.2.3.

Алгоритм побудови поверхні

Дана крива *т* за рівнянням (8.11).

- 1. Знаходимо похідні x'_1 , x''_1 , y'_1 , y''_1 , z'_1 , z''_1 .
- 2. Визначаємо координати b_x , b_y , b_z бінормалі за рівняннями (8.38).
- 3. Визначаємо оснащення кривої т:

$$p = \frac{-b_x}{b_z}; \quad q = \frac{-b_y}{b_z}.$$
 (8.44')

- 4. Згідно з (8.33) знаходимо *а* та *с*.
- 5. Визначаємо *b* та *d* за рівняннями (8.14) та (8.15)
- 6. Записуємо рівняння поверхні:

$$y = ax + b , \quad z = cx + d$$

з урахуванням коефіцієнтів.

7. За необхідності визначаємо ребро звороту.

Приклад.

Сконструювати торсову поверхню, для якої гвинтова лінія т

m: x = hu, $y = r \cos u$, $z = r \sin u$

була би асимптотичною.

Координати бінормалі кривої були знайдені раніше

 $\vec{b}\big\{r^2, r\cdot h\cdot \sin u, -r\cdot h\cdot \cos u\big\}.$

Бінормаль кривої повинна бути нормаллю поверхні, так що:

3.
$$p = \frac{r}{h \cdot \cos u}$$
, $q = tgu$.
4. $p' = \frac{r}{h} \cdot \frac{\sin u}{\cos u}$, $q' = \frac{1}{\cos^2 u}$;
 $a' = \frac{p'}{q'} = \frac{-r}{h} \sin u$, $c = p + aq = \frac{r}{h} \cdot \frac{1}{\cos u} - \frac{\sin^2 u}{\cos u} \cdot \frac{r}{h}$, $c = \frac{r \cos u}{h}$.

5. $b = r \cdot \cos u + r \cdot \sin u \cdot u = r(\cos u + u \cdot \sin u);$

 $d = r \cdot \sin u - r \cdot u \cdot \cos u = r(\sin u - u \cdot \cos u).$

6. Поверхня:

$$y = \frac{-rx}{h}\sin u + r(\cos u + u \cdot \sin u) = r \cdot \cos u + \frac{u \cdot h - x}{h}r \cdot \sin u,$$
$$z = \frac{-rx}{h}\cos u + r(\sin u - u \cdot \cos u) = r \cdot \sin u - \frac{u \cdot h - x}{h}r \cdot \cos u.$$

Розглянуті задачі значно спрощуються, якщо крива *т* – плоска.

Нехай задана плоска крива *т*:

m: x = t, y = t, $z = t^2$.

Потрібно побудувати торсові поверхні, для яких крива *m* була б лінією кривини, геодезичною або асимптотичною.

Розв'язання.

Крива m – лінія кривини при $\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$.

1.
$$x'_{1} = 1$$
, $x''_{1} = 0$, $x'''_{1} = 0$,
 $y'_{1} = 1$, $y'_{1} = 0$, $y'''_{1} = 0$,
 $z'_{1} = 2t$, $z''_{1} = 2$, $z'''_{1} = 0$.

2.
$$b_x = \begin{vmatrix} 1 & 2t \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2$$
, $b_y = -\begin{vmatrix} 1 & 2t \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -2$, $b_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$.
3. $n_{1x} = \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 2t \end{vmatrix} = -4t$, $n_{1y} = -\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2t \end{vmatrix} = -4t$, $n_{1z} = \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 4$.
4.
4.
5. $\varphi = \varphi_0 = \frac{\pi}{4}$.
6. $n_x = -\sqrt{2}(2t-1)$, $n_y = -\sqrt{2}(2t+1)$, $n_z = 2\sqrt{2}$.
7. $p = t - \frac{1}{2}$, $q = t + \frac{1}{2}$.
8. $a = -1$, $c = t - \frac{1}{2} - t - \frac{1}{2} = -1$.
9. $b = t + t = 2t$, $d = t^2 + t$.
10. Поверхня

y = -x + 2t, $z = -x + t_2 + t$.

11. Ребро звороту вироджується у невласну точку – оскільки отримана поверхня є параболічний циліндр.

Розглянемо торсову поверхню, для якої та сама крива буде геодезичною.

Розв'язання починаємо з п. 4.

- 4. p = t, q = t. 5. a = -1, c = t = t = 0.
- 6. b = t + t = 2t, $d = t^2$.

7. Поверхня

$$y = -x + 2t, \quad z = t^2,$$

або

$$z = \frac{1}{4} (x + y)^2.$$

Якщо вимагати, щоб вказана крива була асимптотичною лінією, отримаємо площину *x* = *y*, у якій розташовується крива.

Розглянутий приклад вказує на доцільність застосування на практиці плоских напрямних ліній, хоча спрощення в розрахунках стає іншою складністю – обертанням функцій знаменника в нуль та ін. Все це потрібно враховувати, створюючи програм для електронних обчислювальних машин.

8.2.5. Оснащення напрямної кривої твірними торсової поверхні

Нехай задана плоска або просторова крива:

$$m: x = x_1(u), y = y_1(u), z = z_1(u),$$
 (8.45)

через кожну точку якої проведена прямолінійна твірна майбутньої поверхні, яка визначається вектором

$$\vec{l}\{a,b,c\},\tag{8.46}$$

де a = a(u), b = b(u), c = c(u) – поки невідомі функції від u. Потрібно встановити умову, якій повинні задовольняти функції a, b, c, щоб твірні, які вони визначають, утворили торсову поверхню, інцидентну заданій кривій.

Вектор дотичної $\vec{\tau}$ до кривої (8.45)

$$\vec{\tau}\{x', y'.z'\},$$
 (8.47)

де x', y', z' – перші похідні функцій (8.45) по u.

Нормаль у кожній точці кривої (8.45) визначиться векторним добутком

$$\vec{n} = \vec{l} \times \vec{\tau} \tag{8.48}$$

або

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a & b & c \\ x' & y' & z' \end{vmatrix} = \vec{i} (bz' - cy') - \vec{j} (az' - cx') + \vec{k} (ay' - bx').$$
(8.49)

Задаючи вектор нормалі у вигляді

$$\vec{n} = \{p, q, -1\}$$
 (8.50)

та порівнюючи з (8.49) будемо мати

208

$$p = -\frac{bz' - cy'}{ay' - bx'}; \quad q = \frac{az' - cx'}{ay' - bx'}.$$
(8.51)

Умовою торсовості поверхні, яка складається з твірних (8.47), є рівняння

$$ap' + bq' = 0. (8.52)$$

Маємо:

$$p' = \frac{-1}{(ay'-bx')^2} [(ay'-bx')(b'z'+bz''-c'y'-cy'') - (bz'-cy')(a'y'+ay''-b'x'-bx'')], \quad (8.53)$$

$$p' = \frac{1}{(ay'-bx')^2} [(ay'-bx')(a'z'+az''-c'x'-cx'') - (az'-cx')(a'y'+ay''-b'x'-bx'')].$$
(8.54)

Підставляючи (8.53) та (8.54) у (8.52), після перетворень будемо мати

$$c'(ay'-bx')+c(b'x'-a'y')=(ab'-a'b)\cdot z', \qquad (8.55)$$

тобто диференціальне рівняння, яке визначає взаємний зв'язок між функціями *a*, *b*, *c*. Оскільки на практиці доводиться розглядати різні проекції поверхні, то для зручності складання диференціального рівняння, аналогічного (8.55) для будь якого випадку, спочатку (8.46) прийнято три функції *a*, *b*, *c*, хоча напрямок вектора можна задати відношенням двох з них до третьої. Так, наприклад, розглядаючи проекції відсіку поверхні на площинах *Oxy* та *Oxz*, зручно прийняти a=1, що дасть нам

$$\tilde{n}' + \tilde{n} \frac{b'x'}{y' - bx'} = \frac{b'x'}{y' - bx'}.$$
(8.56)

Аналогічно можна скласти диференціальне рівняння для сполучення інших площин проекцій.

Рівняння (8.56) вказує:

1) через криву (8.45) можна провести безліч торсових поверхонь, твірні яких визначаються функціями *b* та *c*, що входять до складу диференціального рівняння;

2. Одну з функцій, наприклад *b* можна задати довільно, (зрозуміло з класу функцій, придатних для опису твірних поверхні), тоді друга функція *c* визначиться з рівняння (8.56).

Якщо рівняння (8.55) розв'язати відносно b та b', то отримаємо

$$b' + b\frac{c'x'}{z' - cx'} = \frac{c'y'}{z' - cx'}.$$
(8.57)

8.2.6. Побудова торсових поверхонь полиць диференціально-

параметричним методом

На базі розглянутих методів проектування торсових поверхонь за різних умов В. М. Найдишем запропоновано узагальнений алгоритм побудови поверхні полиць.

Основними параметрами, прийнятими в практиці для характеристики геометрії поверхонь плужних полиць є (рис. 8.3): ε_0 , γ_0 – кути установки лемеша, ε_1 , γ_1 – кути установки крила, $\vec{l} \{l_x, l_y, l_z\}$ – вектор напрямку верхньої твірної. Вказаними кутами в повній мірі визначається положення нормалі до поверхні в даній точці. Оскільки в наведених вище алгоритмах нормаль до поверхні визначається координатами *p* та *q*, то дамо формули переходу, котрі можна отримати за допомогою сферичної геометрії або розглянувши елементарні трикутники:

$$p = -tg\varepsilon \cdot \sin\gamma, \quad q = -tg\varepsilon \cdot \cos\gamma. \tag{8.58}$$



Рис. 8.3. Схема побудови поверхні полиці

Основними геометричними елементами, за допомогою яких задаються торсові поверхні на практиці, є такі:

- дві плоскі напрямні криві (як правило, це параболи у перпендикулярному перерізі до леза лемеша, або одна з цих – парабола а друга – крива польового обрізу);

- дискретна множина точок, які оснащені нормалями майбутньої поверхні;

- напрямна крива, на якій задані кути установки лемеша та крила і положення верхньої твірної;

- геодезична лінія, як правило, гранична траекторія руху частинки грунту по полиці;

- плоска лінія кривини.

Перший спосіб легко реалізувати за допомогою алгоритму п. 8.2.2.

Розглянемо другий спосіб. Нехай задані декілька точок поверхні, які оснащені нормалями майбутньої поверхні (масив точок, через які важко та недоцільно проводити яку-небудь регулярну криву):

$$M_{i}(x_{i}, y_{i}, z_{i}, p_{i}, q_{i}), \quad i = 0, n.$$

Інтерполюючи значення p_i та q_i алгебраїчним поліномом степеня n для завдання n+1 точок, запишемо диференціальне рівняння у частинних похідних І-го порядку:

$$p = a_i \cdot q^i, \ i = \overline{0, n}, \tag{8.59}$$

яке не залежить для торсових поверхонь від *x*, *y*, *z*.

Далі є багато різних способів для побудови поверхні, яка інцидентна заданим точкам та відповідно рівнянню (8.59).

Один зі шляхів може бути таким: через задані точки проводимо прямолінійні твірні шуканої поверхні паралельно вектору

$$l\left\{1,-\frac{dp}{dq}, p-q\cdot\frac{dp}{dq}\right\}$$
,

де значення $\frac{dp}{dq}$ обчислимо для даної точки за рівнянням, яке отримано диференціюванням (8.59) по q, для значення p та q вказаної точки.

Здобуту множину твірних перерізаємо довільною горизонтально проекційною площиною α (наприклад, y = kx + m) та обчислюємо координати точок перетину u_i та z_i . Отриманий ряд точок інтерполюємо опуклим поліномом, наприклад:

$$z = b_i \cdot y^i \cdot i = \overline{0, n} \,. \tag{8.60}$$

Визначаємо оснащення отриманої кривої з системи рівнянь:

$$\begin{cases} i \cdot b_i \cdot k^i \cdot x^{i-1} = p + q \cdot k; \\ p = a_i \cdot q^i, \end{cases}$$
(8.61)

так що *q* визначимо в результаті розв'язання алгебраїчного рівняння степеня *n*. Оснащена таким чином крива (8.60), тепер може виконувати роль напрямної кривої і дозволить побудувати як завгодно щільний каркас твірних.

Рівняння побудованої поверхні має вигляд

$$\frac{x-u}{1} = \frac{y-ku}{k_1} = \frac{z-b_i \cdot k^i \cdot u^i}{k_2} , \qquad (8.62)$$

де *и* – параметр, який фіксує точку на кривій (8.60);

$$k_1 = \frac{-dp}{dq}, \quad k_2 = p - q\frac{dp}{dq};$$
 (8.63)

$$\frac{dp}{dq} = i \cdot a_i \cdot q^{i-1}, \qquad (8.64)$$

з урахуванням того, що p та q при визначенні коефіцієнтів k_1 та k_2 беруться із системи рівнянь (8.61).

З викладеного витікає алгоритм побудови поверхні:

1) визначаємо диференційне рівняння (8.59);

2) обчислюємо значення:

$$\vec{k}_{1j} = i \cdot a_i \cdot q_j^{i-1},$$

$$\vec{k}_{2j} = (1-i) \cdot a_i \cdot q_j^i, \quad j = \overline{0, n}.$$

у *ј-*й точці.

3) через задані точки проводимо прямолінійні твірні

$$\frac{x - x_j}{1} = \frac{y - y_j}{\bar{k}_{1j}} = \frac{z - z_j}{\bar{k}_{2j}};$$
(8.65)

4) обираємо підходящі значення *k* та *m*, щоб площина α перетинала всі твірні;

5) розв'язуючи сумісно y = kx + m та рівняння (8.65), визначаємо ряд y_i та z_i ;

6) визначаємо напрямну криву згідно (8.60);

7) обчислюємо її оснащення (система (8.61);

8) визначаємо коефіцієнти k_1 та k_2 за рівняннями (8.63) та (8.64);

9) записуємо рівняння побудованої поверхні у вигляді (8.62).

Зазначимо, що функція (8.59) не повинна мати на дільниці, яку ми розглядаємо, особливих точок. Крім неперервності самої функції та її першої похідної, важливою умовою є опуклість функції, тобто сталість знака другої похідної, що дозволить уникнути появи гіперболічних точок на поверхні, що викличе неминуче залипання полиці ґрунтом. Таким чином, після визначення функції (8.59) потрібно перевірити її на опуклість на розглядаємій дільниці, і якщо така порушена, застосувати алгоритм побудови опуклого поліному.

Звично кількість точок *M_i* невелика, так що ступені поліномів також невисокі, що дозволяє застосувати різні програми для обчислювальної техніки.

Розглянемо третій спосіб утворення поверхні.

Задані напрямна крива:

$$x = u, \quad y = f_1(u), \quad z = f_2(u),$$
 (8.66)

кути установки лемеша ε_0 , γ_0 , кути установки крила ε_1 , γ_1 , верхня твірна $\vec{l} \{l_x, l_y, l_z\}$ у точці $u = u_1$ кривої (8.66). Треба побудувати торсову поверхню.

Розв'язання задачі складається з визначення диференціального рівняння в частинних похідних у вигляді (8.59) шляхом інтерполювання значень координат нормалі до майбутньої поверхні, які визначені вздовж кривої (8.66) за допомогою кутів установки та координат верхньої твірної, знаходженням коефіцієнтів *a*, *b*, *c*, *d* у рівняннях твірних:

$$y = ax + b$$
, $z = cx + d$, (8.67)

які задовольняють заданим умовам, і якщо потрібно, то – побудові креслення поверхні та знаходженню рівняння ребра звороту.

Алгоритм розрахунку.

1. Визначаємо координати p_0, p_1 та q_0, q_1 нормалі в точках кривої (8.66), де задані кути установки лемеша і крила, за рівняннями (8.58).

Визначаємо координати нормалі в точці перетину верхньої твірної *l* та кривої (8.66), (*u* = *u*₁):

214

$$p_{2} = \frac{\begin{vmatrix} f_{1}' & f_{2}' \\ l_{y} & l_{z} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_{1}' & 1 \\ l_{y} & l_{x} \end{vmatrix}}, \quad q = \frac{\begin{vmatrix} 1 & f_{2}' \\ l_{x} & l_{z} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & f_{1}' \\ l_{x} & l_{y} \end{vmatrix}},$$
(8.68)

де f'_1 , f'_2 - значення похідних функцій f_1 та f_2 по u при $u=u_1$.

3. Отримані значення p_0 , p_1 , p_2 та q_0 , q_1 , q_2 інтерполюємо поліномом (8.59).

4. Знаходимо оснащення напрямної кривої (8.66) із системи

$$\begin{cases} f_2' = p + q \cdot f_1', \\ p = a_i \cdot q^i, \end{cases} \quad i = \overline{0,2} \quad . \tag{8.69}$$

Отримаємо

$$p = p(u), \quad q = q(u).$$
 (8.70)

Подальший розрахунок виконуємо за алгоритмом, коли торсова поверхня задана лінійною смугою (п. 8.2.3).

5. Коефіцієнти в рівняннях (8.67):

$$a = \frac{-p'(u)}{q'(u)}, \quad b = f_1 - a \cdot u, \quad c = p + a \cdot q, \quad d = f_2 - c \cdot u.$$
(8.71)

6. Рівняння поверхні має вигляд (8.67) з урахуванням (8.71).

7. Якщо потрібно побудувати креслення поверхні, то можна накреслити проекції кривої (8.66) і при значенні параметра *u*=*u*₁ провести твірні, маючи на увазі, що

$$a_i = tg\psi_{xy}^i, \quad c_i = tg\psi_{xz}^i,$$

де ψ_{xy}^{i} , ψ_{xz}^{i} – кути твірних з віссю Ox на Oxy та Oxzy.

8. Рівняння ребра звороту, як і раніше (підр. 8.2.3) визначається рівняннями пункту 6, сумісно з рівнянням, яке отримано диференціюванням одного з них за параметром *u*.

8.3. Проектування гвинтової полиці з торсової поверхні

Отримані результати досліджень були застосовані під час проектування гвинтової полиці плужного корпусу. Гвинтовий корпус був обраний тому, що з точки зору утворення поверхні він є найбільш складним. Тому, якщо за допомогою розроблених моделей можна утворити складну поверхню гвинтової полиці, то ці моделі придатні для утворення інших плужних полиць культурних, напівгвинтових, спеціальних.

8.3.1. Геометрична модель торсової поверхні гвинтової полиці

Для розробки геометричної моделі поверхні розташуємо корпус плуга з полицею так, як вказано на рис. 8.4. При цьому вісь *Ox* буде направлена протилежно руху знаряддя, вісь *Oy* буде направлена перпендикулярно до стінки борозни, а вісь *Oz* – перпендикулярно дну борозни.



Рис. 8.4. Схема утворення геометричної моделі гвинтової полиці

Задамо геометричну модель поверхні проекціях твірної згідно з (8.13)

$$\tilde{y} = a\tilde{x} + b$$
, $\tilde{z} = c\tilde{x} + d$, (8.72)

де \tilde{x} , \tilde{y} , \tilde{z} – поточні координати твірної, а параметри *a*, *b*, *c*, *d* залежать від параметра *u*. У кожному своєму положенні твірна має спільну точку *A*(*x*, *y*, *z*) з напрямною кривою (8.45)

m:
$$x = x(u), y = y(u), z = z(u).$$
 (8.73)

Для формування моделі поверхні виразимо коефіцієнти рівнянь (8.72) через координати точки *А*.

Із трикутника KNO на площині Оху маємо :

$$tg\gamma = \frac{y-c}{x},$$

звідки

$$c = y - x \cdot tg \gamma .$$

Із трикутника PA"F на площині Oxz маємо:

$$tg\beta = \frac{z-d}{x},$$

звідки

$$d = z - x \cdot tg\beta.$$

Із рисунку 8.4 видно, що $a = tg\gamma$, $b = tg\beta$. Підставляючи отримані значення коефіцієнтів у (8.72), отримаємо модель поверхні в такому вигляді:

$$\tilde{y} = a\tilde{x} + y - ax, \quad \tilde{z} = c\tilde{x} + z - bx. \quad (8.74)$$

Застосувавши до (8.74) умову торсовості (8.5)

$$\frac{-y'+a'x+ax'}{a'}=\frac{z'-b'x-bx'}{b'},$$

отримаємо диференціальне рівняння положення твірних

$$b' + b \frac{a'x'}{y' - ax'} = \frac{a'z'}{y' - ax'} , \qquad (8.75)$$

з якого знаючи функції *a*, *x*, *y*, *z*, отримаємо функцію *b* і побудуємо поверхню. Проектуючи поверхні плужних полиць, зручно як параметр *u* взяти координату *x*. Тоді рівняння (8.75) спрощується
$$b' + b\frac{a'}{y'-a} = \frac{a'z'}{y'-a}$$
(8.76)

217

та стає більш зручним для використання.

8.3.2. Побудова напрямної кривої

Напрямною кривою для гвинтової полиці має бути гвинтова лінія, яка характеризується поточним радіусом R_m та кроком $\theta(x)$, згідно зі схемою обертання скиби (рис. 8.5,*a*). За крайню точку, яка буде визначати поточний радіус R_m , приймемо точку 1 у початковому положенні скиби (рис. 8.5,б), а точка 2 буде характеризуватися кінцевим положенням скиби, коли вона розташовується під кутом θ_k . Для визначення поточного радіуса R_m та координат центра $O_1(m,n)$ запишемо рівняння кола

$$(z+n)^{2} + (y+m)^{2} = R_{m}^{2}.$$
(8.77)



Рис. 8.5. Утворення напрямної кривої: *а* – схема швидкостей при обертанні скиби; *б* – схема визначення параметрів

Рівняння (8.77) має три параметри *R_m*, *m*, *n*, тому для їх визначення потрібно мати три рівняння. Для цього запишемо координати точок 1 та 2:

точка 1: $z_1 = a$, $y_1 = 0$;

точка 2:
$$z_2 = a \cdot \cos \theta_2 + b \cdot \sin \theta_2$$
, $y_2 = a \cdot (1 - \sin \theta_2) + b \cdot (1 + \cos \theta_2)$.

Ці точки дають нам два рівняння (8.77). Третє рівняння отримаємо диференціюванням (8.77). Таким чином будемо мати систему

$$\left\{ \begin{aligned} \left\{ z_{1}+n\right)^{2}+\left(y_{1}+m\right)^{2}=R_{m}^{2}\\ \left\{ z_{2}+n\right)^{2}+\left(y_{2}+m\right)^{2}=R_{m}^{2}\\ tg\tau=-\frac{z_{2}-n}{y_{2}-m} \end{aligned} \right\}$$
(8.78)

Із системи (8.78) будемо мати такі значення параметрів:

$$n = \frac{tg\tau \left[\left(y_1 - y_2 \right)^2 + z_1^2 - z_2^2 \right] + 2 \cdot z_2 \left(y_1 - y_2 \right)}{2 \left[y_1 - y_2 + \left(z_1 - z_2 \right) \cdot tg\tau \right]} ;$$
(8.79)

$$m = \frac{y_1^2 - y_2^2 + (z_1 - z_2)^2 + 2 \cdot tg\tau \cdot y_2(z_1 - z_2)}{2[y_1 - y_2 + (z_1 - z_2) \cdot tg\tau]};$$
(8.80)

$$R_{m} = \frac{(y_{1} - y_{2})^{2} + (z_{1} - z_{2})^{2}}{2 \cdot |y_{1} - y_{2} + tg \cdot (z_{1} - z_{2})|} \cdot \sqrt{1 + tg^{2}\tau} .$$
(8.81)

Наступним та дуже важливим параметром напрямної кривої, є її крок. При цьому потрібно зважувати на кутову швидкість обертання скиби та на лінійну швидкість руху корпусу плуга. Відповідно до схеми швидкостей (рис. 8.5, а) запишемо лінійну швидкістю руху корпусу плуга, та кутову швидкість обертання:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}; \tag{8.82}$$

$$v = \frac{dx}{dt} \,. \tag{8.83}$$

Із виразу (8.83) маємо

$$dt = \frac{dx}{v}$$

Підставляючи отриманий вираз у (8.82), отримаємо зв'язок між кутовою та лінійною швидкостями руху скиби

$$\omega = v \frac{d\theta}{dx} \,. \tag{8.84}$$

Таким чином, кутова швидкість обертання скиби прямо пропорційна лінійній швидкості руху корпусу плуга під час оранки за відомою функції $\theta(x)$.

Відповідно до схеми сил (рис. 8.6), які діють на скибу ґрунту при обертанні, запишемо рівняння рівноваги $\sum P = \sum Q$, де в лівій частині сума сил, які рухають скибу по осі $O\eta$, а в правій – сума сил, які перешкоджають руху.



Рис. 8.6. Схема сил, діючих на скибу грунту при обертанні

До сил, які спричиняють рух скиби по осі *Оη*, відносяться: - складова відцентрової сили

$$F_{\eta} = F \cos \psi = mr \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \cos \psi ;$$

- складова сили інерції

$$T_{\eta} = T\sin\psi = mr\frac{d^2\theta}{dt^2}\sin\psi,$$

де *г* – миттєвий радіус обертання

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$$
;

ψ – кут між миттєвим радіусом обертання та нижньою гранню скиби

$$\psi = \operatorname{arctd} \frac{a}{b}$$
.

До сил, які перешкоджають руху скиби, відносяться:

- складова сили тяжіння

$$P_n = P\sin\theta = mg\sin\theta;$$

- сила тертя від вертикальної (відносно осі Оη) складової сили тяжіння

$fmg\cos\theta$;

- сила тертя від вертикальної (відносно осі *О*η) складової сили інерції

$$f \cdot m \cdot r \frac{d^2 \theta}{dt^2} \cos \psi,$$

де *f* – коефіцієнт тертя між металом полиці та грунтом.

Підставивши отримані значення в умову рівноваги, отримаємо

$$m \cdot r \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \cos \psi + m \cdot r \frac{d^2\theta}{dt^2} \sin \psi = m \cdot g \cdot \sin \theta + f \left[m \cdot g \cdot \cos \theta + m \cdot r \frac{d^2\theta}{dt^2} \cos \psi - m \cdot r \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \sin \psi \right]$$

або після перетворень

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \frac{\cos\psi + f \cdot \sin\psi}{\sin\psi - f \cdot \cos\psi} - \frac{g\left(\sin\theta + f \cdot \cos\theta\right)}{r\left(\sin\psi - f \cdot \cos\psi\right)} = 0.$$

Підставимо у отриманий вираз значення кутової швидкості ω з (8.84), отримаємо диференціальне рівняння, яке зв'язує кут повороту скиби грунту з переміщенням вздовж напрямку руху

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \left(\frac{d\theta}{dx}\right)^2 \frac{\cos\psi + f \cdot \sin\psi}{\sin\psi - f \cdot \cos\psi} - \frac{g\left(\sin\theta + f \cdot \cos\theta\right)}{r \cdot v^2\left(\sin\psi - f \cdot \cos\psi\right)}.$$
(8.85)

Рівняння (8.85) інтегрувалося чисельним методом. При цьому параметри рівняння мали такі значення: швидкість оранки v варіювалась у межах 1,67–4,1 *м/с*, що відповідає 6–5 *км/год*; коефіцієнт тертя f = 0,5; крок

інтегрування 0,01 *м*; початкові умови $\theta(0) = 0$, $\theta'(0) = 0$. Результатом інтегрування була сім'я, які наведені на рис. 8.7.



Рис. 8.7. Графіки залежності кута повороту скиби ґрунту при переміщенні по полиці за різних швидкостей оранки.

Із рисунка видно, що функція кроку $\theta(x)$ має вигляд інтегральної кривої. Це пов'язано з тим, що скиба при переміщенні по грудині полиці зазнає достатній зв'язок з необробленим монолітом грунту і може обертатись достатньо швидко. Далі потрібно зменшити швидкість обертання, через те що інакше відцентрова сила буде визивати радіальний зсув скиби. Зменшення дії поверхні на скибу забезпечується тим, що кут повороту змінюється по опуклій кривій. Таким, чином функція $\theta(x)$ має точку перегину та відповідний максимум першої похідної (рис. 8.8). Із рис. 8.7 та 8.8 видно, що швидкісний діапазон 1,67–4,1 *м/с* розпадається на три діапазони: 1,67–2,2; 2,5–3,06 та 3,3–4,1 *м/с*. Лінія $\theta = 150^{\circ} = 2,62$ *рад*, відповідає куту, за якого скиба сходе з полиці. Координата *х* точки перетину цієї прямої з кривою $\theta(x)$ відповідає довжині полиці. Таким чином, полиця певної довжини може успішно працювати у одному з трьох швидкісних діапазонів.



Рис. 8.8. Графіки першої похідної функції $\theta(x)$

Характерною відзнакою кривих $\theta(x)$ є стійкість кута θ , за якого перша похідна $d\theta/dx$ має максимум. Із рис. 8.8 видно, що кут θ , за якого має місце максимальне значення $d\theta/dx$, дорівнює приблизно $\theta \approx 70^{\circ}$. Це означає, що скиба після обертання на 70° набирає достатню швидкість, і дія полиці на неї припиняється.

Для аналітичного опису функції $\theta(x)$ було застосовано поліном четвертого степеня

$$\theta = a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + a_4 \cdot x^4 .$$
(8.86)

Значення коефіцієнтів полінома (8.86) наведені в таблиці 8.1.

Для гвинтової полиці дуже важливою величиною є її довжина, тобто значення координати x_n , яка буде останньої точкою функції $\theta(x_n)$. Одночасно довжина полиці залежить, як це видно з рис. 8.7, від швидкості оранки та коефіцієнта тертя *f*. Для визначення впливу коефіцієнта тертя на довжину полиці і на максимальну кутову швидкість $\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{max}$ рівняння (8.85) інтегрувалося за різних значень f та швидкості оранки v. Значення коефіцієнта тертя були прийняті такі: 0,25; 0,35; 0,50; 0,60. Швидкість оранки 1,60; 2,11; 2,50; 3,06 та 3,34 *м/c*.

Таблиця 8.1

Швидкість	Коефіцієнти полінома (8.86)					
оранки v , м/с	a_1	<i>a</i> ₂	<i>a</i> ₃	a_4		
1,67	1,058	6,937	-6,615	1,316		
1,94	0,939	4,875	-3,755	0,500		
2,20	0,832	4,380	-3,328	0,536		
2,50	0,708	3,094	-1,968	0,259		
2,80	0,695	2,418	-1,344	0,142		
3,06	0,584	2,032	-1,037	0,104		
3,30	2,249	1,729	-2,296	0,663		
3,60	1,111	1,147	-1,372	0,410		
3,90	0,465	1,260	-0,512	0,042		
4,10	0,420	1,112	-0,426	0,035		

Дані для визначення функції $\theta(x)$

У результаті аналізу було виявлено, що довжина полиці значно залежить від швидкості оранки, при цьому вплив коефіцієнта тертя на довжину полиці незначний. Максимальне значення першої похідної $\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{max}$ практично не залежить від коефіцієнта тертя. Це пояснюється тим, що коли скиба досягає вертикального положення сила тяжіння направлена паралельно полиці. Це приводе до того, що нормальний тиск на поверхню впадає практично до нуля. Одночасно припиняється зростання швидкості обертання скиби – скиба у вертикальному положенні обертається з постійною швидкістю. Таким чином, дія сили інерції також зменшується, Загальний тиск від сили інерції та тяжіння стає настільки малим, що їх добуток на коефіцієнт тертя стає близьким до нуля.

У загальному вигляді залежність довжини полиці від коефіцієнта тертя та швидкості оранки можна виразити емпіричною залежністю:

$$L = 0.81 \cdot v + 1.53 \cdot f \ . \tag{8.87}$$

Ураховуючи все вище згадане запишемо рівняння напрямної кривої в параметричному вигляді:

де θ_n – початковий кут розташування радіус-вектора R_m коли його кінець знаходиться у точці 1 (рис. 8.5,*б*) і який обчислюється за формулою

$$\theta_n = \operatorname{arctg} \frac{a+n}{m}$$
.

Треба зауважити, рівняння (8.88) є рівнянням гвинтової лінії змінного кроку.

8.3.3. Визначення функції кута нахилу твірної до стінки борозни

Визначення функції нахилу горизонтальної проекції твірної до стінки борозни $a(x) = tg\gamma(x)$ будемо виконувати по її характерних точках відповідно з рис. 8.9.



Рис. 8.9. Схема визначення функції $a(x) = tg\gamma(x)$ по характерних точках

У першій точці A_0 кут нахилу твірної дорівнює куту установки лемеша і знаходиться в межах: для зв'язних суглинних ґрунтів на швидкостях 1,67–2,2 m/c $\gamma_0 = 37-37,5^{\circ}$, а на швидкостях 2,2–3,06 m/c $\gamma_0 = 34-35^{\circ}$. Для зв'язних супісчаних ґрунтів на швидкостях 1,67–2,2 m/c $\gamma_0 = 35-37^{\circ}$.

У точці A_1 проекція твірної g_0 має мінімальний кут нахилу γ_{\min} , який визначається за графіками, наведеними на рис. 8.10.



Рис. 8.10. Графіки залежності γ_m від швидкості оранки та питомого опору ґрунту

У точці A_m , як правило, кут γ_{min} такий, що твірна g_m є дотичною до горизонтальної проекції напрямної кривої, тобто визначається першою похідною

$$\gamma_{m} = arctg \Big[R_{m} \cos \Big(\theta_{n} + a_{1} \cdot x + a_{2} \cdot x^{2} + a_{3} \cdot x^{3} + a_{4} \cdot x^{4} \Big) \cdot \Big(a_{1} + 2a_{2} \cdot x + 3a_{3} \cdot x^{2} + 4a_{4} \cdot x^{3} \Big) \Big].$$

У точці A_3 кут $\gamma_3 = 0$, а сама функція a(x) змінює знак на протилежний. Точка A_5 характерна тим, що твірна g_5 розташовується перпендикулярно осі $O_k x$, при цьому функція a(x) знову змінює знак, таким чином ця функція в точці A_5 має точку розриву.

Точка $\hat{A}_n \in$ кінцевою точкою функції a(x).

Треба зауважити, що функцію a(x) неможливо задати аналітично, вона може бути задана таблично або графічно. Якщо функцію задавати по характерних точках, які розглянуті, то між ними функцію потрібно задати кубічними сплайнами.

Одночасно на рисунку 8.9 наведено схематичний графік функції b(x), тобто функції нахилу проекції твірної на площині стінки борозни.

Для визначення функції b(x) потрібно вирішувати диференціальне рівняння (8.86). Зважуючи на те, що функцію a(x) неможливо задати аналітично рівняння (8.86) має інтегруватися числовими методами. При цьому потрібно знайти початкове значення першої похідної b'(0) функції b(x). Початкове значення b'(0) залежить від кутів установки лемеша до дна α та стінки борозни γ_0 і визначається виразом

$$b'(0) = tg\alpha \cdot \sin\gamma_0. \tag{8.89}$$

Коли функція a(x) буде задана кубічними сплайнами, тоді в результаті інтегрування ми отримаємо масив точок функції b(x), і в цьому випадку, щоб знайти значення функції між точками, потрібно запровадити апроксимацію.

8.3.4. Побудова каркаса поверхні

Побудова каркаса поверхні полягає у тому, що потрібно визначити у просторі певну кількість твірних, які утворять поверхню. Каркас поверхні будуємо за таким алгоритмом:

задаємося параметрами скиби – *a*, *b*; коефіцієнтом тертя ґрунту – *f* швидкістю оранки – *v*, кількістю твірних – *n*;

2) будуємо напрямну криву. Для цього за формулами (8.79), (8.80) та
 (8.81) знаходимо параметри: координати центра *m*, *n* та радіуса *R_m*.
 Інтегруванням диференціальногоо рівняння (8.85) або за таблицею

коефіцієнтів (табл. 8.1) визначаємо функцію кута повороту скиби $\theta(x)$. Записуємо рівняння напрямної кривої;

3) за формулою (8.87) визначаємо довжину полиці. Задаємо по характерним точкам функцію a(x);

4) за формулою (8.89) визначаємо початкове значення першої похідної b'(0) функції b(x). Інтегруванням диференціального рівняння (8.76)визначаємо функцію b(x). Зa результататами складаємо таблицю відповідності кутів нахилу твірної.

Таблиця 8.2

		Тангенси кутів нахилу проекцій твірної		Кути нахилу проекцій	
Номер	Координата			твірної	
твірної і	<i>X_i</i> , MM	a_i	b	$\gamma = arctg(a_i)$	$\beta = arctg(b_i)$
0	<i>x</i> ₀	a_0	b_0	γ_0	eta_0
1	<i>x</i> ₁	a_1	b_1	γ_1	β_1
	•	•			
•	•	•	•		•
•	•	•		•	
i	X_i	a_i	b_i	${\gamma}_i$	eta_i
•		•	•		•
•	•	•	•		•
•	•	•		•	
n	X_n	a_n	b_n	γ_n	β_n

Кути нахилу проекцій твірної

T

Каркас поверхні будуємо згідно зі схемою, наведеною на рис. 8.11. У першу чергу будуємо проекції y(x) та z(x) напрямної кривої. Із табл. 8.2 вибираємо значення x_i , які відкладаємо по осі $O_k x$, починаючи з x_0 і проводячи прямі до перпендикулярної осі О, х до перетину з проекціями напрямної кривої, точки і та і" (рис. 8.11). З отриманих точок і та і" під кутами γ_i та β_i проводимо горизонтальні g_i (площина $O_k xy$) та профільні g''_i (площина $O_k xz$) проекції твірної.



Рис. 8.11. Схема побудови каркаса поверхні

Будуємо лобовий контур полиці на площині *О_kуг*, розглянутим раніше будь-яким способом.

Для побудови фронтальної проекції твірних на початку поверхні скористаємося допоміжною площиною H, яку розташуємо на деякій відстані від осі $O_k x$, перпендикулярно осі $O_k y$. Горизонтальну проекцію твірної проводимо до перетину її зі слідом площини H, точка k_j . Знаходимо профільну проекцію точки k_j яка лежить на перетині проектуючої прямої з точки k_j і профільної проекції твірної з точки j''. Отриману відстань відкладаємо на фронтальній проекції сліду площини H, точка k'_j . Через точки k'_j та j' проводимо фронтальну проекцію твірної g'_i .

Для побудови інших твірних, починаючи з g_1 , будемо шукати точку P_i перетину твірної g_i із площиною $O_k xy$. Спочатку на площині $O_k xz$ знаходимо профільну проекцію точки P_1'' . Потім точку P_1'' проектуємо на горизонтальну проекцію твірної g_i , та на площину $O_k xy$, точка P_i' . Проводячи через точки P_i' та *i*' прямі, отримаємо фронтальні проекції твірних g_i' .

Точки перетину фронтальної проекції поверхні полиці з твірними переносимо на горизонтальну та профільні проекції твірних. Таким чином, отримаємо проекції борозного та польового обрізів.

Будуючи поверхню полиці потрібно слідкувати за тим, щоб твірні не перетиналися на фронтальній проекції поверхні яка обмежена борозним та польовим обрізом. Якщо все ж перетнулися твірні, то потрібно скоректувати значення функції a(x) і продовжити з цього місця.

8.3.5. Побудова розгортки поверхні

Розгортку поверхні будуємо за допомогою методу тріангуляції. Цей метод не зміниться, незалежно від способу застосування – графічний чи чисельний.

Згідно з методом, поверхню, полиці розбиваємо на криволінійні чотирикутники 00'11', 11'22', 22'33', ..., які утворені з однієї сторони твірними 00', 11', 22', ..., а з другої – обрізом полиці 0'1', 01, 1'2', 12, ... (рис. 8.12). Розбиваємо ці чотирикутники діагоналями на трикутники 00'1, 0'11', 11'2', 1'12, 2'3'3, 2'23, ... як на горизонтальній так, і на фронтальній проекції поверхні.



Рис. 8.12. Схема побудови розгортки поверхні методом тріангуляції

Для побудови розгортки поверхні потрібно побудувати натуральну величину кожного трикутника.

Спочатку знаходимо натуральну величину лемеша, а потім будуємо натуральну величину трикутника 00'1, який стороною 00' сполучається з лемешем.

Будуємо натуральну величину трикутника OO'I. Відкладаємо натуральну величину лемеша, отримуючи сторону O'O'''. На горизонтальній проекції визначаємо різницю координат Δx_{10} між точками 0 та 1 і відкладаємо під прямим кутом до сторони OI на фронтальній проекції, отримуючи точку O_0 . З'єднуємо прямою лінією точки O_0 і O, отримуючи натуральну величину сторони OI. Із точки O'' розхилом циркуля, який дорівнює відстані OO_0 ,проводимо дугу кола. Визначаємо натуральну величину третьої сторони трикутника O'I. Різницю $\Delta x_{10'}$, визначену на горизонтальній проекції відкладаємо під прямим кутом до сторони O'I фронтальної проекції, точка I. Відстань OI_0 дає натуральну величину сторони O'I. Розхилом циркуля $O'I_0$ з точки O''' робимо засіку на дузі кола, яку провели раніше з точки O'''. Точка I' перетину засік буде вершиною натуральної величини трикутника OO'I.

Другий трикутник будуємо аналогічно. Натуральну величину сторони 0'1', 0'1₀ знаходимо відклавши відстань $\Delta x_{1'0'}$ на фронтальній проекції з точки 1' перпендикулярно стороні 1'0'. Розхилом циркуля 0'1₀ з точки 0''' проводимо дугу кола. Натуральну величину твірної 11', яка є стороною трикутника 0'11' знаходимо по різниці $\Delta x_{11'}$, яка відкладена із точки 1' під прямим кутом до твірної 11', відстань 1'₀. Зробивши засіку розхилом циркуля 11'₀, отримуємо точку 1''', яка відповідає натуральній величині трикутника 0'11'. Через точки 1'' та 1''' проводимо натуральну величину твірної 11'.

Будуємо до того часу, поки не будуть вичерпані всі трикутники. Отримані точки 0", 1", 2", 3", 4", ... та 0", 1", 2", 3", 4", ... з'єднуємо плавними кривими.

Під час будування розгортки методом тріангуляції виникають похибки внаслідок заміни відсіку криволінійної поверхні площиною трикутника. Під час графічних побудов вони можуть бути значними. Величина похибки при цьому тим менше, чим більша кількість трикутників, однак при цьому виникають обмеження, які визначені самою графічною побудовою трикутників (товщина олівця, якістю лінійки, трикутника та ін.). При застосуванні чисельного визначення натуральної величини трикутників у першу чергу виникає проблема відділення коренів, через те що потрібно вирішувати систему нелінійних рівнянь. У другу чергу потрібно слідкувати за тим, щоб не виникла операція «ділення на нуль».

8.3.6. Досвід проектування гвинтових полиць з торсовими поверхнями

За наведеною методикою були розроблені гвинтові корпуси ККВ.01.000-01 та КВУ.40.000, які мають торсову поверхню. Схеми поверхонь представлені на рисунках 8.13, а параметри полиць наведені в табл. 8.3.



Рис. 8.13. Схеми поверхонь плужних корпусів з торсовими поверхнями: *a* – КВУ.40.000; *б* – ККВ.01.000-01

Корпуси ККВ.01.000-01 та КВУ.40.000 призначені для роботи на зв'язних ґрунтах (багаторічні трави) з питомим тяговим опором до 80 *кН/м*².

Таблиця 8.3

№ 3/п	Параметр полиці	Позначення корпусу		
		ККВ.01.000-01	КВУ.40.000	
1	Глибина оранки а, см	25	30	
2	Ширина скиби <i>b</i> , <i>см</i>	40	40	
3	Кут установки лемеша до	39°30'	40	
	стінки борозни γ_0 , <i>град</i>			
4	Кут установки лемеша до дна	24	24	
	борозни α, град			
5	Максимальне значення кроку	125	125	
	напрямної кривої Р _{тах} град/м			
6	Початкове значення функції	0,28	0,28	
	$z'(x)_{x=0}$			
7	Мінімальне значення кута			
	нахилу твірної до стінки	34	33	
0	борозни у слад		1,36	
8	Ловжина полиці м	1,41		
0	Коефіцієнти полінома (8,86)			
9	a_0	0	0	
	a	0	0	
	a_1	0,708	0,584	
	a_2	3,094	2,032	
	a_3	1,960	1,037	
	a_4	0,259	0,104	

Параметри гвинтових полиць з торсовими поверхнями

На рис. 8.14 наведені графіки функцій a(x) та b(x) для гвинтових корпусів різного типу, зокрема для ККВ.01.000-01 та КВУ.40.000.



Поверхня полиці ККВ.01.000-01 має увігнуту поверхню по всій довжині, тому всі перерізи поверхні площинами, перпендикулярними руху корпусу, увігнуті у сторону руху скиби. Поверхня полиці корпусу КВУ.40.000 увігнута на грудині та опукла на крилі, тому поперечні перерізи поверхні мають змінну кривину. Форма поверхні, а саме увігнута, опукла чи має змінну кривину, вона впливає на якість оранки, тому для оранки багаторічних трав потрібно застосовувати увігнуту полицю тоді, коли товщина шару багаторічних трав є до 5-7 *см*, а поверхню змінної кривини коли шар багаторічних трав більше 7 *см*, оскільки у цьому випадку полиця більш інтенсивно обертає скибу.

8.4. Формування полиць із конічної поверхні

Конічна поверхня є окремим випадком торсової, коли ребро звороту стягується в точку, тоді ця точка буде вершиною конуса.

На рис. 8.15 наведено приклад поверхні полиці, яка утворена з поверхні конусу.



Рис. 8.15. Побудова поверхні полиці з поверхні конуса

З рисунку видно, що конічна поверхня має вершину, розташовану з борозного обрізу. При чому вершина конуса буде знаходитися над дном борозни. Регулюючи висоту вершини конуса можна отримати крило полиці з різною кривиною. При збільшені висоти вершини від дна борозни кривина поверхні полиці зменшується. Регулювати кривину крила можна розташуванням вершини конуса на горизонтальній площині проекцій. Так, зменшуючи відстань від вершини до леза лемеша ми збільшуємо кривину крила, тобто воно стає більш крутішим. Збільшуючи відстань вершини від польового обрізу ми також будемо зменшувати кривину поверхні. Таким чином ми маємо три координати, за допомогою яких можна проектувати поверхні полиць як культурних так і напівгвинтових. Слід зауважити, при такому формуванні поверхні лезо леміша ніколи не буде прямою лінією, а буде крива яка буде увігнута назустріч руху корпусу. Цей метод проектування полиць не знайшов широкого застосування із-за кривини леза лемеша.

9. СПЕЦІАЛЬНІ МЕТОДИ ПРОЕКТУВАННЯ ТОРСОВИХ ПОЛИЦЬ

Методи проектування поверхонь полиць, які викладено у цьому розділі значно відрізняються від тих, що викладені раніше. Якщо раніше ми задавали положення твірних напрямними кривими та кутами нахилу проекцій, то в цих методах потрібно знати траєкторію руху скиби, або ребра звороту торсової поверхні. Такі вимоги призводять до того, що математичний апарат, застосований під час проектування, стає значно складнішим, ніж зазначено в попередніх розділах, і потребує знань не тільки аналітичної, а і диференціальної геометрії та сферичної тригонометрії. У результаті застосування цих методів інженерами виникають певні труднощі за низькою математичною підготовкою.

9.1. Побудова торсової полиці по заданому руху скиби

9.1.1. Обґрунтування вихідних даних

Досліджуючи рух скиби по поверхні полиці встановлено [21, 24, 25, 26], що траєкторія руху скиби зі збільшенням зв'язності та швидкості наближається до верхньої граничної траєкторії – геодезичної лінії поверхні. Напрямок цієї лінії на поверхні задається кутом вступу скиби ґрунту на леміш.

Відомо, що геодезична лінія визначається формою поверхні. Відомо також, що торсову поверхню можна розглядати як обвідну сімейства спрямлених площин геодезичної лінії. З цієї точки зору верхню граничну траєкторію можна розглядати як геометричний параметр поверхні.

На цій основі запропоновано метод проектування поверхні полиці за заданою граничною траєкторією відносного руху скиби. У процесі

проектування за цим методом задача геометрично зводиться до побудови поверхні, на якій задана просторова крива відносної траєкторії руху скиби і яка є геодезичною лінією.

Форму вихідної просторової кривої краще за все визначити за допомогою рівняння сферичної індикатриси дотичних цієї кривої та закономірності зміни кривини вздовж дуги кривої. Це зв'язано з тим, що сферична індикатриса дотичних задає всю сукупність напрямків дотичної, головних нормалей, бінормалей та векторів миттєвої кутової швидкості супровідного тригранника, а тому і – напрям спрямлених, дотичних нормальних площин кривої. При цьому закономірність зміни кривини по дузі кривої може бути задана за допомогою напрямної кривої.

Проектуючи поверхні полиці за заданим рухом скиби, припускаємо, що напрямок у просторі дотичної до кривої визначається кутами α та β (рис. 9.1), а рівняння сферичної індикатриси дотичних цієї кривої задається у вигляді многочлена



Рис. 9.1. Схема до визначення напрямку дотичної

$$\alpha = \alpha_1 + a_1 (\beta - \beta_1) + a_2 (\beta - \beta_1)^2 + a_3 (\beta - \beta_1)^3, \qquad (9.1)$$

де α – кут між продовженням осі O_z та проекції дотичної вихідної кривої на площину O_{yz} ;

 β – кут між віссю Ox та дотичною;

 α_1 , β_1 – кути в початковій точці (на лезі лемешу).

Аналіз рівняння (9.1) вказує, що для визначення його коефіцієнтів потрібно знати значення кутів α , β та першої похідної $\left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)$ у початковій точці індикатриси T_1 і в якійсь іншій її точці. Як ця точка може бути точка T_n , в якій дотична площина до поверхні перпендикулярна площині дна борозни ($\varepsilon_n = 90^\circ$).

Для визначення величин α_1 та β_1 розглянемо рис. 9.1 на якому вказані:

площина ВТ₁С – площина лемеша;

 $T_{1}T$ – відносна траекторія скиби;

 $\angle OT_1C = \bigcup ML = \gamma_1$ — кут постановки лемеша до стінки

борозни;

 $\angle PLM = \varepsilon_1 -$ кут постановки лемеша до дна борозни;

 $\angle TT_1C = \bigcirc PL = \eta_1 -$ кут вступу скиби на поверхню полиці;

$$\angle TT_1 O = \bigcup PM = \beta_1; \ \angle PML = \angle TOC = 90^\circ - \alpha_1.$$

Вирішуючи сферичний трикутник PML, знайдемо:

$$tg\alpha_1 = \frac{\sin\gamma_1 - \cos\gamma_1 \cdot \cos\varepsilon_1 \cdot tg\eta_1}{\sin\varepsilon_1 \cdot tg\eta_1},$$
(9.2)

$$\cos\beta_1 = \cos\gamma_1 \cdot \cos\eta_1 + \sin\eta_1 \cdot \cos\varepsilon_1 \cdot \sin\gamma_1. \tag{9.3}$$

Відомо із [4], що дотична площина кривої зображається на сфері дугою великого кола, дотичного до сферичної індикатриси дотичних цієї самої кривої. Ця властивість дозволяє визначити значення першої похідної $\left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)$ у вказаних точках сферичної індикатриси дотичних вихідної кривої. Для цього розглянемо рис. 9.2 на якому вказано:



Рис. 9.2. Схема до визначення першої похідної сферичної індикатриси дотичних

ON – головна нормаль вихідної траекторії в поточній точці;

OL – твірна поверхні;

ОТ – дотична до відносної траекторії;

∪NT – дотична площина траекторії;

лінія *TT* – сферична індикатриса дотичних вихідної кривої (траекторії);

UTD – спрямна площина траекторії (дотична площина до поверхні);

 $\cup ATE$ — площина, яка проходе через напрямок руху корпусу Ox та дотичну до траекторії;

 $\cup MN = \angle ADT = \varepsilon$ — двогранний кут між дотичною площиною та площиною дна борозни;

 $\angle CMN = \bigcirc AD = \gamma$ — кут між віссю *Ox* та слідом дотичної площини на площині дна борозни *Oxy*;

 $\cup AL = \lambda - \kappa yT$ між віссю Ox та твірною поверхні;

 $\angle FAL = \varphi$ – кут між віссю O_z та проекцією твірної на площину O_{yz} ;

 $\bigcirc DT = \eta$ — кут між дотичною до траєкторії та слідом дотичної площини на площині *Oxy*;

 $\angle NTA = \angle ETT' = \delta$ — кут між дотичною площиною траекторії та площиною, яка проходе через напрямок руху корпусу *Ox* та дотичною до траекторії;

 $\bigcirc T'K - cферичний перпендикуляр з точки T' на дугу ATE;$ $\bigcirc TL = \omega - кут між твірною та дотичною до вихідної кривої;$ $<math>\angle FAT = \alpha$; $\bigcirc AT = \beta$; $\angle FAT' = \alpha + d\alpha$; $\bigcirc AT' = \beta + d\beta$; $\bigcirc TK = d\beta$; $\bigcirc T'K = d\alpha \cdot \sin \beta$ (дуга малого кола); $\angle DTT' = 90^{\circ}$; $\angle NTD = 90^{\circ}$; $\angle ATD = 90^{\circ} - \delta$; $\angle DAT = 90^{\circ} - \alpha$.

Із елементарного сферичного трикутника ТТ'К знаходимо

$$\frac{d\alpha}{d\beta} = \frac{tg\delta}{\sin\beta} = b.$$
(9.4)

Вирішуючи сферичний трикутник DAT, отримаємо

$$tg\delta = \frac{\sin\eta - \cos\eta \cdot \cos\varepsilon \cdot tg\gamma}{\sin\varepsilon \cdot tg\gamma}.$$
(9.5)

Тоді будемо мати

$$b = \frac{d\alpha}{d\beta} = \frac{\sin\eta - \cos\eta \cdot \cos\varepsilon \cdot tg\gamma}{\sin\varepsilon \cdot tg\gamma \cdot \sin\beta}.$$
 (9.6)

Формули (9.2), (9.3) та (9.6) вказують, що для визначення значень α_1 , β_1 та $\left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)_1$ у точці T_1 потрібно знати величини кутів установки лемеша (ε_1 та γ_1) та кута вступу скиби на поверхню η_1 . Дослідження [21] вказують, що під час проектування поверхні значення кута η_1 можна прийняти рівним куту γ_1 . Тоді формули (9.2), (9.3) та (9.6) будуть мати вигляд:

$$tg\alpha_1 = \cos\gamma_1 \cdot tg\frac{\varepsilon_1}{2}; \qquad (9.2a)$$

$$\cos\beta_1 = \sin\frac{\beta_1}{2} \cdot \sin\gamma_1 \cdot \sin\frac{\varepsilon_1}{2}; \qquad (9.3a)$$

$$b_1 = \left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)_1 = \frac{\cos\gamma_1 \cdot tg \frac{\varepsilon_1}{2}}{\sin\beta_1}.$$
 (9.6a)

Із сферичного трикутника ATD (рис. 9.2) знаходимо, що:

$$tg\gamma = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot tg\delta};$$
(9.7)

$$\cos\varepsilon = \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\delta - \sin\alpha \cdot \sin\delta.$$
 (9.8)

Враховуючи, що в точці $T_n \varepsilon_n = 90^\circ$, та підставляючи у формулу (9.8) відповідне значення $tg\delta$ із формули (9.4), знайдемо залежність для визначення першої похідної у цій точці

$$b_n = \left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)_n = \frac{1}{tg\alpha_n \cdot tg\beta_n}.$$
(9.9)

Таким чином, для визначення b_n потрібно знати значення α_n та β_n .

Очевидно, що в кожній точці траєкторії між кутами α , β , γ та ε існує залежність. Цю залежність можна знайти із сферичного трикутника *ATD* (рис. 9.2). Вирішуючи цей трикутник, будемо мати

$$ctg\beta \cdot \sin\gamma = \cos\gamma \cdot \sin\alpha + \cos\alpha \cdot ctg\varepsilon.$$
(9.10)

Для точки T_n ($\varepsilon_n = 90^\circ$) ця залежність визначиться так:

$$tg\gamma_n = tg\beta_n \cdot \sin\alpha_n. \tag{9.10a}$$

Аналіз формул (9.1) та (9.10а) зазначає, що задатися довільними значеннями α_n та β_n неможливо, оскільки це може призвести до небажаної форми полиці. Крім того, за умови заданого значення β_n вибір довільних значень α_n тягне за собою відповідні зміни форми сферичної точці $T_n\left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)_n$.

Із зазначеного витікає, що при проектуванні поверхні бажано задатися значенням кута γ_n , а потім вже визначати α_n та β_n .

Для встановлення межі зміни кута α_n сферичну індикатрису дотичних будемо приблизно розглядати як плоску криву у прямокутних координатах α та β (рис. 9.3).



Рис. 9.3. Можливі варіанти функції $\alpha(\beta)$

Із рис. 9.3 видно, що за заданої величини кута β_n не за всіх значень можна провести криву без перегину. Під час проектування полиці перегин сферичної індикатриси дотичних не допускається, через те що він зв'язаний з різким поворотом твірних і отриманням непотрібної форми поверхні.

Очевидно, що нижню межу кута α'_n можна визначити, якщо через точку T_1 провести пряму T_1T_n , у якої тангенс кута нахилу до осі β дорівнює $\left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)_n$, тобто

$$\alpha'_{n} = \alpha_{1} + \left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)_{1} \left(\beta_{n} - \beta_{1}\right).$$
(9.11)

У цьому випадку крива сферичної індикатриси дотичних (крива $T_1T'_n$) наближається до «прямої» T_1T_n , але буде зігнута поблизу кінцевої точки, а її дотична у цій точці складе з віссю β кут

$$\sigma_n = \operatorname{arctg}\left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)_n. \tag{9.12}$$

Якщо взяти до уваги формули (9.9) та (9.10а), то отримаємо

$$\sigma'_n = \operatorname{arctg} \frac{\cos \alpha_n}{tg\gamma_n}.$$
 (9.12a)

Із формули (9.12а) видно, що за збільшення кута α_n кут σ'_n зменшується. Таким чином, за деякого значення $\alpha_n = \alpha''_n$ дотична в точці T''_n пройде через точку T_1 . При $\alpha_n \to \alpha''_n$ крива $T_1T''_n$ наближається до «прямої», яка проходе через точки T_1 та T''_n , але вона буде зігнута поблизу початкової точки T_1 . Очевидно, що для цього «верхнього» випадку будемо мати

$$\left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)_{n} = \frac{1}{tg\alpha_{n}'' \cdot tg\beta_{n}} = \frac{\alpha_{n}'' - \alpha_{1}}{\beta_{n} - \beta_{1}}.$$
(9.13)

Якщо у формули (9.11) та (9.13) підставити значення $\left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)_{1}$ (9.6a),

 β_n (9.10а), то отримаємо трансцендентні рівняння для визначення меж зміни кута α'_n :

$$\alpha'_{n} = d_{1} + b_{1} \left[arctg\left(\frac{tg\gamma_{n}}{\sin\alpha'_{n}}\right) - \beta_{1} \right], \qquad (9.14)$$

$$(\alpha'_n - \alpha_1) \cdot tg \gamma_n = \left[\operatorname{arctg}\left(\frac{tg \gamma_n}{\sin \alpha'_n}\right) - \beta_1 \right] \cdot \cos \alpha'_n.$$
(9.15)

Знаходячи із цих рівнянь значення α'_n та α''_n , задаємося величиною α_n . Якщо для даного випадку розраховуємо декілька варіантів поверхонь,

то в інтервалі від α'_n до α''_n потрібно задати відповідну кількість значень α_n . Потім за формулою (9.10а) визначаємо β_n , а із рівняння (9.9) – $\left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right) = b_n$.

Таким чином, визначаємо значення α , β та $\frac{d\alpha}{d\beta}$ у двох точках, через які проходе індикатриса дотичних.

Якщо тепер урахувати, що

$$\frac{d\alpha}{d\beta} = a_1 + 2a_2\left(\beta - \beta_n\right) + 3a_3\left(\beta - \beta_n\right)^2, \qquad (9.16)$$

та підставити у це рівняння значення β_1 , $\left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)_1 = b_1$, b_n та $\left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)_n = b_n$, а в рівняння (9.1) – α_n та β_n , то отримаємо систему трьох лінійних рівнянь з трьома невідомими: a_1 , a_2 , a_3 .

Вирішуючи ці рівняння, отримаємо:

$$a_1 = b_1,$$
 (9.17)

$$a_{2} = \frac{1}{\left(\beta_{n} - \beta_{1}\right)^{2}} \left[3\left(\alpha_{n} - \alpha_{1}\right) - \left(2b_{1} + b_{n}\right)\left(\beta_{n} - \beta_{1}\right) \right], \qquad (9.18)$$

$$a_{3} = \frac{1}{\left(\beta_{n} - \beta_{1}\right)^{2}} \Big[(b_{1} + b_{n}) (\beta_{n} - \beta_{1}) - 2(\alpha_{n} - \alpha_{1}) \Big].$$
(9.19)

Таким чином, для визначення рівняння сферичної індикатриси дотичних вихідної кривої потрібно задатися значенням кута установки лемеша до дна борозни γ_1 , кутом вступу скиби на поверхню полиці η_1 , а також величиною кута γ_n між напрямком руху корпусу (вісь Ox) та слідом вертикальної ($\varepsilon_n = 90^\circ$) дотичної площини на площину дна борозни.

9.1.2. Розрахунок поверхні полиці

Проектуючи поверхні, потрібно знати напрямок її твірних у просторі. Твірні торсової поверхні мають напрямок по миттєвих осях обертання супровідного тригранника (тригранника Френе) геодезичної лінії (вихідної кривої траекторії) і лежать у дотичній площини поверхні (у спрямній площині геодезичної лінії). Кути ω , складені твірними поверхні з дотичною вихідної кривої, визначаємо формою самої кривої. Таким чином, торсову поверхню у цілому визначаємо заданою вихідною просторовою кривою.

З диференціальної геометрії відомо, що:

$$tg\omega = \frac{K_1}{K_2}; \tag{9.20}$$

$$K_1 = \left| \frac{d\vec{t}}{ds} \right|; \tag{9.21}$$

$$K_{2} = \frac{\left(\vec{t} \ \frac{d\vec{t}}{ds} \cdot \frac{d^{2}\vec{t}}{ds^{2}}\right)}{\left|\frac{d\vec{t}}{ds}\right|^{2}},$$
(9.22)

де K_1 та K_2 – кривина та скрут кривої;

 \vec{t} – одиничний вектор дотичної кривої;

s – довжина дуги кривої.

Проекції радіуса вектора сферичної індикатриси дотичних вихідної кривої, який відкладається з центра сфери, і рівному йому одиничного вектора \vec{t} будуть дорівнювати (рис.9.1):

$$x = \cos \beta y = -\sin \beta \cdot \sin \alpha z = \sin \beta \cdot \cos \alpha$$
 (9.23)

Очевидно,

$$tg\omega = \frac{\left(\sqrt{\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dz}{ds}\right)^2}\right)^3}{\left| \begin{array}{c} x & y & z \\ \frac{dx}{ds} & \frac{dy}{ds} & \frac{dz}{ds} \\ \frac{d^2x}{ds^2} & \frac{d^2y}{ds^2} & \frac{d^2z}{ds^2} \end{array}\right|} = \frac{\left(\sqrt{\left(\frac{dx}{d\beta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\beta}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\beta}\right)^2}\right)^3}}{\left| \begin{array}{c} x & y & z \\ \frac{dx}{d\beta} & \frac{dy}{d\beta} & \frac{dz}{d\beta} \\ \frac{d^2x}{d\beta^2} & \frac{d^2y}{d\beta^2} & \frac{d^2z}{d\beta^2} \end{array}\right|}$$
(9.20a)

Визначаючи з формули (9.23) відповідні значення та підставляючи їх у вираз (9.20а), а також розкриваючи визначник, отримаємо

$$tg\omega = \frac{\left[1 + \left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)^2 \sin^2\beta\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d\alpha}{d\beta}\cos\beta\left[2 + \left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)^2 \sin^2\beta\right] + \frac{d^2\alpha}{d\beta^2}\sin\beta}.$$
(9.206)

Коли креслимо поверхні полиць у проекціях, то потрібно знати не кути ω, а кути, складені проекціями твірних на координатні площини з осями координат. Позначимо ці кути через:

 ψ_{xy} – кут між віссю Ox та проекцією твірної на площину Oxy;

 ψ_{yz} – кут між віссю *Оу* та проекцією твірної на площину *Оуz*;

 ψ_{xz} – кут між віссю Oz та проекцією твірної на площину Oxz.

Неважко переконатися, що між кутами ψ_{xy} , ψ_{yz} , ψ_{xz} та кутами λ та φ існують такі залежності:

`

$$\left.\begin{array}{l}tg\psi_{xy} = tg\lambda \cdot \sin\varphi\\tg\psi_{yz} = -ctg\varphi\\tg\psi_{xz} = -\frac{1}{tg\lambda \cdot \cos\varphi}\end{array}\right\}.$$

$$(9.24)$$

Кути λ та φ можна визначити, якщо розглянути сферичний трикутник *ATL* (рис. 9.2). Вирішуючи цей трикутник, знайдемо:

$$\cos \lambda = \cos \beta \cdot \cos \omega + \sin \beta \cdot \sin \omega \cdot \sin \delta; \qquad (9.25)$$

$$ctg(\varphi - \alpha) = \frac{ctg\omega \cdot \sin\beta - \cos\beta \cdot \sin\delta}{\cos\delta}.$$
(9.26)

Підставляючи значення δ , ω , λ , та φ (формули 9.4, 9.206, 9.25, 9.26) у формули (24), отримаємо залежності, які визначають кути ψ_{xy} , ψ_{yz} , ψ_{xz} для твірних торсової поверхні:

$$Ig \psi_{xy} = \frac{\cos \alpha \left[1 + \left(\frac{d\alpha}{d\beta} \right)^2 \sin^2 \beta \right] +}{\frac{d\alpha}{d\beta} \left[1 + \left(\frac{d\alpha}{d\beta} \right)^2 \sin^2 \beta \right] +} \dots \rightarrow$$

$$\leftarrow \dots \frac{+\sin \beta \cdot \sin \alpha \left(\frac{d\alpha}{d\beta} \cos \beta + \frac{d^2 \alpha}{d\beta^2} \cdot \sin \beta \right)}{+\cos \beta \left(\frac{d\alpha}{d\beta} \cos \beta + \frac{d^2 \alpha}{d\beta^2} \cdot \sin \beta \right)};$$

$$Ig \psi_{yz} = \frac{\sin \alpha \left[1 + \left(\frac{d\alpha}{d\beta} \right)^2 \sin^2 \beta \right] -}{\cos \alpha \left[1 + \left(\frac{d\alpha}{d\beta} \right)^2 \sin^2 \beta \right] +} \dots \rightarrow$$

$$\leftarrow \dots \frac{-\sin \beta \cdot \cos \alpha \left(\frac{d\alpha}{d\beta} \cos \beta + \frac{d^2 \alpha}{d\beta^2} \cdot \sin \beta \right)}{+\sin \beta \cdot \sin \alpha \left(\frac{d\alpha}{d\beta} \cos \beta + \frac{d^2 \alpha}{d\beta^2} \cdot \sin \beta \right)};$$

$$Ig \psi_{xz} = \frac{\frac{d\alpha}{d\beta} \left[1 + \left(\frac{d\alpha}{d\beta} \right)^2 \sin^2 \beta \right] +}{\sin \alpha \left[1 + \left(\frac{d\alpha}{d\beta} \right)^2 \sin^2 \beta \right] +} \dots \rightarrow$$

$$\leftarrow \dots \frac{+\cos \beta \left(\frac{d\alpha}{d\beta} \cos \beta + \frac{d^2 \alpha}{d\beta^2} \cdot \sin \beta \right)}{-\sin \alpha \left[1 + \left(\frac{d\alpha}{d\beta} \right)^2 \sin^2 \beta \right] -} \dots \rightarrow$$

$$\leftarrow \dots \frac{+\cos \beta \left(\frac{d\alpha}{d\beta} \cos \beta + \frac{d^2 \alpha}{d\beta^2} \cdot \sin \beta \right)}{-\sin \beta \cdot \cos \alpha \left(\frac{d\alpha}{d\beta} \cos \beta + \frac{d^2 \alpha}{d\beta^2} \cdot \sin \beta \right)}.$$

Із формул (9.24а) видно, що рівняння сферичної індикатриси дотичних вихідної кривої визначає всю сукупність напрямків твірних торсової поверхні. Крім того, із цих формул витікає, що для знаходження кутів ψ_{xy} , ψ_{yz} , ψ_{xz} потрібно знати значення α , β , $\frac{d\alpha}{d\beta}$ та $\frac{d^2\alpha}{d\beta^2}$ у тій точці вихідної кривої, через яку проходе твірна. Ці значення визначаються із рівняння (9.1), якщо задані відповідні значення β .

Таким чином, розраховуючи поверхні, потрібно задатися такою кількістю значень β , скільки намічаємо провести твірних. Якщо, проектуючи поверхні, намічаємо провести *m* твірних, то у визначеному інтервалі від β_1 до β_n потрібно задати (*m*-1) значень β_i , а значення β_m приймаємо за виразом $\beta_n + 2 - 5^\circ$. Це робиться для того, щоб *m* твірна лежала в дотичній площині, в якій кут з дном борозни перевищував би 90°.

При кресленні розгортки поверхні потрібно знати дійсні величини твірних, визначення яких не складає якихось утруднень.

За заданого лобового контуру поверхні відомі довжини проекцій твірних на площині Oyz будуть дорівнювати відрізкам L_{yz} . Якщо врахувати, що відомі кути λ , які утворені твірними з віссю Ox (9.25), то, очевидно, дійсну довжину твірних можна знайти за формулою

$$L_{P} = \frac{l_{yz}}{\sin \lambda}.$$
 (9.27)

Із аналізу формули (9.25) витікає, що кути λ можна виразити через параметри рівняння сферичної індикатриси дотичних вихідної кривої. Так, якщо у формулу (9.25) підставити значення δ із (9.4), а ω із (9.20б), то отримаємо формулу

$$tg\lambda = \frac{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)^2 \sin^2\beta\right]} + \sin^2\beta \left(\frac{d\alpha}{d\beta}\cos\beta + \frac{d^2\alpha}{d\beta^2} \cdot \sin\beta\right)^2}}{\frac{d\alpha}{d\beta} \left[1 + \left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)^2 \sin^2\beta\right] + \cos\beta \left(\frac{d\alpha}{d\beta}\cos\beta + \frac{d^2\alpha}{d\beta^2} \cdot \sin\beta\right)}.$$

При розгортанні торсової поверхні на площину залишаються незміненими довжини всіх кривих на поверхні та кути ω між твірними та

геодезичною лінією (вихідна крива). Таким чином, при кресленні розгортки поверхні твірні проводимо під кутами ω до прямої, яка на розгортці поверхні має бути проведена під кутом η_1 до леза лемеша.

Для оцінювання форми поверхні, яку проектуємо, потрібно знати напрямок дотичних площин у точках, в яких проводимо твірні. Напрямок дотичних площин визначаємо кутами ε та γ . Якщо у формули (9.7) та (9.8) підставити значення δ (9.4), то отримаємо залежності, які дозволяють обчислити кути ε та γ , і таким чином оцінити форму поверхні полиці:

$$tg\gamma = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha \cdot \cos\beta + \frac{d\alpha}{d\beta}\cos\alpha \cdot \sin\beta};$$
(9.28)

$$\cos\varepsilon = \frac{\cos\alpha \cdot \cos\beta - \frac{d\alpha}{d\beta}\sin\alpha \cdot \sin\beta}{\sqrt{1 + \left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)^2 \sin^2\beta}}.$$
(9.29)

Дослідженнями встановлено, що для зниження тягового опору корпусу плуга потрібно зменшити кут охоплення робочої поверхні корпусу *θ*, який визначаємо за формулою

$$\theta = \int_{S_0}^{S_m} K_n ds , \qquad (9.30)$$

де *К_n* – нормальна кривина траекторії;

ds – елемент дуги траекторії.

У випадку, який розглядаємо, траекторія руху скиби є геодезичною лінією поверхні, нормальна кривина якої дорівнює повній кривині. Очевидно, якщо за формулами (9.21) та (9.23) визначити кривину геодезичної лінії та її значення підставити у формулу (9.30), то отримаємо залежність визначення кута охоплення скиби робочою поверхнею корпусу плуга

$$\theta = \int_{\beta_1}^{\beta_n} \sqrt{1 + \left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)^2 \sin^2 \beta} d\beta.$$
(9.30a)

Проектуючи поверхні полиць, потрібно прагнути до зменшення кута *θ*.

Якісне загортання рослинних решток, яке забезпечується обертанням скиби, є одним із основних агротехнічних вимог, які пред'явлені до роботи корпусу плуга. Однак процес обертання скиби обумовлюється його скрутом у процесі оранки: Під час руху по полиці та після сходу з нього.

Дослідженнями зазначено, що кут закручування скиби під час руху по полиці, коли його траекторія є геодезичною лінією, дорівнює куту закручування самої геодезичної лінії. Таким чином, у випадку, який розглядається, цей кут визначаємо формою вихідної кривої.

Якщо врахувати, що $K_1 = \frac{d\theta}{ds}$, а $k_2 = \frac{d\mu}{ds}$, та підставити ці значення у формулу (9.20), то отримаємо

$$d\mu = \frac{d\theta}{tg\omega},\tag{9.31}$$

де *d*µ – елементарний кут закручування геодезичної лінії.;

dθ – елементарний кут охоплення скиби полицею.

Підставляючи в дану формулу значення $tg\omega$ (9.20б) та $d\theta$, який визначаємо за формулою (9.30а), та інтегруючи, отримаємо залежність для визначення кута закручування скиби під час руху поверхнею полиці

$$\mu = \int_{\beta_1}^{\beta_m} \left(\frac{d\alpha}{d\beta} \cos\beta + \frac{\frac{d\alpha}{d\beta} \cos\beta + \frac{d^2\alpha}{d\beta^2} \sin\beta}{1 + \left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)^2 \sin^2\beta} \right).$$
(9.32)

Проектуючи поверхні полиць, потрібно прагнути до того, щоб кут *ω* був найбільшим.

Таким чином, рівняння сферичної індикатриси дотичних вихідної кривої дозволяє визначити усю сукупність напрямів твірних поверхні площин, дотичних до поверхні, а також значення кута охоплення скиби полицею, кута закручування скиби під час руху поверхнею полиці корпусу плуга. Всі ці показники дають можливість оцінити форму поверхні полиці, а у випадку розрахунків для декількох варіантів дозволяють провести їх порівнювальну оцінку та вибрати найкращу поверхню.

9.1.3. Методика проектування поверхні

Розрахунок поверхні полиці за заданого руху скиби виконуємо у такому порядку.

1. Задаємося вихідними даними: кутами установки площини леміша $(\varepsilon_1, \gamma_1)$, кутом γ_n між напрямком руху корпусу плуга та слідом вертикальної (ε =90°) дотичної площини до поверхні на площині дна борозни, кутом вступу скиби на поверхню корпусу η_1 .

Якщо при розрахунку приймемо $\eta_1 = \gamma_1$, то кутом η_1 не задаємося.

2. За формулами (9.2), (9.3), (9.6) обчислюємо α_1 , β_1 та $\left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)_1 = b_1$.

При $\eta_1 = \gamma_1$ ці значення визначаємо за формулами (9.2a), (9.3a), (9.6a).

Визначаємо межі зміни α_n: нижню межу α'_n обчислимо з трансцендентного рівняння (9.14), а верхню α''_n – за рівнянням (9.15).

4. У визначеному інтервалі від α'_n до α''_n задаємося величиною α_n .

Якщо для цих вихідних даних розраховуємо *n* варіантів поверхонь, то у вказаному інтервалі задаємося *n* значеннями $(\alpha_n)_i$. У даному випадку значення $(\alpha_n)_i$ можна обирати через рівні проміжки. 5. Для обраної величини α_n знаходимо значення β_n за формулою (9.10а), а потім за формулою (9.9) значення $\left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right) = b_n$.

Визначаємо коефіцієнти рівняння сферичної індикатриси дотичних вихідної кривої (9.1) *a*₁, *a*₂, *a*₃ за формулами (9.17), (9.18), (9.19).

7. Задаємося кількістю твірних поверхні т.

8. В інтервалі зміни β (від β_1 до β_n) задаємося m-1 значеннями β_i (значення β_i можна обирати через рівні проміжки), а значення β_m приймаємо за виразом: $\beta_n + 2 - 5^{\circ}$.

9. Для кожного значення β_i знаходимо α_i , $\left(\frac{d\alpha}{d\beta}\right)_i$ та $\left(\frac{d^2\alpha}{d\beta^2}\right)_i$ за формулами (9.1), (9.16) та за такої залежності:

$$\left(\frac{d^2\alpha}{d\beta^2}\right)_i = 2a_2 + 6a_3(\beta_i - \beta_1).$$

10. Для кожної пари значень α_i , β_i знаходимо:

а) тангенси кутів ψ_{xy} , ψ_{yz} , ψ_{xz} за формулами (24а);

б) *tgw*_{*i*} за формулою (9.20б);

в) *tg* λ_i за формулою (9.25а);

г) кути ε_i та γ_i , які визначаємо напрямок поточної дотичної площини до поверхні, за формулами (9.28) та (9.29).

Визначаємо кут охоплення скиби полицею θ за формулою (9.30а), а кут закручування скиби під час руху поверхнею – μ за формулою (9.32).

Обчислення цих кутів можна провести графічними методами інтегрування.

При розрахунках кути α та β виражаємо в радіанах.
9.2. Проектування торсової поверхні полиці за розрахунковими даними

9.2.1. Обґрунтування вихідних даних

Рівняння сферичної індикатриси дотичних граничної траекторії не враховує лінійні розміри деяких її ділянок, тому за розрахунковими даними можна побудувати безліч торсових поверхонь полиць. Форма поверхні буде залежати від вибору закономірності зміни кривини по дузі траекторії. Очевидно, що і форма кривої якогось перерізу поверхні буде визначатися обраною закономірністю зміни кривини за дугою траекторії. Таким чином, якщо задатися формою кривої якогось перерізу поверхні, то вона визначить закономірність зміни кривини за дугою траекторії і форму самої поверхні.

Таким чином, проектуючи поверхні полиць по заданому руху скиби, можна задатися формою кривої якогось перерізу поверхні.

Для проектування поверхні по розрахункових даних при обраній формі та положенні напрямної кривої знаходимо точки на цій кривій, через які потрібно провести твірні.

Відомо із праці [4], що твірна торсової поверхні лежить у дотичній площині поверхні, та, окрім цього, ця площина дотикається напрямної кривої в тій точці, через яку має бути проведена ця твірна. Звідси виходе, що дотична до напрямної кривої у вказаній точці буде лежати в дотичній площині до поверхні. Оскільки розташування дотичної площини відомо (відомі кути ε та γ), то можна знайти значення кута ρ між дотичною до напрямної кривої дна борозни.

Коли значення кутів ρ та форма напрямної кривої відомі, тоді неважко знайти точки на цій кривій, через які проводимо твірні.

Площина напрямної кривої по-різному може бути розташована в системі координат *Oxyz*.

Нехай напрямна крива розташована у вертикальній площині. Цьому, наприклад, відповідає крива польового обрізу, крива ортогонального перерізу лемеша та крива перерізу поверхні площиною O_{yz} . Тоді дотична \vec{t} до кривої в будь-якій точці M (рис. 9.4,a) буде складати кут ρ з горизонтальною прямою, а її нормаль \vec{n} – кут ρ з вертикаллю.



Рис. 4. Схема до визначення напрямної кривої: а – розташування дотичної; б – визначення кута ρ

Для визначення кута ρ розглянемо рис. 4, δ , на якому:

ОN – нормаль до поверхні;

On – головна нормаль напрямної кривої;

ANnC – нормальна площина напрямної кривої;

 $\angle BMN = \gamma$ — кут між слідом дотичної площини на площині *Оху* та напрямком руху корпусу плуга (віссю *Ох*);

 $\angle BMn = \mu_z$ — двогранний кут між координатною площиною *Оуz* та площиною напрямної кривої *Оzn*;

 $\cup MN = \varepsilon$ – двогранний кут між дотичною площиною до поверхні та площиною дна борозни *Оху*;

$$\cup Mn = \rho$$
; $\angle NnM = \frac{\pi}{2}$.

Із прямокутного сферичного трикутника *MnN* маємо:

$$tg\rho = tg\varepsilon \cdot \cos(\mu_z - \gamma). \tag{9.33}$$

Формула (9.33) дозволяє обчислити значення кута ρ на напрямній кривій, відповідно заданому розташуванню дотичної площини до поверхні та площини напрямної кривої.

Якщо за напрямну криву прийнято криву польового обрізу, то $\mu_z = \frac{\pi}{2}$, для кривої ортогонального перерізу лемеша $\mu_z = \gamma_1$, для напрямної кривої, яка лежить у площині *Оуz*, $\mu_z = 0$.

Форма напрямної кривої може бути різною, тому різними будуть способи відшукування точок на цих кривих, через які будуть проходити твірні.

Розглянемо деякі види напрямних кривих та способи пошуку на них вказаних точок.

Нехай напрямна – коло. Тоді кут ρ_i між дотичною в точці кола, через яку проходе твірна, та горизонтальною прямою (вісь *Ol*, рис. 9.4,*a*) дорівнює куту між радіусом кола та вертикальною прямою, яка проведена із центра кола.

Таким чином, за практичного визначення точок на напрямній кривій – колу по знайденим кутам ρ (9.33) достатньо провести із центра кола радіус під кутом ρ_i до вертикальної прямої. Точка перетину даного радіуса з колом буде шуканою точкою.

Якщо напрямна крива складена із спряжених дуг кіл з центрами в різних точках, то для визначення точок на цій напрямній кривій по знайдених кутах ρ_i достатньо з відповідного центра провести радіус під

кутом ρ_i до вертикальної прямої. Дано радіус, який перетинає напрямну криву. Визначити точку, через яку має бути проведена твірна.

Нехай напрямна крива є парабола. У цьому випадку для пошуку точок по знайдених кутах ρ_i скористаємося властивістю параболи (рис. 9.5):



Рис. 9.5. Схема до визначення параметрів параболи

При використанні даних залежностей координати точки дотику з поточною твірною будуть дорівнювати:

$$z_{i} = m_{i} \Big[2l_{H} \sin \rho_{i} + m_{i} \big(l_{m} \sin \rho_{m} - l_{H} \sin \rho_{1} \big) \Big];$$
$$l_{i} = m_{i} \Big[2l_{H} \cos \rho_{i} + m_{i} \big(l_{m} \cos \rho_{m} - l_{H} \cos \rho_{1} \big) \Big],$$

де *l_H* = *OA* – довжина відрізку дотичної в початковій точці до перетину з дотичною в кінцевій точці параболи;

l_m = *AB* – довжина відрізку дотичної в кінцевій точці до перетину з дотичною в початковій точці параболи.

Вводячи позначення :

$$2l_H \cos \rho_i = a;$$

 $l_m \cdot \cos \rho_m - l_H \cos \rho_1 = b;$
 $2l_H \sin \rho_1 = c;$
 $l_m \sin \rho_m - l_H \sin \rho_i = d$
та визначивши похідні $\frac{dz}{dm}$ та $\frac{dl}{dm}$, отримаємо

$$tg\,\rho_1 = \frac{dz}{dl} = \frac{c + 2dm_i}{a + 2bm_i},\tag{9.34}$$

звідки

$$m_i = \frac{1}{2} \cdot \frac{c - a \cdot tg \rho_i}{b \cdot tg \rho_i - d}.$$
(9.35)

Формула (9.35) дозволяє знайти точки на параболі, через які проходять твірні поверхні. Для визначення точок потрібно за формулою (9.33) визначити ρ_i , а за формулою (9.35) – значення m_i . Потім обчислюємо значення $OC_i = OA \cdot m_i$ та $AM_i = AB \cdot m_i$ і відкладаємо їх на відрізках *OA* та *AB*. З'єднуємо точки C_i та M_i на прямій CM_i , відкладаємо відрізок $C_i\Delta_i = C_iM_im_i$. Точка Δ_i буде шуканою точкою, через яку має бути проведена *i* твірна.

Якщо відомо рівняння напрямної кривої z = f(l), то пошук точок на цій кривій по заданих кутах ρ_i зводиться до наступного:

1) з рівняння z = f(l) обчислюємо першу похідну f'(l);

2) у *i*-й точці визначаємо значення l_i із формули $tg \rho_i = f'(l_i)$, а $z_i - iз$ рівняння z = f(l);

3) за знайденими координатами l та z_i знаходимо точку, через яку має бути проведена твірна.

У процесі проектування дуже часто буває, що перша твірна розташована не горизонтально ($\psi_{yz} \neq 0$). У цьому випадку потрібно ввести плоску частину поверхні лемеша нижче першої твірної, з метою

забезпечити горизонтальність леза лемеша. Плоскій частині лемеша буде відповідати прямолінійна ділянка на напрямній кривій.

Для визначення довжини прямокутної ділянки $OE = l_0$ або висоти $AE = z_0$ точки *E* над площиною дна борозни розглянемо рис. 9.6, на якому зображена дотична площина *BC* Δ та перша твірна *CF*.



Рис. 9.6. Схема до визначення прямолінійної ділянки лемеша

Із трикутника ОСЕ за теоремою синусів маємо

$$l_0 = m \frac{1}{\cos(\angle EOC) + \sin(\angle EOC) \cdot ctg(\angle ECO)},$$
(9.36)

а із трикутника ЕОА будемо мати

$$z_0 = l_0 \sin\left(\angle EOA\right),\tag{9.37}$$

де m – відстань від носка леміша до площини напрямної кривої $OO_1\Delta$.

Значення ∠ЕОС, ∠ЕСО, ∠ЕОА можна визначити із прямокутних сферичних трикутників *PNM* та *HKT* (рис. 9.6), у яких:

$$\cup PM = \angle ECO; \ \cup MN = \gamma_1 - \psi_{xy1}; \ \angle PMN = \frac{\pi}{2}; \ \angle PMN = \varepsilon_1; \ \cup HT = \angle EOC;$$

$$\angle KTH = \varepsilon_1; \ \angle HKT = \frac{\pi}{2}; \ \cup TK = \frac{\pi}{2} + \mu_z - \gamma_1.$$

Визначивши та підставивши значення *ctg∠ECO*, *tg∠EOC* та sin∠EOA у формули (9.36) і (9.37), отримаємо:

$$l_{0} = m \frac{\sqrt{1 + \cos^{2} \varepsilon_{1} \cdot tg^{2} (\gamma_{1} - \mu_{z})}}{\cos \varepsilon_{1} \left[tg (\gamma_{1} - \mu_{z}) + ctg (\gamma_{1} - \psi_{xy1}) \right]};$$
(9.36a)

$$z_0 = m \frac{tg\varepsilon_1}{tg(\gamma_1 - \mu_z) + ctg(\gamma_1 - \psi_{xy1})}.$$
(9.37a)

За отриманими формулами (9.36а) та (9.37а) визначаємо довжину прямолінійної ділянки напрямної кривої l_0 та висоту z_0 за від'ємного значення ψ_{xy1} . Коли ψ_{xy1} додатний, то у формули (9.36а) та (9.37а) замість m підставляємо величину (l_{I} —m) (l_{I} — довжина леза лемеша), яку беремо зі знаком «мінус» та відраховуємо від борозного кінця леза лемеша.

9.2.2. Побудова проекцій, шаблонів та розгортки поверхні

Після визначення точок на напрямній кривій, через які будуть проходити твірні, та довжини прямолінійної ділянки будуємо поверхню полиці у проекціях на координатні площини.

Спочатку будуємо напрямну криву і знаходимо на ній точки, через які пройдуть твірні. Потім по побудованій напрямній кривій та заданому розташуванню її площини будуємо її горизонтальну та вертикальну проекції і знаходимо на них точки для проведення твірних.

Після побудови проекцій напрямної кривої через відповідні точки цих проекцій проводимо твірні (на фронтальній проекції під кутами ψ_{yz} до осі Oy, на горизонтальній – під ψ_{xy} до осі Ox) і відповідно до загальновідомої методики креслимо лобовий контур. У процесі проектування поверхні не допускається, щоб твірні на фронтальній проекції перетинались у межах лобового контуру, через те що у цьому випадку поверхня переходе через ребро звороту.

Розташування твірних на фронтальній проекції за обраної форми напрямної кривої залежить від характеру зміни кутів ψ_{yz} та місця розташування напрямної кривої на поверхні. Тому потрібно, виходячи із закономірності зміни кутів ψ_{yz} , обрати відповідне положення площини напрямної кривої, за якого не було б перетину твірних.

У деяких випадках після нанесення всіх твірних вони можуть не проходити через верхню частину крила полиці, тоді ця частина поверхні проектується як циліндрична. Для цього на горизонтальній проекції поверхні задаємося величиною підвороту крила, який відкладаємо від останньої розрахованої твірної по лінії, яка перпендикулярна лезу лемеша. Проводячи у цьому проміжку через визначений інтервал твірні циліндричної частини поверхні паралельно останній розрахованій твірній. На вертикальну проекцію ці твірні наносимо після побудови шаблонів.

Шаблони розрахованої частини поверхні полиці будуємо за загальною методикою.

Шаблони циліндричної частини поверхні добудовуємо в такому порядку:

1) на горизонтальній проекції поверхні обираємо шаблон, який перетинає усі твірні її циліндричної частини.

2) для обраного шаблона визначаємо координати його кінцевої точки. Ордината (висота) цієї точки визначається по лобовому контуру, а абсциса (відстань від лінії леза лемеша до останньої твірної) – по горизонтальній проекції поверхні;

3) отриману точку *i* шаблона, через яку проводиться остання розрахована твірна, з'єднуємо колом так, щоб вона спрягалась з побудованою частиною шаблона;

4) отриманим радіусом добудовуємо решту шаблонів циліндричної частини поверхні так, щоб проведені кола спрягались з уже побудованими їх частинами.

На шаблоні, який перетинає всі твірні циліндричної частини поверхні, по відомих абсцисах (відстань від лінії леза лемеша до відповідних твірних циліндричної частини поверхні) знаходимо точки шаблона, через який проводимо твірні та їх ординати. Потім по знайдених ординатах та горизонтальною проекцією поверхні визначаємо на фронтальній проекції точки для проведення твірних і добудовуємо фронтальну проекцію циліндричної частини (проводимо твірні паралельно останній розрахованій).

Для побудови розгортки поверхні полиці потрібно побудувати напрямну криву в розгортці та обчислити дійсні довжини твірних.

Напрямна крива при розгортанні поверхні у площину деформується так, що її нормальна кривина буде дорівнювати нулю, а геодезична кривина – повній кривині кривої в розгортці. Повну кривину напрямної кривої в розгортці визначимо за формулою

$$k_{p} = k \cdot \sin \varepsilon \cdot \sin \left(\gamma - \mu_{z} \right), \qquad (9.38)$$

де *k* – кривина напрямної кривої до розгортання поверхні на площину;

k_p – кривина напрямної кривої в розгортці (геодезична кривина напрямної кривої).

Із формули (9.38) видно, що для визначення k_p потрібно визначити кривину k напрямної кривої до розгортання поверхні на площину. Тому зупинимося на способах визначення кривини напрямної кривої до розгортання поверхні у площину.

Нехай напрямна крива є коло або складається з спряжених дуг кіл. Очевидно, у цьому випадку кривина напрямної кривої буде визначатись по формулі

$$k_i = \frac{1}{R_i},\tag{9.39}$$

де *R_i* – радіус кола у відповідній точці напрямної кривої.

Коли напрямна крива є кривою загального виду z = f(l), тоді її кривина визначиться за відомою формулою

$$k = \frac{z''}{\left(1 + {z'}^2\right)^{2/3}},\tag{9.40}$$

де z' та z'' – перша та друга похідні функції z = f(l).

Якщо із рівняння (9.34) знайти *z*" та підставити у формулу (9.6) значення *z*' та *z*", то отримаємо формулу для визначення кривини напрямної кривої – параболи

$$k = \frac{2(ad - bc)}{\left[\left(a + 2bm\right)^{2} + \left(c + 2dm\right)^{2}\right]^{\frac{2}{3}}}.$$
(9.41)

Формули (9.38), (9.40) та (9.41) дозволяють визначити повну кривину напрямної кривої на розгортці до останньої розрахованої твірної.

Після того як кривина кривої на розгортці обчислена в ряді її точок (наприклад в точках, які відповідають обраним твірним), знаходимо відстань *s_i* цих точок від початку кривої. Цю відстань можна виміряти безпосередньо на кресленні заданої кривої або знайти обчисленням.

По знайдених значеннях k_{pi} та s_i будуємо графік $k_p = k_p(s)$.

Інтегруючи графічно побудований графік $k_p = k_p(s)$, отримаємо графік

$$\tau_i - \tau_1 = f(s), \qquad (9.42)$$

де τ_i – кут між поточною дотичною до напрямної кривої на розгортці та

лезом лемеша;

*т*₁ – кут між першою дотичною до напрямної кривої на розгортці та лезом лемеша.

Кут τ_1 за вертикального розташування площини напрямної кривої можна визначити з прямокутного сферичного трикутника *ТКН* (рис. 9.6). Вирішуючи цей трикутник, отримаємо

$$\tau_1 = \frac{1}{\cos \varepsilon_1 \cdot tg\left(\gamma_1 - \mu_z\right)}.$$
(9.43)

Поточне значення кута τ_i для точки, в якій проводимо твірну, обчислюємо за формулою (9.42), в якій значення f(s) визначаємо із графіка інтегрування.

По знайдених значеннях τ_i та відомим значенням s_i будуємо напрямну криву на розгортці. Будуючи цю криву, потрібно брати до уваги, що додатні значення кута τ_i відкладаємо проти часової стрілки від леза лемеша, а від'ємні — за часовою стрілкою.

Після побудови напрямної кривої через відповідні її точки проводимо лінії, які вказують напрямок твірних, під кутами ($\gamma_1 - \omega_i$) до леза лемеша. Додатні значення кута ($\gamma_1 - \omega_i$) відкладаємо за часовою стрілкою від леза лемеша, від'ємні – проти.

Довжину твірних на розгортці обчислюємо за формулою (9.27).

Для креслення розгортки поверхні довжини твірних L_{pi} обчислюємо від польового обрізу до напрямної кривої та від напрямної кривої до борозного обрізу полиці. Довжину відрізків твірних L_{yz} визначаємо з креслення.

Відклавши знайдені відрізки твірних по їх напрямках від напрямної кривої, отримаємо контур розгортки поверхні полиці.

У тому випадку, коли поверхня, яку проектуємо, має циліндричну частину, тоді побудову розгортки цієї частини поверхні, залежно від

розташування площини напрямної кривої ($\mu_z = \gamma_1$ або $\mu_z \neq \gamma_1$), виконуємо двома шляхами.

Якщо поверхня має циліндричну частину та площина напрямної кривої ортогональна лезу лемеша ($\mu_z = \gamma_1$), то для побудови розгортки циліндричної частини поверхні потрібно добудувати напрямну криву, яка буде відповідати цій частині поверхні.

Для добудови напрямної кривої на розгортці, потрібно знати її геодезичну кривину, яку можна обчислити за формулою (9.38), якщо будуть відомі значення k_{m+1} та кутів ε_{m+1} .

Оскільки площини напрямної кривої та шаблонів ортогональні лезу лемеша, то в їх перетині з циліндричною частиною поверхні отримаємо криві одного виду (кола) та однакової кривини. Таким чином, значення k_{m+1} для напрямної кривої, відповідній циліндричній частині поверхні, можна обчислити за формулою

$$k_{m+1} = \frac{1}{R},$$

де *R* – радіус, яким добудували шаблони циліндричної частини поверхні.

Значення кутів ε_{m+1} можна визначити за формулою (9.33), якщо будуть відомі кути ρ_i у точках шаблонів, через які проходять твірні.

Для визначення кутів ρ_i розглянемо рис. 9.7, на якому зображені:

EF – шаблон поверхні;

С F – шаблон циліндричної частини поверхні полиці;

ρ_m – кут між дотичної до шаблона в точці, в якій проходе остання
розрахована твірна, та горизонтальною прямою (кут між дотичною до
напрямної кривої у точці проходження останньої розрахованої твірної);

 ρ_{m+1} — кут між дотичною до шаблона в точці, в якій проходе m+1твірна циліндричної частини поверхні та горизонтальною прямою;

 $\ddot{A}_i O_i = R$ — радіус шаблона циліндричної частини поверхні полиці;

∆ – кут між віссю *Ol* та радіусом у початковій точці шаблона циліндричної частини поверхні;

 $d\rho_i$ – приріст кута ρ при переході від m до m+i твірної.



Рис. 9.7. Побудова кутів нахилу дотичної площини

Із рис. 9.7 видно, що

$$\rho_{m+1} = \rho_m + d\rho_i \,. \tag{9.44}$$

Із прямокутних трикутників $O_1 \ddot{A}_3 B_i$ та ACO_i маємо:

$$d\rho_i = \arcsin\frac{B_i \ddot{A}_i}{R} - \arcsin\frac{CA}{R}.$$
(9.45)

Значення *B_i Ä_i* та *CA* для кожної точки потрібно брати з креслення шаблона, який перетинає всі твірні циліндричної частини поверхні.

Визначивши за формулою (9.45) значення $d\rho_i$, а за формулою (9.44) – ρ_{m+1} , обчислимо по формулі (9.33) значення ε_{m+1} . Знаючи значення ε_{m+1} та k_{m+1} , за формулою (9.38) визначаємо $k_{\rho m+1}$ для напрямної твірної, яка відповідає циліндричній частині поверхні полиці.

Потім із зазначеного креслення шаблона визначаємо s_{m+1} і по значенням $k_{\rho m+1}$ та s_{m+1} добудовуємо побудований раніше графік $k_p = k_p(s)$. Інтегруючи добудовану частину графіка, отримаємо значення τ_{m+1} для напрямної кривої, відповідній циліндричній частині поверхні. За значеннями τ_{m+1} та s_{m+1} добудовуємо напрямну криву на розгортці і через її відповідні точки проводимо паралельно останній твірній лінії, які вказують напрямок твірних циліндричної частини поверхні.

Щоб обчислити довжини цих твірних, потрібно на фронтальній проекції поверхні добудувати напрямну криву до перетину з останньою твірною. Для цього на горизонтальній проекції напрямної кривої знаходимо точки, через які проходять твірні циліндричної частини поверхні. Проектуючи дані точки на відповідні твірні фронтальної проекції, добудовуємо фронтальну проекцію напрямної кривої.

Довжина твірних циліндричної частини поверхні на розгортці *L_p* обчислюємо за формулою (9.27) від напрямної кривої до верхнього та від верхнього до борозного обрізу полиці. Відклавши знайдені відрізки твірних по їх напрямках від напрямної кривої, отримаємо контур розгортки циліндричної частини поверхні.

У випадку, коли поверхня має циліндричну частину і площина напрямної кривої не ортогональна лезу лемеша ($\mu_z \neq \gamma_1$), тоді будуємо розгортку циліндричної частини поверхні проводимо таким чином.

Обираємо на горизонтальній проекції шаблон, який перетинає всі твірні циліндричної поверхні, і будуємо його вертикальну проекцію, Потім будуємо цей шаблон на розгортці попередньої побудованої розрахованої частини поверхні. Для цього відкладаємо від напрямної кривої відрізки

$$l=\frac{l_{yz}}{\sin\lambda},$$

де *l_{yz}* – відстань від напрямної кривої до обраного шаблона на фронтальній проекції, яку заміряємо по твірних.

Для побудови на розгортці шаблона циліндричної частини поверхні потрібно знайти відстань між точками шаблона, через які проводимо дотичні τ_{m+1}^0 та твірні, — s_{m+1} , та кутів, складених дотичними до шаблону розгортці з лезом леміша. —на

Значення *s*_{*m*+1} визначається з креслення вказаного шаблону.

Для визначення значень τ_{m+1}^0 необхідно побудувати та проінтегрувати графік $k_p = k_{pm+1}(s_{m+1})$. Значення k_{pm+1} для шаблона визначаємо за методикою, наведеною раніше. При цьому величину кута ρ_m^0 між дотичною шаблона і горизонтальною прямою визначаємо за формулою

$$tg\rho_m^0 = tg\varepsilon_m \cdot \cos(\gamma_1 - \gamma_m).$$

Отриманий в результаті інтегрування графік $\tau_{m+1}^0 - \tau_m^0 = f(s_{m+1})$, дозволяє визначити значення τ_{m+1}^0 для шаблона циліндричної частини поверхні. Значення τ_m^0 визначаємо графічно на розгортці поверхні шляхом виміру кута між лезом лемеша та дотичною до шаблона розрахованої частини поверхні в останній його точці. Значення $f(s_{m+1})$ беремо з графіка інтегрування. При визначенні τ_{m+1}^0 та τ_m^0 потрібно враховувати їх знаки.

Після визначення τ_{m+1}^0 та s_{m+1} добудовуємо розгортку циліндричної частини поверхні і визначаємо на ній точки, через які проходять твірні. Потім через ці точки проводимо паралельно останній розрахованій твірній лінії, які вказують напрямок твірних.

Довжину твірних обчислюємо за формулою (9.27) від верхнього обрізу до шаблону та від шаблона до борозного обрізу полиці.

Відклавши знайдені відрізки твірних від шаблона по їх напрямках, отримаємо контур розгортки циліндричної частини поверхні.

9.2.3. Послідовність побудови поверхні

Побудову поверхні розглянемо на прикладі по вихідних (табл. 9.1) та розрахункових даним (табл. 9.2).

1. Обираємо форму напрямної кривої та її розташування на поверхні полиці, задаємося параметрами (вильотом та висотою) напрямної кривої і визначаємо довжину або висоту її прямолінійної ділянки за формулою (9.36) або (9.37).

Таблиця 9.1

Вихідні дані для побудови поверхні

\mathcal{E}_1	γ_1	γ_2	$\eta_{_1}$	α_1	eta_1	$lpha_2$	eta_2	a_1	a_2	a_3
23 °	45°	39°59'	45 °	8°11'	16°12'	38°04'	53°20'	0,5153	0,646	-0,329

За напрямну криву в наведеному прикладі приймаємо параболу, яка розташована у вертикальній площині, що перпендикулярна лезу лемеша ($\mu_z = \gamma_1$) і яка відстоїть від носка лемеша на відстань 2/3 його довжини (m=345 мм). Висоту параболи приймаємо 350 *мм*, а її виліт – 210 *мм*. Довжина прямолінійної ділянки $l_0 = 49$ *мм*.

Користуючись розрахунковими даними (табл. 9.2), по формулі (9.33), обчислюємо значення кутів ρ_i (табл. 9.3).

Таблиця 9.2

№ твірної	Ψ_{xy} ,	Ψ_{xy}	Ψ_{xy}	Е	γ	ω	λ
1	37°46'	-4°59'	-86°08'	23°00'	45°00'	37°09'	37°52'
2	35°28'	-7°08'	-84°54'	29°27'	42°42'	34°50'	35°40'
3	34°27'	-8°25'	-84°12'	36°17'	41°03'	33°25'	34°45'
4	34°22'	-8°33'	-84°08'	43°20'	39°31'	33°18'	34°39'
5	34°55'	-7°24'	-85°05'	50°30'	38°26'	34°07'	35°08'
6	35°52'	-5°01'	-86°22'	57°49'	37°43'	35°44'	35°57'
7	36°59'	-1°28'	-88°53'	64°38'	37°25'	38°05'	37°00'
8	38°06'	3°07'	87°33'	71°27'	37°28'	41°06'	38°09'
9	39°04'	8°39'	82°57'	78°00'	37°54'	44°48'	39°23'
10	39°45'	15°01'	77°25'	84°10'	38°45'	49°06'	40°43'
11	39°00'	22°09'	71°08'	90°00'	40°00'	54°02'	42°10'
12	39°48'	28°22'	65°46'	94°22'	41°19'	58°26'	43°26'

Розрахункові дані для побудови поверхні

3. По заданих (висоті та вильоту) та обчислених (l_0 та ρ_i) параметрах будуємо напрямну криву і знаходимо на ній точки, через які пройдуть твірні.

Для побудови параболи в її початковій точці *O* під кутом ρ_1 , а в кінцевій точці *B* під кутом ρ_m до осі *Ol* (рис. 9.8) проводимо початкову та кінцеву дотичні до параболи до їх перетину в точці *A*. На відрізку *OA* відкладаємо прямолінійну ділянку параболи $l_0 = OE = 49 \ MM$.

Вимірявши на кресленні довжину відрізка $EA = l_{H} = 101$ *мм* та $BA = l_{m} = 131,5$ *мм*, обчислюємо коефіцієнти *a*, *b*, *c* та *d* для формули (9.35): *a* = 185,9 *мм*; *b* = -103 *мм*; *c* = 78,9 *мм* та *d* = 91,6 *мм*.



Рис. 9.8. Побудова напрямної кривої та поверхні полиці

Підставивши значення коефіцієнтів a, b, c, d та $tg\rho_i$ у формулу (9.35), обчислюємо значення m_i , які наведені в табл.. 9.3.

Потім за наведеною раніше методикою знаходимо точки, через які пройдуть твірні, та будуємо параболу.

4. Будуємо горизонтальну та вертикальну проекції напрямної кривої та знаходимо на них точки, через які проходять твірні.

5. Через знайдені точки на цих проекціях проводимо твірні – на горизонтальній проекції під кутами ψ_{xyi} до осі Ox, а на вертикальній – під ψ_{yi} до осі Oy.

6. Згідно із загальноприйнятою методикою будуємо лобовий контур. Якщо твірні на фронтальній проекції не проходять через весь лобовий контур, то ту частину поверхні, яка залишилася, після побудови шаблонів добудовуємо як циліндричну.

7. Загальноприйнятим методом будуємо шаблони поверхні полиці до останньої твірної (рис. 9.9).

8. На горизонтальній проекції поверхні обираємо шаблон, який перетинає всі твірні її циліндричної частини (шаблон № 8) та задаємося його підворотом ($e=62 \ mm$). Визначаємо по лобовому контуру та горизонтальній проекції координати кінцевої точки (точка M) обраного шаблона ($x_{\kappa}=190 \ mmmode mmmmode mmmode mmmode mmmmode mmmode mmmmode mmmode mmmode mmmode mmmode mmmode mmmmode mmmmode mmmode$

9. На горизонтальній проекції, у межах заданої величини підвороту крила (*e*=62 *мм*), проводимо через визначені (рівні або не рівні) проміжки (через 10,3 *мм*) твірні, які паралельні останній (дванадцятій) твірній.

9.3	
Таблиця	

Розрахунок поверхні полиці

	ġ	m_i	k_i , $1/mm$	$k_{,i}$, 1/mm	S _i , мм	t _i	$\gamma_i - \omega_i$	L'_{s^i} , MM	$L^{\mu}_{s^{i}}$, MM
	23°00'	0	0,0061	0,00	48,5	،00°06	7°51'	358	172
	29°26'	0,087	0,0070	-0,000128	82,0	،€0∘06	10°10'	342	170
	36°13'	0,171	0,0077	-0,000316	114,5	90°10'	11°35'	316	221
	43°12'	0,254	0,0081	-0,000527	145,0	90°21'	11°41'	285	292
	50°20'	0,337	0,0082	-0,000720	175,0	،6€∘06	10°53'	253	342
	57°36'	0,422	0,0079	-0,000848	207,0	91°00'	9°16'	226	386
	64°26'	0,505	0,0073	-0,000870	237,0	91°22'	6°56'	203	407
	71°18'	0,594	0,0065	-0,000807	272,0	91°46'	3°54'	180	432
	77°54'	0,687	0,0054	-0,000650	310,0	92°10'	0°12'	166	448
	84°08'	0,790	0,0044	-0,000477	354,5	92°32'	-4°06'	156	460
	,00°06	0,902	0,0034	-0,000296	407,0	92°48'	-9°02'	152	480
	94°23'	1,00	0,0028	-0,000179	455,5	93°00'	-13°26'	30,6	500
	102°58'	•	0,0017	-0,000107	538,5	93°11'	-13°26'	134	437
	107°13'	•	0,0017	-0,000105	580,5	93°14'	-13°26'	218	378
_	110°37'	•	0,0017	-0,000103	615,0	93°17'	-13°26'	284	323
	113°31'	·	0,0017	-0,000101	646,0	93°20'	-13°26'	336	256
	116°24'	·	0,0017	-0,000098	673,5	93°22'	-13°26'	386	195
-	118°37'	,	0,0017	-0,000096	679,5	93°24'	-13°26'	509	

272

10. На горизонтальній проекції поверхні визначаємо абсциси x_{m+1} точок шаблону, через які проведені твірні циліндричної частини (x_{13} =241 мм, x_{14} =230 мм, x_{15} =220 мм, x_{16} =210 мм, x_{17} =199 мм, x_{18} =190 мм).

11. По знайденим абсцисам цих точок на шаблоні визначаємо їх ординати (y_{13} =286 *мм*, y_{14} =328 *мм*, y_{15} =360 *мм*, y_{16} =388 *мм*, y_{17} =413 *мм*, y_{18} =438 *мм*).

12. По знайдених x_{m+1} та y_{m+1} знаходимо на фронтальній проекції точки, через які будуть проходити твірні, і через них проводимо твірні паралельно останній.

13. По відомій фронтальній проекції будуємо горизонтальний контур поверхні.

14. Обчислюємо кривину напрямної кривої за формулами (9.39),
(9.40) або (9.41). Для нашого прикладу значення k_i наведені у таблиці 9.3.

15. За формулою (9.45) визначаємо значення $d\rho_i$, а за формулою (9.44) – ρ_{m+1} . По обчислених значеннях ρ_{m+1} визначаємо значення ε_{m+1} для циліндричної частини поверхні за формулою (9.33). Значення ε_{m+1} та ρ_{m+1} для прикладу наведені в табл. 9.3.

16. За формулою (9.38) обчислюємо кривину напрямної кривої на розгортці – $k_{\rho i}$. Визначаємо з креслення напрямної кривої значення s_i (табл. 9.3).

17. Будуємо графік $k_{\rho} = k_{\rho}(s)$, відкладаючи по осі k_{ρ} значення $k_{\rho i}$ у масштабі μ_s ($\mu_{kp} = 0,00001 \ 1/MM^2$).

Графічно інтегруючи отриманий графік, отримаємо графік $\tau_i - \tau_1 = f(s)$. Масштаб отриманого графіка дорівнює

$$\mu_{\tau}^0 = \frac{180^{\circ}}{\pi} \mu_s \cdot \mu_{k\rho} H ,$$

де H – полюсна відстань за графічного інтегрування (H = 100 мм).





Рис. 9.9. Побудова шаблонів та поверхні полиці

Для нашого прикладу $\mu_{\tau}^{0} = 0,1144 \ граd/мм.$

Значення f(s) для точок напрямної кривої на розгортці, через які проходять твірні, визначаємо з графіка інтегрування за формулою

$$f(s)^{\circ} = \tau_{MM} \cdot \mu_{\tau}^{\circ},$$

де *τ* – значення ординат у точках проходження твірних на графіку інтегрування.

18. Визначаємо значення кута τ_1 за формулою (9.43) ($\tau_1 = 90^\circ$).

19. За формулою (9.42) визначаємо значення τ_i у точках напрямної кривої на розгортці, через які проходять твірні.

20. За значеннями τ_i та s_i будуємо напрямну криву на розгортці та визначаємо на ній точки, через які пройдуть твірні (рис. 9.9).

Через знайдені точки напрямної кривої на розгортці проводимо лінії, які вказують напрямок твірних, під кутами (*γ*₁ - *ω_i*) до леза лемеша.
 Значення для даного прикладу (*γ*₁ - *ω_i*) наведені в табл.. 9.3.

22. Добудовуємо згідно з викладеною раніше методикою фронтальну проекцію напрямної кривої до перетину з останньою твірною.

23. Обчислюємо за формулою (9.27) довжину твірних на розгортці від польового обрізу до напрямної кривої $L'_{\rho i}$ і від напрямної кривої до борозного обрізу полиці $L''_{\rho i}$. Для циліндричної частини поверхні довжину твірних обчислюємо від напрямної кривої до верхнього обрізу $L'_{\rho i}$ та від верхнього до борозного обрізу полиці $L''_{\rho i}$. Значення $L'_{\rho i}$ та $L''_{\rho i}$ також наведені в табл. 9.3.

24. Відкладаємо знайдені відрізки твірних по їх напрямках та отримаємо контур розгортки полиці. 9.3. Проектування полиці корпусу плуга вигинанням розгортки

У підрозд. 9.2 було розглянуто проектування поверхні полиці по заданому руху скиби, за саму поверхню була прийнята поверхня, яка стикується з поверхонь двох конусів та циліндра, що вже відомі. Відмінність проектування полягає в тому, що на зміну суто геометричному методу прийшов метод, за яким використовують траекторію руху скиби ґрунту по поверхні полиці. Разом з тим це ускладненює проектування.

Однак поверхня полиці, сполучена з конусів та циліндра, має обмежене застосування, оскільки неможливо змінювати параметри поверхонь у широких межах.

Для того щоб розширити застосування торсових поверхонь, при проектуванні полиць потрібно замінити конуси двома торсами. При цьому перший торс розташовується так, що його твірна співпадає з лемешем, а ребро звороту знаходиться зі сторони польового обрізу, а ребро звороту другого торсу розташоване зі сторони борозного обрізу. Стикуються торси по спільній твірній, причому стиковка відбувається не менш ніж за першим порядком гладкості, тобто ці торси по твірній мають спільну дотичну площину.

Сама поверхня полиці буде утворюватись вигинанням розгортки цієї самої полиці до потрібної форми.

Розглянемо вихідні дані, згідно з рис. 9.10 [15, 17]:

 A_1Q_1 – перше ребро звороту (l_1) ;

 $Q_2 B_2$ – друге ребро звороту (l_2) ;

 t_{12} – висота точки перетину твірної Q_1Q_2 з віссю Oy;

 t_{02} – висота перетину дотичної до ребра (l_2) , яка паралельна осі Ox, з віссю Oy;

L – довжина леза лемеша;

(L) – лінія польового обрізу KC_6 ;

 β – кут довільної дотичної з віссю Ox;

 $OC_2 = h_0$ – висота плоскої частини лемеша;

С₅ – найвища точка розгортки.



Рис. 9.10. Схема до визначення вихідних даних

Проектування буде проводитись у двох системах координат одночасно: у декартових прямокутних системах x, y та x, y, z відповідно на площині та у просторі, і у криволінійній системі s, V, де s – довжина дуги ребра звороту (l_1) або (l_2) , а V – відрізок дотичної до ребра звороту.

Розглянемо випадок, коли (l_1) – коло радіуса R_1 , (l_2) – евольвента кола радіуса R_2 з центром у точці O_2 . Для других ребер звороту принцип проектування не зміниться. Запишемо рівняння кривої (l_1) , довжину дуги *s* обрали як параметр:

$$x_{p1} = -R_1 \sin \frac{s}{R_1} + a_1; \ y_{p1} = -R_1 \cos \frac{s}{R_1} + b_1.$$
(9.46)

Після перетворень отримаємо

$$R_{1} = \frac{(h_{0} - t_{12})\cos\beta_{12} - a_{1}\sin\beta_{12}}{1 - \cos\beta_{12}}.$$
(9.47)

Кривина ребра звороту $(l_1) = |k_1(s)| = \frac{1}{R_1}$ визначає швидкість повороту дотичної. Параметри рівнянь (9.46) та (9.47) визначаємо типом корпусу плуга.

Рівняння (l_1) і відповідна поверхня T_1 у просторі отримані так (рис. 9.11).



Рис. 9.11. Схема утворення торсової поверхні

*l*₁₁ – початковий кут нахилу лінії польового обрізу на розгортці поверхні;

θ – початковий кут нахилу лінії польового обрізу;

D - кут нахилу леза лемеша з напрямком руху Ox;

E – кут установки лемеша до дна борозни ($\angle K\ddot{A}M$);

γ₁ – кут першої твірної зі стінкою борозни;

 \vec{t}_{11} – одиничний вектор дотичної до ребра звороту (l_1) у точці A_1 ;

 \vec{t}_{12} – одиничний вектор дотичної до ребра звороту (l_2) у точці Q_2 ;

$$x_{p1}(0), y_{p1}(0), z_{p1}(0)$$
 – координати точки A_1 ;
 $x_{p2}(0), y_{p2}(0), z_{p2}(0)$ – координати точки Q_2 ;

Залежності між кутами E, D, θ , α_{11} будуть мати такий вигляд:

$$tg\theta = \frac{KM}{ML} = \frac{M\ddot{A} \cdot tgE}{ML} = \frac{ML \cdot \sin D \cdot tgE}{ML} = \sin D \cdot tgE; \qquad (9.48)$$

$$tgKLD = \frac{KD}{DL} = \frac{MD}{\cos E \cdot MD \cdot ctgD} = \frac{tgD}{\cos E}; \qquad (9.49)$$

$$tg\alpha_{11} = -\frac{tgD}{\cos E}, \quad KL = \frac{h_0}{\sin KLD} = h_0 ctgD\sqrt{\cos^2 E + tg^2 D}.$$
 (9.50)

У даному прикладі параметром є довжина дуги, тому

$$x_{p1}^{1}(0) = -\cos D, \ y_{p1}^{1}(0) = 0, \ z_{p1}^{1}(0) = \sin D.$$
 (9.51)

За умови, що плоска лінія (*L*), переходячи від розгортки до поверхні, згорнеться у плоский переріз, рівняння ребра звороту у просторі визначаємо системою рівнянь:

$$x_{p1}^{1}(s) = \sqrt{\mu(s)} \cdot \cos \varphi(s), \ \Gamma(s) = \exp\left(-\int_{0}^{s} k(s) \cdot ctg\alpha(s)ds\right);$$

$$y_{p1}^{1}(s) = \sqrt{\mu(s)} \cdot \sin \varphi(s), \ \mu(s) = 1 - D_{0}^{2} \cdot \Gamma^{2}(s);$$

$$z_{p1}^{1}(s) = -D_{0} \cdot \Gamma(s), \ \varphi(s) = \varphi(0) \pm \int_{0}^{s} \frac{k(s)\sqrt{\mu(s) - \cos^{2}\alpha(s)}}{\mu(s) \cdot \sin \alpha(s)} ds.$$

(9.52)

3 рівнянь (9.52) можна отримати рівняння ребра звороту (l_1) , якщо $k(s) = k_1(s), D_0 = D_{01}, \alpha(s) = \alpha_1(s), \text{де } k_1(s) - \text{кривина } (l_1), \varphi(s) = \varphi_1(s).$

При $k = k_2(s)$, $|D_0| = |D_{02}| = \sin \gamma_{1\text{max}}$, $\alpha(s) = \alpha_2(s)$ отримаємо рівняння ребра звороту (l_2) . Якщо (l_1) та (l_2) задані на розгортці, то можна знайти $k_1(s)$ та $k_2(s)$ і рівняння ребер звороту. При цьому кути нахилу твірної $\alpha_1(s)$ та $\alpha_2(s)$ обираються так, щоб виконувалась умова про згортання плоскої кривої у плоский переріз торсової поверхні:

$$-\int_{0}^{s} k(s) ctg\alpha(s) ds \le \ln \left| \frac{\sin(ms+n)}{D_0} \right|$$
(9.53)

для всіх S (від s = 0 до $s = s_{max}$).

Рівняння торсової поверхні придатні як для ребра звороту (l_1) так і для ребра (l_2) :

$$x = x_{p}(0) + \int_{0}^{s} \sqrt{\mu(s)} \cos \varphi(s) ds + V \sqrt{\mu(s)} \sin \varphi(s);$$

$$y = y_{p}(0) + \int_{0}^{s} \sqrt{\mu(s)} \sin \varphi(s) ds + V \sqrt{\mu(s)} \sin \varphi(s);$$

$$z = z_{p}(0) + D_{0} \int_{0}^{s} \Gamma(s) ds + V \cdot D_{0} \cdot \Gamma(s),$$

(9.54)

але для (l_1) : $\varphi(s) = \varphi_1(s) = \pi - \int_0^s \frac{k(s)\sqrt{\mu_1(s) - \cos^2 \alpha(s)}}{\mu_1(s)\sin \alpha_1(s)} ds$,

адля (l_2) : $\varphi(s) = \varphi_2(s) = \varphi_1(s_{1\max}) - \int_0^s \frac{k_2(s)\sqrt{\mu_2(s) - \cos^2 \alpha(s)}}{\mu_2(s)\sin \alpha_2(s)} ds$.

Підставивши у (9.54) V(s) деякої кривої на розгортці замість V(s, V) при вигинанні не змінюються), отримаємо параметричне рівняння цієї кривої у просторі. Таким чином, можна розрахувати просторові координати точок ліній (L) c_2c_3 , c_3c_4 (прямої), c_4c_5 , c_5c_6 (параболи).

Розраховуючи ребра (l_2) , слід брати до уваги, що (l_1) та (l_2) мають спільну дотичну Q_1Q_2 , відповідні поверхні – спільну дотичну площину по Q_1Q_2 і, крім того, кривина їх дорівнює одна одній $|k_1(Q_1)| = |k_2(Q_2)|$, Ця умова визначає, зокрема, радіус кола евольвенти R_2 .

На розгортці (l₂) описується рівняннями:

$$x_{p2} = R_2 \cos \overline{\varphi} + R_2 \overline{\varphi} \sin \overline{\varphi} + a_2;$$
$$y_{p2} = R_2 \sin \overline{\varphi} + R_2 \overline{\varphi} \cos \overline{\varphi} + b_2.$$

У просторі (*l*₂) розраховували за рівняннями (9.51), а відповідну поверхню – за (9.53). Рівняння лінії польового обрізу (*L*) у системі (*s*, *V*) має такий вигляд:

$$V_{(L)}(s) = \frac{V(0) - \int_{0}^{s} \Gamma(s) ds}{\Gamma(s)}.$$

З наведеної геометричної моделі утворення поверхні видно, що проектування поверхні полиці вигинанням розгортки має виключно теоретичний характер, тому що для цього мають бути відомі:

- сама розгортка полиці;

- розташування ребер та параметри ребер звороту.

Коли хоч б один із пунктів не визначений, то застосувати цей метод неможливо.

Потрібно також відмітити, що розташування ребер звороту, та їх параметри, до яких, зокрема, належить кривина, не мають нічого спільного з агротехнологічними вимогами. До того ж математичний апарат, який при цьому застосовується, складніший ніж у попередньому розділі, що робить неможливим застосування цього методу у широкій практиці.

10. ПРОЕКТУВАННЯ ТОРСОВИХ ПОЛИЧНИХ ПОВЕРХОНЬ ЗА СФЕРИЧНОГО ВІДОБРАЖЕННЯ

Одним із найскладніших методів проектування торсових полиць є метод, заснований на сферичному відображенні поверхні. Сферичне відображення розгортної поверхні є кривою лінією, тому під час проектування поверхні задаються напрямком нормалей до шуканої поверхні, це становить певні труднощі, через те що напрямок нормалей до поверхні на зв'язан з параметрами оранки.

10.1. Загальні зауваження до методу

Метод проектування торсових поверхонь полиць досконально розроблено Л. В. Гячевим [26]. У основу цього методу покладено сферичне відображення поверхні [4].

Визначимо просторову криву лінію на якій у кожній точці побудуємо дотичну. На цій кривій у кожній точці де визначена дотична задамо одиничний вектор, який по напрямку співпадає з дотичною. Тепер визначимо у просторі точку в яку перемістимо всі одиничні вектори. Опишемо із точки як із центру сферу одиничного радіусу, на якій кінці одиничних векторів опишуть деяку криву, яка називається кривою сферичного відображення. Для прямої крива сферичного відображення є точкою, для плоскої кривої це пряма лінія, а для кривої – теж крива лінія.

Для того щоб визначити сферичне відображення поверхні потрібно в кожній її точці побудувати вектор нормалі одиничної довжини. Тут можуть бути два випадку, залежно від типу поверхні. Якщо поверхня розгортна, то сферичне відображення буде представляти собою лінію, а для нерозгортної поверхні – деяку область. Наприклад, для площини сферичне відображення буде точкою, оскільки всі нормалі до поверхні будуть мати однаковий напрямок. Положення у просторі одиничного вектора у просторі визначається двома кутами, тому маючи сферичне відображення просторової кривої ми будемо мати плоску криву. Це можна застосувати при вивченні руху грунту по поверхні робочого органу. Для цього знімають траекторії руху грунту по поверхні робочого органу, а потім будують сферичне відображення кожної траекторії. Сферичне зображення траекторій дасть відповідь на запитання, як рухається грунт. Якщо криві еквідистантні, то грунт рухається рівномірно, суцільним потоком, якщо криві сферичного зображення перетинаються, то у потоку ґрунту виникають зони підвищеного тиску.

Метод проектування торсової поверхні базується на розумінні сферичного відображення поверхні яке отримаємо із сукупності напрямів елементарних сил тиску полиці на скибу ґрунту, якщо вважати, що кут тертя ґрунту по полиці дорівнює нулю. При цьому напрямок тиску буде співпадати з нормаллю до поверхні в кожній точці.

Цей метод достатньо складний, тому що він повністю базується на сферичній тригонометрії та диференціальній геометрії. Це викликає труднощі у інженерних працівників які не мають поглибленої математичної підготовки. Однак він дає змогу глибше поглянути у математичну суть проектування поверхонь і демонструє ще один підхід до проектування поверхонь полиць.

10.1.1. Крива сферичного відображення та напрямок твірних поверхні

Для проектування торсової поличної поверхні розташуємо її у правій прямокутній системі координат, осі яких будуть направлені так:

Ох- у напрямку руху корпусу плуга;

Оу - горизонтально;

Оz – вертикально.

Для побудови сферичного відображення проведемо у всіх точках поверхні одиничні вектори нормалей (рис. 10.1,a), та перенесемо їх паралельно самим собі у довільну точку *О* з якої опишемо сферу одиничного радіусу (рис. $10.1,\delta$).



Рис. 10.1. Побудова сферичного відображення поверхні: *а* – побудова нормалей до поверхні; *б* – крива сферичного відображення на поверхні сфери одиничного радіуса

Площинам лемеша (I), грудини (II) та крила (III) полиці (рис. 10.1,*a*) будуть відповідати три точки на кривій відображення (точки N_1 , N_2 та N_3 на рисунку 10.1,*б*).

Проведемо через точку O (рис. 10.2) осі O_x , O_y , O_z , напрямок яких співпадає з системою координат, в якій розташовано корпус плуга. Тоді положення на сфері точки N – кінця одиничного вектора нормалі до поверхні – можна визначити полярними координатами на сфері з полюсом у точці M перетину сфери з віссю O_z :

 $\gamma = \angle OAB = \angle LMN -$ полярний кут;

 $\varepsilon = \angle ODC = \bigcup MN$ – полярний радіус.

Очевидно, що лінії $\varepsilon = const$ є паралелями, а лінії $\gamma = const$ – меридіанами сфери.

Оскільки напрямок нормалі до поверхні не змінюється при переміщенні нормалі вздовж твірної, то кути ε та γ залишаться без змін. Із переходом до суміжної твірної ці кути змінять своє значення, однак залишаться сталими при переміщенні нормалі до поверхні вздовж цієї твірної. Таким чином, кожній твірній буде відповідати одна нормаль. Це приведе до того, що кінці нормалей опишуть на сфері одиничного радіус криву лінію, яка і буде сферичним відображенням торсової поверхні.

Приймаючи є за незалежний параметр, а γ – за функцію, ми можемо криву сферичного відображення задати рівнянням

$$\gamma = \gamma(\varepsilon). \tag{10.1}$$

Поверхня полиці, яка визначається рівнянням (10.1), очевидно, не повинна мати зломів; з цього випливає, що функція $\gamma = \lambda(\varepsilon)$ має бути неперервною. У подальшому буде зазначено, що і похідна $\frac{d\gamma}{d\varepsilon} = \gamma'(\varepsilon)$ також повинна бути неперервною, оскільки у іншому випадку одній парі значень ε , λ (одній дотичній площині до поверхні) будуть відповідати два напрямки твірних.

Твірну торсової поверхні можна розглядати як граничне положення лінії перетину двох суміжних безкінечно близьких дотичних площин [ДИф геом]. Розташовуючись одночасно у двох площинах, твірна перпендикулярна до нормалі цих площин, тому вектор \overline{l} (рис. 10.1), який направлено по твірній, можна визначити як векторний добуток суміжних нормалей до поверхні

$$\overline{l} = \overline{N} \times \overline{N}' = \overline{N} \times (\overline{N} + d\overline{N}) = \overline{N} \times d\overline{N}.$$

Напрямок векторного добутку не зміниться, якщо співмножник $d\overline{N}$ замінити паралельним йому вектором $\frac{d\overline{N}}{d\varepsilon}$

$$\overline{l} = \overline{N} \times \frac{d\overline{N}}{d\varepsilon}.$$
(10.2)



Рис.10.2. Завдання координат кривої сферичного відображення

Користуючись координатними формулами векторного добутку, отримаємо формули для напрямних косинусів твірної:

$$\cos\left(\overline{l}, x\right) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right)^2 \sin^2 \varepsilon}} \left(\cos \gamma - \sin \varepsilon \cdot \cos \varepsilon \cdot \sin \gamma \frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right) \\ \cos\left(\overline{l}, y\right) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right)^2 \sin^2 \varepsilon}} \left(\sin \gamma - \sin \varepsilon \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos \gamma \frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right) \\ \cos\left(\overline{l}, z\right) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right)^2 \sin^2 \varepsilon}} \sin^2 \varepsilon \frac{d\gamma}{d\varepsilon}$$
(10.3)

Таким чином, рівняння $\gamma = \gamma(\varepsilon)$ задає не тільки всю сукупність напрямків нормалей, але й всю сукупність напрямків твірних торсової поверхні.

Будуючи поверхні у проекціях, потрібно мати кути, які складають проекції твірних на координатні площини з осями координат.



Рис. 10.3. Схема до визначення кутів між проекціями твірних та координатними площинами

Відповідно до рис. 10.3 позначимо через:

l – вектор, направлений по твірній;

 $\angle EOA = \psi_{yz}$ – кут між віссю *Oy* та проекцією твірної на площину *Oyz*;

 $\angle FOB = \psi_{zx}$ – кут між віссю Oz та проекцією твірної на площину Oxz;

 $\angle DOC = \psi_{yx}$ – кут між віссю Ox та проекцією твірної на площину Oxy.

Кути ψ_{xy} , ψ_{yz} та ψ_{zx} відраховуються від напрямків відповідних осей у позитивну сторону, тобто проти годинникової стрілки.

Із рисунку 10.3 будемо мати:

$$tg\psi_{xy} = \frac{l_x}{l_y} = \frac{\sin\gamma + \sin\varepsilon \cdot \cos\varepsilon \cdot \cos\gamma \frac{d\gamma}{d\varepsilon}}{\cos\gamma - \sin\varepsilon \cdot \cos\varepsilon \cdot \sin\gamma \frac{d\gamma}{d\varepsilon}}$$
$$tg\psi_{yz} = \frac{l_z}{l_y} = \frac{\sin^2\varepsilon \frac{d\gamma}{d\varepsilon}}{\sin\gamma - \sin\varepsilon \cdot \cos\varepsilon \cdot \cos\gamma \frac{d\gamma}{d\varepsilon}}$$
$$tg\psi_{zx} = \frac{l_x}{l_z} = \frac{\cos\gamma - \sin\varepsilon \cdot \cos\varepsilon \cdot \sin\gamma \frac{d\gamma}{d\varepsilon}}{\sin^2\varepsilon \frac{d\gamma}{d\varepsilon}}$$
$$(10.4)$$

Серед чисельників та знаменників формул (10.4) існують тільки три різних: комбінуючи їх відповідним чином, можна визначити тангенси кутів

$$tg\psi_{xy}$$
, $tg\psi_{yz}$ Ta $tg\psi_{zx}$.

Отриманих даних достатньо для побудови (у проекціях на координатні площини) конічної поверхні, яка має задане рівняння $\gamma = \gamma(\varepsilon)$, оскільки твірні такої поверхні проходять через одну точку.

Для побудови торсової поверхні в загальному випадку потрібно визначити не тільки напрямок а і положення твірних у просторі, що можна зробити за допомогою напрямної кривої.

10.1.2. Визначення залежності сферичного відображення

за геометричних умов

Залежність $\gamma = \gamma(\varepsilon)$ у загальному випадку зручно шукати у вигляді многочлена

$$\gamma = a_0 + a_1 \varepsilon + a_2 \varepsilon^2 + \dots + a_k \varepsilon^k \,. \tag{10.5}$$

Значення невідомих сталих коефіцієнтів *a_i* у цьому рівняння можна знайти за заданими геометричними умовами. У геометричні умови входять напрямки у просторі дотичних площин до поверхні, а також
напрямки твірних, які задаються кутами $tg\psi_{xy}$, $tg\psi_{yz}$ або $tg\psi_{zx}$, або кутами твірних з осями координат.

Задамося *т* умовами виду:

$$N_1(\varepsilon_1,\gamma_1); \quad N_2(\varepsilon_2,\gamma_2); \ldots N_3(\varepsilon_3,\gamma_3),$$

які визначають напрямок дотичних площин у *m* місцях поверхні (наприклад, на лемеші, на грудині та крилі полиці). Це дає *m* рівнянь для визначення сталих коефіцієнтів:

$$\gamma_{1} = a_{0} + a_{1}\varepsilon_{1} + a_{2}\varepsilon_{1}^{2} + \dots + a_{k}\varepsilon_{1}^{k}$$

$$\gamma_{2} = a_{0} + a_{1}\varepsilon_{2} + a_{2}\varepsilon_{2}^{2} + \dots + a_{k}\varepsilon_{2}^{k}$$
.....
$$\gamma_{m} = a_{0} + a_{1}\varepsilon_{m} + a_{2}\varepsilon_{m}^{2} + \dots + a_{k}\varepsilon_{m}^{k}$$
(10.6)

Якщо задати напрямки твірних (при відомих точках $N_i(\varepsilon_i, \gamma_i)$, до яких вони відносяться), то з формул (10.3) та (10.4) витікає, що ці умови зводяться до завдання в точках $N_i(\varepsilon_i, \gamma_i)$, значень $\left(\frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right)_i$. Так ця умова горизонтальності твірної (яку можна отримати, гадаючи, наприклад, що $tg\psi_{yz} = 0$ або $\cos(l, z) = 0$) буде мати вигляд

$$\frac{d\gamma}{d\varepsilon} = 0. \tag{10.7}$$

Задаючи *n* (*n* ≤ *m*) таких умов, отримаємо *n* додаткових рівнянь:

$$\left(\frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right)_{1} = a_{1} + 2a_{2}\varepsilon_{1} + \dots + ka_{k}\varepsilon_{1}^{k-1} \\
\left(\frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right)_{2} = a_{1} + 2a_{2}\varepsilon_{2} + \dots + ka_{k}\varepsilon_{2}^{k-1} \\
\dots \\
\left(\frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right)_{n} = a_{1} + 2a_{2}\varepsilon_{n} + \dots + ka_{k}\varepsilon_{n}^{k-1}$$
(10.8)

Вирішуючи систему (m+n) лінійних рівнянь (10.6) та (10.8), отримаємо значення m+n=k+1 коефіцієнтів у рівнянні (10.6).

Таким чином, задача визначення залежності $\gamma = \gamma(\varepsilon)$ приводиться до проведення кривої на сфері через задані точки $N_i(\varepsilon_i, \gamma_i)$ за умови заданих (у випадку необхідності) напрямів дотичної у цих точках (значень $\left(\frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right)$.

За умови практичного знаходження $\gamma = \gamma(\varepsilon)$ потрібно ураховувати, що в рівняння (10.6) величини ε та γ повинні бути визначені в радіанах. Якщо їх визначити у градусах, то рівняння (10.6) буде мати вигляд

$$\gamma^{\circ} = b_0 + b_1 \varepsilon^{\circ} + b_2 \varepsilon^{\circ 2} + \dots + b_k \varepsilon^{\circ k} .$$
(10.9)

Розглянемо, який вплив буде чинити вибір одиниць кута на значення похідних $\frac{d\gamma}{ds}$ та $\frac{d^2\gamma}{ds^2}$.

Диференціюючи рівняння (10.9) отримуємо

$$\frac{d\gamma^{\circ}}{d\varepsilon^{\circ}} = b_1 + 2b_2\varepsilon + \dots + kb_n\varepsilon^{\circ k-1}.$$
(10.10)

Аналогічні рівності, які виражені в радіанній мірі, будуть мати вигляд:

$$\gamma = a_0 + a_1 \varepsilon + a_2 \varepsilon^2 + \dots + a_k \varepsilon^k;$$

$$\frac{d\gamma}{d\varepsilon} = b_1 + 2b_2 \varepsilon + \dots + k b_n \varepsilon^{k-1}.$$
(10.11)

Прийнявши до уваги, що $\gamma^{\circ} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \gamma = p\gamma$; $\varepsilon^{\circ} = p\varepsilon$, підставимо ці

значення в рівняння (10.9) і, порівнюючи з рівнянням (10.5), знайдемо:

$$b_0 = a_0 p$$
; $b_1 = a_1$; $b_2 = \frac{a_2}{p}$; ...; $b_k = \frac{a_k}{p^{k-1}}$.

Підставляючи у вираз для $\frac{d\gamma^{\circ}}{d\varepsilon^{\circ}}$ замість $b_0, b_1, b_2, \dots, b_k$ та ε° і їх

значення, отримаємо

$$\frac{d\gamma^{\circ}}{d\varepsilon^{\circ}} = \frac{d\gamma}{d\varepsilon}.$$
(10.12)

Для другої похідної такої рівності вже не отримати, там будуть існувати співвідношення

$$\frac{d^2\gamma}{d\varepsilon^2} = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{d^2\gamma^\circ}{d\varepsilon^{\circ 2}}.$$
(10.13)

Співвідношення (10.10) та (10.13) дають змогу під час розрахунків користуватися градусною мірою.

10.2. Напрямна крива

Для вказаних точок простору, через які повинні пройти твірні, проведемо плоску напрямну криву. Поверхня буде розгортною, якщо твірну провести через ту точку напрямної кривої, де до цієї кривої буде дотикатися площина дотична до поверхні. Таким чином, дотична напрямної кривої має лежати в дотичній до поверхні площини, а нормаль до поверхні \overline{N} повинна бути однією з нормалей до напрямної кривої в даній її точці.



Рис. 10.4. Схема до визначення кутів між нормалями: *a* – нормаль до напрямної кривої; *б* – кут між нормалями до поверхні та напрямною кривою

Площину напрямної кривої можна розташувати по-різному в системі координат *Oxyz*.

Розглянемо випадок розташування напрямної кривої у вертикальній площині; цьому відповідають, наприклад крива польового обрізу, крива ортогонального перерізу лемеша, крива перерізу поверхні площиною *уOz*.

Нехай дотична *t* до кривої в будь-якій точці *M* (рис. 10.4,*a*) складає кут α_z з горизонтальною прямою, а її нормаль \overline{n} – кут α_z з вертикаллю. На рис. 10.4,*б* вектори \overline{N} та \overline{n} показані у плані, причому

ON- нормаль до поверхні;

Оп – головна нормаль кривої;

RNnS – нормальна площина кривої;

 $\angle KOP = \gamma - двогранний кут між координатною площиною <math>yOz$ і вертикальною площиною zOM, яка включає у себе нормаль до поверхні;

 $\angle KOL = \mu_z - двогранний кут між площиною$ *уOz*та площиною напрямної кривої*zOn*;

кути:

$$\alpha_z = \bigcup Mn$$
; $\varepsilon = \bigcup MN$; $\angle NnM = \frac{\pi}{2}$.

Із прямокутного сферичного трикутника MNn знайдемо

$$tg\alpha_z = tg\varepsilon\cos(\mu_z - \gamma). \tag{10.14}$$

Формула (10.14) визначає значення параметра α_z на напрямній кривій, яке відповідає заданому напрямку нормалі до поверхні і заданому розташуванні площини напрямної кривої (μ_z).

Якщо за напрямну криву прийнята крива польового обрізу, то у формулі (10.14) потрібно покласти $\mu_z = \frac{\pi}{2}$; для кривої ортогонального перерізу лемеша $\mu_z = \gamma_0$; для напрямної кривої, яка лежить у площині yOz, $\mu_z = 0$.

У деяких випадках може бути зручнішим розташувати напрямну криву у площині, яка паралельна осі Ox. На рис. 10.5 ця площина показана у проекції на площину yOz у вигляді прямої OL, причому на кресленні $\mu_z = \angle MOL -$ двогранний кут площини напрямної кривої з площиною zOx.



Рис. 10.5. Розташування площини, яка паралельна осі Ох

Кут $\alpha_x = \bigcup Ln$, який підлягає визначенню, лежить у площині кривої між дотичною і віссю *Ox* (або між головною нормаллю *On* та *OL* – слідом площини кривої на площині *yOz*).

На рис. 10.5 відомі:

$$\cup MN = \varepsilon$$
; $\angle LMN = \gamma$; $\cup ML = \mu_x$; $\cup MK = \frac{\pi}{2} - \mu_x$; $\cup Ln = \alpha_x$.

Зі сферичного трикутника MKN маємо

$$tg\alpha_{x} = \frac{\sin\gamma}{\frac{\cos\mu_{x}}{tg\varepsilon} + \cos\gamma\sin\mu_{x}}.$$
(10.15)

Формула (10.15) визначає значення параметра α_x по заданим ε , γ , μ_x . Якщо напрямна крива лежить у площині *zOx* (крива польового обрізу), то потрібно покласти $\mu_x = 0$, а для напрямної, яка лежить у площині *xOy*, потрібно покласти $\mu_x = \frac{\pi}{2}$.

За практичного застосування точок напрямної кривої, які відповідають знайденим значенням кута α_x або α_z (формули (10.14) або (10.15)), бажано для цієї кривої скласти рівняння

$$s = s(\alpha), \tag{10.16}$$

де *s* – дуга кривої:

α – кут повороту дотичної.

Залежність (10.16) зручно шукати у вигляді многочлена

$$s = c_0 + c_1 \alpha + c_2 \alpha^2 + \dots + c_n \alpha^n .$$
 (10.17)

Таблиця 10.1

Точка M_n M_0 M_1 M_i $s_i = \bigcup M_0 M_i$ 0 S_1 S_i S_n α_i α_0 α_1 α_i α_n

За складення рівняння (10.17) на обраній плоскій кривій (рис. 10.6) встановлюється початок і додатний напрямок відраховування відстаней, а потім для ряду точок M_i вимірюємо довжини дуг $s_i = \bigcup M_0 M$ і відповідні кути повороту дотичної α_i (табл. 10.1).

Значення функції $s = s(\alpha)$

Потім складаємо систему лінійних (відносно невідомих коефіцієнтів) рівнянь і знаходимо ці коефіцієнти. Підставляючи рівняння (10.17) значення *a_i*, знаходимо відстані *s_i* та точки на кривій.

10.3. Порядок побудови поверхні

1. Задаємося вихідними геометричними умовами: напрямком у просторі дотичних площин до поверхні (ε_i , γ_i) і напрямком твірних $\left(\frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right)$.



Рис. 10.6. Схема побудови дотичної до напрямної кривої

2. Знаходимо коефіцієнти в рівнянні кривої сферичного відображення (10.9), складаючи систему рівнянь видів (10.6) та (10.8).

3. Розбиваємо інтервал виміру ε на ряд рівних (або нерівних) частин відповідно до кількості твірних, і для кожного *i*-го значення ε знаходимо γ_i .

4. Для кожної пари значень ε_i , γ_i знаходимо за формулами (10.4) кути ψ_{xy} , ψ_{yz} та ψ_{zx} . 5. Обираємо напрямну криву та її розташування в системі координат Охуг; складаємо для неї рівняння виду (10.17) і визначаємо точки кривої, які відповідають даним значенням є_i, γ_i.

6. Креслимо напрямну криву у проекціях на координатні площини, після чого через відповідні точки кривої проводимо твірні у проекціях. Потім, загальновідомими методами будуємо лобовий контур полиці і проекції контуру поверхні на інші координатні площини.

Приклад

Побудувати робочу поверхню полиці за такими даними:

- кути установки лемеша $\varepsilon_1 = 25^\circ$, $\gamma_1 = 42^\circ$;

- кути установки крила $\varepsilon_2 = 90^{\circ}$, $\gamma_2 = 32^{\circ}$.

За напрямну криву приймаємо криву польового обрізу (коло); висота кривої від початкової точки на носку лемеша до точки *д*, де дотична вертикальна, дорівнює ширині захвату корпусу плуга.

Примітка. Прийняті параметри лемеша та крила відповідають корпусу плуга для підвищених швидкостей оранки. Коефіцієнт підвищення швидкості визначаємо так:

$$K = \frac{V}{V_0} = \frac{\sin \gamma_{20}}{\sin \gamma_2} = \frac{\sin 47^\circ}{\sin 32^\circ} = 1,38,$$

*де V*₀ – *швидкість оранки стандартним корпусом;*

V – швидкість оранки швидкісним корпусом;

*γ*₂₀ та *γ*₂ – кути установки крила відповідно у стандартного та швидкісного корпусів.

Розрахунок поверхні

1. Складаємо рівняння кривої сферичного відображення поверхні. Поперед усього бачимо, що через дві точки $N_1(\varepsilon_1, \gamma_1)$ та $N_2(\varepsilon_2, \gamma_2)$ на сфері можна провести різні криві, тому будуємо отримані різні поверхні.

Найбільш простий вигляд має лінійна залежність між у та є

$$\gamma = a + b\varepsilon,$$

яка зображена пунктирною прямою на графіку $\gamma = \gamma(\varepsilon)$ (рис.10.7).

Вирішуючи систему із двох рівнянь:

$$\begin{array}{l} \gamma_1 = a + b\varepsilon_1 \\ \gamma_2 = a + b\varepsilon_2 \end{array} \right\},$$

знайдемо коефіцієнти а та b:

$$a = \frac{\gamma_1 \varepsilon_2 - \gamma_2 \varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \succ 0$$
$$b = -\frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \prec 0$$

Оскільки $b = \frac{d\gamma}{d\varepsilon}$, то для всіх значень на поверхні ε похідна $\frac{d\gamma}{d\varepsilon}$ має від'ємні значення; це призводе до від'ємних значень кутів ψ_{yz} . Для прийнятих вихідних даних будемо мати

$$b = -0,167$$
,

що дає:

$$(\psi_{yz})_1 = -2^{\circ}45'; (\psi_{yz})_2 = -17^{\circ}50'.$$

Якщо кінцева точка кривої польового обрізу, що відповідає $\varepsilon = 90^{\circ}$, буде розташована над дном борозни на висоті, яка дорівнює ширини захвату корпусу, то крило полиці при $(\psi_{yz})_2 = -17^{\circ}50'$ буде розташовано надто високо. Зменшити висоту крила в даному випадку можна тільки за рахунок зменшення висоти кривої польового обрізу, що недоцільно, через те що обмежується максимальна глибина оранки. Таким чином від'ємні значення кутів ψ_{yz} (за значень ε , близьких до 90°) приводять до небажаної форми поверхні.

У зв'язку з цим потрібно задати додаткові геометричні умови – значенням кута ψ_{yz} при $\varepsilon = \varepsilon_2 = 90^{\circ}$.

Приймемо, що при $\varepsilon_2 = 90^\circ$, $\psi_{yz} = +5^\circ$.



Рис. 10.7. Схема до побудови робочої поверхні полиці

Вирішуючи другу формулу із (10.4) відносно $\frac{d\gamma}{d\varepsilon}$, отримаємо

$$\frac{d\gamma}{d\varepsilon} \frac{\sin\gamma \cdot tg\psi_{yz}}{\sin\varepsilon (\sin\varepsilon - \cos\gamma \cdot \cos\varepsilon \cdot tg\psi_{yz})}$$

Підставляючи в отриману формулу значення ε_2 , γ_2 та $(\psi_{yz})_2$, розкриваємо значення похідної $\frac{d\gamma}{d\varepsilon}$

$$\left(\frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right)_2 = 0,0463.$$

Отже, маємо такі вихідні дані:

$$N_1(25^\circ, 42^\circ), N_2(90^\circ, 32^\circ); \left(\frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right)_2 = +0.0463.$$

Рівняння кривої сферичного відображення поверхні складемо у вигляді многочлена

$$\gamma - \gamma_2 = a(\varepsilon - \varepsilon_2) + b(\varepsilon - \varepsilon_2)^2$$
. (a)

Такий вид залежності — $\gamma = \gamma(\varepsilon)$ — дозволяє автоматично задовольнити умові проходження кривої через точку $N_2(90^\circ, 32^\circ)$; таким чином, потрібно визначити тільки два невідомих коефіцієнта *a* та *b*.

Диференціюючи (а), отримаємо

$$\frac{d\gamma}{d\varepsilon} = a + 2b(\varepsilon - \varepsilon_2). \tag{6}$$

Підставляючи в рівняння (б) значення ε та $\frac{d\gamma}{d\varepsilon}$, які відповідають точці N_2 , знаходимо

$$a = 0,0463$$
.

Далі, з рівняння (а) при значеннях ε та γ , які відповідають точці N_1 , знаходимо коефіцієнт *b*:

$$b = +0,00308$$
.

Таким чином, залежності $\gamma = \gamma(\varepsilon)$ та $\frac{d\gamma}{d\varepsilon} = \gamma(x)$ мають вигляд:

$$\gamma = 32 + 0,0463(\varepsilon - 90) + 0,00308(\varepsilon - 90)^{2} \\ \frac{d\gamma}{d\varepsilon} = 0,0463 + 0,00618(\varepsilon - 90)$$
(B)

Крива, яка відповідає отриманим рівнянням (в), зображена у вигляді суцільної лінії на графіку $\gamma = \gamma(\varepsilon)$, (рис. 10.7).

Розглядаючи цю криву, бачимо, що при збільшені $\left(\frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right)_2$ у кінцевій точці кривої сферичного відображення буде зростати абсолютна величина похідної $\left(\frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right)_1$ і у початковій точці кривої, яка має від'ємний знак. Це означає, що в даному випадку збільшення кутів ψ_{yz} на крилі полиці викликає відповідне зростання величини від'ємних кутів ψ_{yz} на леміші і може бути причиною спотворення поверхні.

2. Розрахунок твірних (визначення кутів ψ_{xy} та ψ_{yz}).

Обираємо десять значень ε і вираховуємо для десяти твірних значення γ та $\frac{d\gamma}{d\varepsilon}$ з рівнянь (в), а також $tg\psi_{xy}$ та $tg\psi_{zy}$ з формул (10.4). Результати розрахунків наведено у таблиці 10.2.

За межами десятої твірної поверхню продовжуємо по циліндру, тобто одинадцяту твірну проводимо паралельно десятій.

Таблиця 10.2

${\cal E}^{\circ}$	25	35	45	55	65	75	80	85	90	95
γ°	42°00	38°47	36°09	34°09	33°46	32°00	31°50	31°50	32°00	32°18
$tg\psi_{xy}$	0,628	0,600	0,569	0,570	0,587	0,608	0,618	0,623	0,624	0,630
$tg\psi_{zy}$	-0,111	-0,196	-0,231	-0,228	-0,174	0,083	-0,028	0,030	0,088	0,143
$tg\alpha_z$	0,312	0,539	0,591	0,804	1,160	1,976	2,990	6,050	x	-6,120

Розрахунок положення твірних

3. Обчислюємо значення кута α_z на кривій польового обрізу (напрямній) за формулою (10.14) при $\eta_z = 90^\circ$. Результати обчислень також наведені в табл. 10.2.

4. Обираємо як напрямну коло і відмічаємо на ньому точки, які відповідають знайденим значенням α_z . Потім креслимо напрямну у

проекціях на координатні площини *XOY* та *ZOY* і через відмічені точки кривої проводимо твірні у проекціях на координатні площини під кутами $tg\psi_{zy}$ та $tg\psi_{xy}$ до осей *OX* та *OY*.

У результаті побудови отримаємо креслення полиці (рис.10.7).

10.4. Побудова розгортки поверхні полиці

Якщо розгортна поверхня полиці задана за допомогою напрямної кривої та сферичного відображення, то при відомому лобовому контурі можемо побудувати розгортку поверхні.

Напрямна крива після розгортання розгортної поверхні у площину визначить точки площини через які повинні бути проведені твірні; рівняння кривої сферичного відображення дає змогу обчислити кути між твірними у розгортці, а лобовий контур визначить дійсні довжини твірних.

При виконанні розгорток потрібно ураховувати тип поверхні. Поверхня може бути розгортна або нерозгортна. Якщо поверхня розгортна, то спрямляємо напрямну криву на площину, визначаючи ті точки на напрямній, через які проходять твірні. Через ці точки проводимо твірні. Далі визначаємо довжини твірних від точок напрямної кривої до обрізів і відкладаємо на проекціях твірних на розгортці. Отримані точки з'єднуємо плавною лінією. Якщо твірних багато, то відрізки кривих ліній між точками обрізів можна замінить відрізками прямих.

В разі нерозгортної поверхні побудова розгортки значно ускладнюється. У цьому випадку можуть бути два випадку в разі кожного з них потрібно розбивати поверхню на клапті. Тут може бути три варіанти. Перший – коли поверхню розбиваємо на трикутники. В цьому випадку одою стороною буде твірна поверхні, а другою – відрізок обрізу борозного або польового. Для побудови поверхні будуємо на площині натуральні величини трикутників, які будуть состиковані по своїм сторонам. Розбивання поверхні на трикутники називається тріангуляцією. Другий випадок – коли відсіки поверхні між твірними апроксимуємо відсікам циліндрів, або площинами при дуже великій кількості твірних. У третьому випадку потрібно мати ще якусь криву на поверхні полиці. Тоді тріангуляція виконується між твірними, напрямною кривою, обрізами та додатковою кривою.

При виконанні розгортки потрібно зважати на похибки. При графічних побудовах вони будуть дуже значними, тому після побудови розгортки її потрібно корегувати по шаблонам поверхні. При використанні ЕОМ, коли кількість обчислень велика, слід вважати, що похибки також будуть присутні, причому може бути так, похибка буде більшою сторони трикутника при триагуляції.

10.4.1. Побудова напрямної кривої у розгортці

Напрямна крива, як і будь-яка інша на поверхні внаслідок розгортання поверхні у площину деформується так, що її нормальна кривина буде дорівнювати нулю а геодезична кривина стає повною кривиною в розгортці.

Геодезична кривина $\frac{1}{R}$ кривої дорівнює добутку повної кривині $\frac{1}{r}$ на синус кута між нормаллю до поверхні \overline{N} і головною нормаллю кривої \overline{n}

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r} \sin(N, n).$$
(10.18)

Розглянемо випадок розташування кривої у вертикальній площини. У цьому випадку з трикутника *NMn* (рис. 10.4,*б*) знайдемо

$$\sin(N,n) = \sin\varepsilon\sin(\mu_z - \gamma).$$

Формула (10.18) має вигляд розташування напрямної кривої у площині, яка паралельна осі *Ox* (рис. 10.5). У трикутниках *ANM* і *nBN* відомі деякі елементи крім того:

$$\angle NAM = \frac{\pi}{2}; \quad \angle NnB = \frac{\pi}{2}.$$

Вирішуючи трикутники, знайдемо

 $\sin(N,n) = \sin\varepsilon\cos\gamma\cos\mu_x - \cos\varepsilon\sin\mu_x.$

Тоді формула для геодезичної кривини отримає такий вигляд:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r} \left(\sin \varepsilon \cos \gamma \cos \mu_x - \cos \varepsilon \sin \mu_x \right).$$
(10.19)

Формули (10.18) або (10.19) дозволяють визначити радіуси кривини у розгортці по заданих радіусах кривини напрямної кривої.

Радіус кривини вихідної кривої у свою чергу можна знайти шляхом диференціювання рівняння кривої (10.17)

$$r = \frac{ds}{d\alpha} = c_1 + 2c_2\alpha + \dots + nc_n\alpha^{n-1}.$$
 (10.20)

Таким чином, для кривої в розгортці знайдемо радіуси кривини в декількох її точках; крім того, відомі і довжини дуг, які залишаються незмінними під час розгортання поверхні. Для побудови кривої по цих даних довжину кривої поділяємо на деякі ділянки ΔS_i , на кожній з них радіус кривини буде сталим. Крива будується у вигляді спряжених дуг кіл.

Побудову напрямної кривої починаємо з побудови графіка кривини у функції дуги кривої $k = \frac{1}{R} = f(s)$. Інтегруючи цю функцію, отримаємо кут повороту дотичної у функції дуги кривої

$$\alpha = f_1(s) + \alpha_1 = \alpha(s). \tag{10.21}$$

де α_1 – кут між лезом лемеша і дотичною до напрямної кривої в початковій точці – стала інтегрування у рівняння (10.21). Кут α_1 вказано на рис. 10.8.





Поділяємо довжину кривої на ділянки і будуємо криву як ломану, проводячи кожну прямолінійну ділянку Δs_i під відповідним кутом α_i до леза лемеша (до осі *Ox* на рис. 10.8). Кути α_i відповідають ординатам середин ділянок на графіку $\alpha = \alpha(s)$.

Кут α_1 між лезом лемеша і дотичною до напрямної кривої, в її початковій точці, для випадку вертикального розташування площини цієї кривої находимо за формулою

$$tg\alpha_1 = \frac{1}{\cos\alpha_1 tg\left(\mu_z - \gamma_1\right)}.$$
(10.22)





Формулу (10.22) можна отримати, розглядаючи сферичний трикутник, який отримано при перерізі клина зі сферою, яка описана з точки перетину леза клина з площиною напрямної кривої.

Аналогічним шляхом находимо значення кута α_1 і для того випадку, коли напрямна крива лежить у площині, паралельній осі *Ох*,

$$tg\alpha_1 = \frac{\sin\gamma_1}{\sin\varepsilon_1 tg\mu_x + \cos\varepsilon_1\cos\gamma_1}.$$
 (10.23)

10.4.2. Визначення кутів між твірними на розгортці

Визначимо кут між двома безкінечно близькими твірними на поверхні, які відповідають точкам сферичного відображення $N_1(\varepsilon,\gamma)$ і $N_2(\varepsilon + d\varepsilon, \gamma + d\gamma)$. Він буде дорівнювати куту між дугами великих кіл, які дотикаються до кривої $\gamma = \gamma(\varepsilon)$ у точках N_1 та N_2 . Позначимо цей кут через $d\beta$, а геодезичну кривину кривої $\gamma = \gamma(\varepsilon)$ через $k_{\tilde{A}}$. Після чого можна записати

$$d\beta = k_{\tilde{A}}ds , \qquad (10.24)$$

де ds – елемент дуги кривої $\gamma = \gamma(s)$.

Кут *в* між двома довільними твірними на розгортці визначимо шляхом інтегрування виразу (10.24)

$$\beta = \int k_{\bar{A}} ds \,. \tag{10.23}$$

Із формул (10.24) та (10.25) видно, що в якій мірі величина $k_{\tilde{A}}$ визначає закономірність перетину твірних.

Якщо величина $k_{\bar{A}}$ у деякому інтервалі ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$) зберігає знак, то кут β по величині зростає, і всі твірні перетинаються з однієї сторони від деякої кривої на поверхні.

Якщо величина $k_{\tilde{A}}$ у деякій точці $N(\varepsilon, \gamma)$ змінює знак, твірні перетинаються з протилежного боку, і ребро звороту поверхні має розрив уздовж відповідної твірної.

Розглянемо формулу для геодезичної кривини кривої на сфері. Геодезичну кривину кривої на поверхні визначаємо як змішаний добуток трьох векторів:

N – одиничного вектора нормалі до поверхні;

 $\vec{r_s}$ – одиничного вектора дотичної до кривої;

 \overline{r}_{s}'' – вектора кривини кривої.

Проекції радіуса вектора кривої $\gamma = \gamma(s)$, які відкладаємо із центра сфери, і рівного йому одиничного вектора \overline{N} , будуть дорівнювати:

$$x = \sin \varepsilon \sin \gamma y = -\sin \varepsilon \cos \gamma z = \cos \varepsilon$$

У координатній формі вирази для геодезичної кривини кривої $\gamma = \gamma(s)$ мають вигляд:

$$k_{\tilde{A}} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ \frac{dx}{ds} & \frac{dy}{ds} & \frac{dz}{ds} \\ \frac{d^2x}{ds^2} & \frac{d^2y}{ds^2} & \frac{d^2z}{ds^2} \end{vmatrix} = \left(\frac{d\varepsilon}{ds}\right)^2 \begin{vmatrix} x & y & z \\ \frac{dx}{d\varepsilon} & \frac{dy}{d\varepsilon} & \frac{dz}{d\varepsilon} \\ \frac{d^2x}{d\varepsilon^2} & \frac{d^2y}{d\varepsilon^2} & \frac{d^2z}{d\varepsilon^2} \end{vmatrix}.$$

У вираз геодезичної кривини входе довжина *ds* елемента дуги кривої на сфері, яку потрібно визначити. Розглянемо з цією метою рис. 10.10, на якому:

 $\cup N_1 N_2 = dx$ – елементарна ділянка кривої $\gamma = \gamma(s)$; $\cup N_1 K = d\varepsilon$ – елемент дуги меридіана (кривої $\gamma = \gamma_1 = const$); $\cup KN_2 = d\gamma \sin \varepsilon$ – елемент дуги малого кола (паралелі $\varepsilon = \varepsilon_2 = const$); $\angle N_1 KN_2 = 90^\circ$. Оскільки трикутник KN₁N₂ - нескінченно малий, то

$$ds^2 = d\varepsilon^2 + d\gamma^2 \sin^2 \varepsilon ,$$

або

$$ds = \left[1 + \left(\frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right)^2 \sin^2 \varepsilon\right]^{\frac{1}{2}} d\varepsilon.$$
 (10.26)

Підставляючи замість похідної $\frac{d\varepsilon}{d\gamma}$ її значення із (10.26), отримаємо формулу для геодезичної кривини кривої $\gamma = \gamma(s)$

$$k_{\tilde{A}} = \left[\gamma' \cos\varepsilon \left(2 + {\gamma'}^2 \sin^2\varepsilon\right) + {\gamma''} \sin\varepsilon\right] \left(1 + {\gamma'}^2 \sin^2\varepsilon\right)^{\frac{3}{2}}$$
(10.27)

(тут через γ' та γ'' позначені похідні $\frac{d\gamma}{d\varepsilon}$ і $\frac{d^2\gamma}{d\varepsilon^2}$ відповідно).

Таким чином, кут між двома твірними може бути знайдений за формулою

$$\beta = \int \left(\gamma' \cos \varepsilon + \frac{\gamma' \cos \varepsilon + \gamma'' \sin \varepsilon}{1 + {\gamma'}^2 \sin^2 \varepsilon} \right) d\varepsilon .$$
 (10.28)

Кут β_1 (рис. 10.9), який визначаємо першою твірною з лезом лемеша, знаходимо з таких міркувань: перша твірна поверхні є нормаллю до площини дуги великого кола, яка дотикається до кривої $\gamma = \gamma(s)$ у її початковій точці $N_1(\varepsilon_1, \gamma_1)$; лезо леміша перпендикулярно меридіану $\gamma = \gamma_1$.

Таким чином, кут β_1 , який міститься між зазначеними двома дугами великих кіл у точці їх перетину $N_1(\varepsilon_1, \gamma_1)$.

Кут між дугою меридіану і дотичною до кривої $\gamma = \gamma(s)$ позначимо в загальному випадку через ψ . Кут $\psi = \angle KN_1N_2$ (рис. 10.10) знайдемо з елементарного прямокутного трикутника KN_1N_2

$$tg\psi = \frac{d\gamma}{d\varepsilon}\sin\varepsilon.$$
(10.29)



Рис. 10.10. Схема до визначення кута ψ

Таким чином:

$$tg\beta_1 = tg\psi_1 = \left(\frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right)_1 \sin\varepsilon_1.$$
(10.30)

Кут $\beta_1 > 0$ вказано на рис. 10.9 розгортки поверхні полиці.

10.4.3. Визначення довжин твірних на розгортці

Дійсну довжину твірної легко визначити, якщо відома довжина будьякої її проекції на площини координат.

Позначимо через:

l – дійсну довжину твірної;

l_{xy}, *l_{yz}*, *l_{zx}* – довжини проекцій твірних на відповідних площинах проекцій *Oxy*, *Oyz* та *Ozx*.

Тоді будемо мати

$$l = \frac{l_{yz}}{\sin(l,x)} = \frac{l_{zx}}{\sin(l,y)} = \frac{l_{xy}}{\sin(l,z)}.$$
 (10.31)

Значення кутів $\angle(l, x)$, $\angle(l, y)$ та $\angle(l, z)$ можуть бути знайдені по формулами (10.3).

10.4.4. Побудова розгортки полиці

Розгортку полиці будуємо у такому порядку:

1) диференціюючи рівняння напрямної кривої (10.17), знаходимо радіус кривини кривої як функцію α , за формулою (10.20). Підставляючи у отримане рівняння значення α_i , знаходимо значення r_i для кожної твірної;

2) для кожної з обраних точок знаходимо радіуси кривини в розгортці за формулою (10.18) або (10.19);

3) будуємо графік k = k(s) для кривої у розгортці, інтегруючи який отримаємо графік $\alpha = \alpha(s)$; значення α_1 знаходимо по формулі (10.21) або (10.23); по цих даних будуємо напрямну криву на розгортці;

4) будуємо графік підінтегральної функції формули (10.28), інтегруючи який, знайдемо $\beta = \beta(\varepsilon)$; початкове значення кута β знаходимо за формулою (10.30);

 проводимо твірні через відповідні точки напрямної кривої на розгортці;

6) Визначаємо дійсні довжини твірних за однією (першої) із формул(10.31) і знаходимо точки контуру розгортки.

10.4.5. Досвід проектування розгортних полиць для швидкісної оранки

На рисунку 10.11 наведено поверхню корпусу для швидкісної оранки.



Рис. 10.11. Поверхня корпусу для швидкісної оранки

Напрямною кривою цієї поверхні виступає дуга кола. Для забезпечення руху ґрунту по поверхні полиці кут γ між твірною та стінкою зменшується за залежністю, яка наведена на рис. 10.11. Як видно з поперечних перерізів поверхні кривина поверхні невелика, а сход скиби ґрунту з полиці буде забезпечуватися за рахунок кінетичної енергії.

Зауваження до методу проектування швидкісних корпусів плугів. Усі наведені методи проектування швидкісних корпусів плугів дають полиці, в яких довжина більша ніж у стандартних, Це призводе до того, що на полиці знаходиться більша кількість ґрунту, що сприяє підвищенню тягового опору та зниженню якості оранки. Виходячи з цього, потрібно вважати, що розроблені методи проектування швидкісних корпусів плугів мають суто теоретичний характер. У попередніх розділах проектування полиць робочих органів, зокрема плугів, розглядались на основі суто геометричних методів в яких майже повністю був відсутній грунт з його характеристиками. У цьому розділі розглядається проектування корпусів плугів на основі взаємодії з грунтом.

11.1. Модель поверхні робочого органа заданої кривини

В основу моделі поверхні покладемо одну напрямну криву та визначений закон руху твірної. При цьому твірна в кожному своєму положенні буде мати спільну точку інцидентності з напрямною кривою [63]. Запишемо рівняння твірної *g* в проекціях (рис. 11.1) у такому вигляді:

$$y = px + c;$$

$$z = qx + d;$$

$$z = ky + b,$$

(11.1)

де величини p, c, q, d, k, b є параметрами розміщення твірної g та одночасно вони є функціями деякого параметра u.



Рис. 11.1. Схема утворення поверхні за однією напрямною та законом руху твірної

Напрямна крива буде задаватись як функції деякого параметра и:

$$x = x(u), y = y(u), z = z(u)$$
 (11.2)

Виразимо параметри розміщення твірної через координати точки інцидентності *А*:

на площині
$$O_{xy} - p = tg\gamma$$
; $c = y - tg\gamma \cdot x$; $c = y - p \cdot x$;
на площині $O_{zx} - q = tg\beta$; $d = z - tg\beta \cdot x$; $d = z - q \cdot x$;
на площині $O_{yz} - \kappa = tg\delta$; $b = z - tg\delta \cdot y$; $b = z - k \cdot y$.

Запишемо умову торсовості [4] для проекцій твірної на площинах O_{xy} и O_{xz} :

$$\frac{c'}{d'} = \frac{p'}{q'}.$$
 (11.3)

Для того, щоб мати змогу проектувати поверхні з кривиною відмінною від нуля, потрібно (11.3) записати у такому вигляді

$$\frac{c'}{d'} - \frac{p'}{q'} = \lambda \tag{11.4}$$

де λ є коефіцієнтом кривини поверхні. При $\lambda = 0$ поверхня буде розгортною, а у скибі грунту будуть присутні тільки деформації згину. З відхиленням λ від нуля у скибі будуть зростати пластичні деформації, які покращать розпушування грунту, тому можна вважати величину λ аналогом кривини.

Підставляючи параметри *p*,*c*,*q*,*d* у (11.4) отримаємо диференціальне рівняння відносно функції кута *β*

$$q' + q \frac{p'x'}{y' - px'} - \frac{p'z'}{y' - px'} = \lambda.$$
(11.5)

Якщо за параметр *и* прийняти координату *x*, то рівняння (11.5) значно спроститься

$$q' + q \frac{p'}{y' - p} - \frac{p'z'}{y' - p} = \lambda.$$
(11.6)

Сталу інтегрування C визначаємо із початкових умов: γ_o, x_o, y_o, z_o увипадку рівняння (11.4) чи β_o, x_o, y_o, z_o у випадку рівняння (11.6). У випадку розв'язування рівнянь отримаємо безперервний каркас твірних поверхні.

11.2. Класифікація поверхонь по взаємодії з грунтом

Усі полицеві робочі органи плугів і схожих на них знаряддя можна, по взаємодії з грунтом, умовно поділити на три великі групи.

1. Розпушуючі. Поверхні знарядь, які призначені тільки для розпушування і не здатні переміщувати грунт на значні, у порівнянні з розмірами робочого органа, відстані. Це, як правило, чизельні робочі органи з різними насадками.

2. Розпушувально-транспортуючі. Поверхні робочих органів, які призначені для інтенсивного розпушування і переміщення ґрунту в межах розмірів робочого органа. Це поличні плуги з культурними, напівгвинтовими та гвинтовими полицями.

3. Транспортуючі. Поверхні робочих органів, що призначені для транспортування ґрунту, при цьому розпушуванню приділяється другорядне значення. До таких робочих органів потрібно віднести, наприклад, канавокопачі.

Подібна класифікація дозволить зменшити кількість варіантів та більш повно визначити напрями під час проектування ґрунтообробних органів.

11.3. Визначення взаємодії ґрунту з поверхнею робочого органа через коефіцієнт защемлення та виведення рівнянь напрямних кривих

Кривина поверхні робочого органа починає відчуватися після сколювання, коли грунт з лемеша поступає на поверхню. Таким чином, процеси сколювання пласта та розпушування ґрунту під дією кривини поверхні протікають окремо. Тому для поверхонь розпушувальних поличних робочих органів, таких як культурні та напівгвинтові корпуси плугів, необхідно вибирати таку кривину, щоб процес сколювання та розпушування ґрунту під дією кривини протікав одночасно [59]. Роздільне сколювання та розпушування необхідно використовувати для поверхонь, призначених для переміщування ґрунту, надаючи при цьому розпушуванню другорядне значення.

Розділення процесу сколювання ґрунту та його переміщення поверхнею робочого органа з розпушуванням чи без нього, можливо здійснити за рахунок плавної зміни кривини напрямної кривої.

Для розгляду взаємодії поверхні робочого органа з грунтом приймемо такі припущення:

1) частинки грунту є твердими грудками однакового розміру;

2) розмір грудок малий в порівнянні з розмірами робочого органа та глибиною обробітку;

3) між грудками ґрунту в точках контакту діють постійні сили зчеплення.

Розглянемо частинку ґрунту розміром d, що має дві точки контакту 1 та 2 зі суміжними ґрудками (рис. 11.2). Із точок 1 та 2 проведемо промені, що перетинаються в точці O_p , яка буде полярним центром.



Рис. 11.2. Схема до визначення взаємодії грудок ґрунту з поверхнею робочого органу через коефіцієнт защемлення: *а* – в момент сколювання; *б* – на поверхні робочого органу

Тоді кут, утворений променями $1O_p$ та $2O_p$ буде полярним кутом φ .

Дія зовнішніх сил викликає в точках контакту 1 та 2 нормальні сили реакції N_1 и N_2 . Оскільки, $N_1 = N_2$, то рівнодіюча буде дорівнювати

$$P_r = N_{1,2}\sqrt{2(1-\cos\Delta\alpha)} \ .$$

Під час руху поверхнею робочого органа частинки ґрунту будуть прагнути переміщуватися одна відносно одної. Цьому переміщенню буде протидіяти сила тертя

$$T = f_2 N ,$$

де f_2 – коефіцієнт внутрішнього тертя ґрунту, відн. од.

Із рис. 11.2 бачимо, що рівнодіюча сил тертя в точках контакту 1 і 2 визначається так:

$$T_r = f_2 N_{1,2} \sqrt{2(1 + \cos \Delta \alpha)} \,.$$

Приймаємо, що коефіцієнт защемлення ґрунту на елементарному відрізку довжини дуги напрямної дорівнює відношенню рівнодіючих P_r та сил тертя T_r .

$$K_{_{3u_{4}}} = \frac{P_{r}}{T_{r}} = \frac{\sqrt{2(1 - \cos\Delta\alpha)}}{f_{2}\sqrt{2(1 + \cos\Delta\alpha)}}.$$
(11.7)

При $\Delta \alpha = 0$, коли напрямною є пряма лінія, тоді коефіцієнт защемлення дорівнює нулю $K_{3uq} = 0$, оскільки $\cos 0^0 = 1$. Зі збільшенням кута $\Delta \alpha$ збільшується вплив кривини напрямної, яка викликає наявність рівнодіючої P_r .

За рівності рівнодіючих Т_r и Р_r на грудку ґрунту не буде діяти

навантаження з боку зруйнованого ґрунту. Якщо рівнодіюча нормальних реакцій не більша рівнодіючої сил тертя $P_r \succ T_r$, то грудка ґрунту буде притискатися до поверхні робочого органа, що викликає додаткове розпушування за рахунок напружень зсуву σ_{τ} в точках контакту.

Вираз (11.7) запишемо так:

$$K_{_{3u_{4}}} = \frac{1}{f_2} \sqrt{\frac{1 - \cos \Delta \alpha}{1 + \cos \Delta \alpha}} \,. \tag{11.8}$$

Відомо, що кривина кривої в даному випадку напрямної, визначається співвідношенням

$$k = \frac{\Delta \alpha}{\Delta S},\tag{11.9}$$

де $\Delta \alpha$ – кут між суміжними дотичними, *pad*;

 ΔS – довжина дуги між точками дотику, *м*.

У свою чергу радіус кривини – це величина зворотня кривині:

$$r=\frac{1}{k}$$
.

Ураховуючи співвідношення (11.9), можна записати

$$\frac{1}{r} = \frac{\Delta \alpha}{\Delta S},$$

звідки кут між суміжними дотичними дорівнює

$$\Delta \alpha = \frac{\Delta S}{r}.$$

Підставляючи значення кута $\Delta \alpha$ вираз (11.8) отримаємо

$$K_{3uq} = \frac{1}{f_2} \sqrt{\frac{1 - \cos\frac{\Delta S}{r}}{1 + \cos\frac{\Delta S}{r}}}.$$
 (11.10)

Згідно з прийнятими раніше припущеннями щодо малого діаметра частинки ґрунту, можна сказати, що довжина дуги напрямної Δ*S* дорівнює діаметру частинки ґрунту, тому будемо мати:

$$K_{3uq} = \frac{1}{f_2} \sqrt{\frac{1 - \cos\frac{d}{r}}{1 + \cos\frac{d}{r}}}.$$
 (11.11)

Для напрямної кривої радіус кривини є величиною змінною, такою що залежить від деякого параметра, який зручно вибрати як полярний кут φ . Тоді коефіцієнт защемлення також буде функцією параметра φ

$$K_{_{3uq}}(\varphi) = \frac{1}{f_2} \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\Delta S}{r(\varphi)}}{1 + \cos \frac{\Delta S}{r(\varphi)}}} \,.$$

Отриманий вираз можна спростити, використавши функцію половинного кута,

$$K_{3uq}(\varphi) = \frac{1}{f_2} tg \frac{d}{2r(\varphi)}.$$
 (11.12)

Оскільки розміри частинок ґрунту незначні в порівнянні з робочим органом, то рівняння (11.12) можна записати так

$$K_{_{3u}}(\varphi) = \frac{d}{f_2 2r(\varphi)}.$$
(11.13)

Після перетворень із виразу (11.13) отримаємо радіус кривини напрямної в функції коефіцієнта защемлення

$$r = \frac{d}{2K_{sup}(\varphi)f_2}.$$
(11.14)

Рівняння (11.13) – це рівняння кривої в полярних координатах. У разі переходу в декартову систему координат рівняння (11.14) буде записане в параметричному вигляді, що знімає всі обмеження, які виникають за наявності дотичних перпендикулярних та паралельних до осей в декартовій системі.

Як видно із виразу (11.14), радіус-вектор напрямної кривої прямо пропорціональний діаметру частинок ґрунту і обернено пропорціональний подвоєному коефіцієнту внутрішнього тертя та функції кута защемлення.

Для визначення функції коефіцієнта защемлення складемо наступні диференціальні рівняння. 1. Транспортуючи поверхні повинні забезпечити рух ґрунту без розпушування в процесі транспортування, що виключить витрати енергії на додаткове розпушування. Тому коефіцієнт защемлення має зменшуватися з зі збільшенням полярного кута

$$\frac{dK_{_{3U_{4}}}}{d\varphi} = wK_{_{3U_{4}}}$$

Загальний розв'язок цього рівняння буде мати вигляд

$$K_{3u} = C_1 e^{w\varphi}.$$

2. Розпушуючі поверхні повинні забезпечувати руйнування ґрунту під час руху по поверхні за рахунок збільшення кривини, окрім розпушування під час сколу. Тому коефіцієнт защемлення має збільшуватися з збільшенням полярного кута

$$-\frac{dK_{3uq}}{d\varphi} = wK_{3uq}$$

Загальний розв'язок цього рівняння буде мати вигляд

$$K_{3uu} = C_2 e^{-w\varphi}.$$

Для визначення сталих інтегрування C_1 и C_2 задамо початкові параметри: початковий полярний кут $\varphi_o = 0$, а коефіцієнт защемлення дорівнює своєму початковому значенню $K_{3\mu} = K_{3\mu\rho}$. Таким чином, постійні інтегрування дорівнюють початковому значенню коефіцієнта защемлення

$$C_1 = C_2 = K_{3uuo}.$$

Параметр *w* є тангенсом кута між поточним радіусом-вектором та дотичною до напрямної. Змінюючи цей параметр, можна у широких межах варіювати кривиною напрямної.

Для створення повного уявлення необхідно розглянути ще два можливих варіанти.

3. Швидкість зміни коефіцієнта защемлення прямо пропорціональна сталій величині:

$$\frac{dK_{3uu}}{d\varphi} = C_3.$$

Інтегрування цього рівняння дає наступну залежність:

$$K_{3\mathcal{U}} = C_3 \varphi.$$

4. Коефіцієнт защемлення обернено пропорціональний сталій величині

$$K_{3u_4} = \frac{C_4}{\varphi} \,.$$

Оскільки функцію кута защемлення визначаємо взаємодією грудок грунту між собою, то можна запропонувати такі залежності коефіцієнта защемлення від полярного кута:

- прямо пропорціональна залежність

$$K_{3ui} = K_{3uio} \varphi; \qquad (11.15)$$

- обернено пропорціональна залежність

$$K_{su_i} = \frac{K_{su_io}}{\varphi}; \qquad (11.16)$$

- пряма експоненціальна залежність

$$K_{3uu} = K_{3uuo} e^{w\varphi}; (11.17)$$

- обернено експоненціальна залежність

$$K_{3u} = K_{3uo} e^{-w\phi}.$$
 (11.18)

де *К*_{зщо} – початковий коефіцієнт защемлення, який визначаємо кутом нахилу дотичної в початковій точці напрямної кривої, відн.од.

Для визначення початкового значення коефіцієнта защемлення $K_{_{3и\mu}o}$ розглянемо схему на рис. 11.2,*а*. У початковий момент часу, коли відбувається сколювання ґрунту, тоді окрема грудка ґрунту защемлюється між лініями *OB* и *OA*. Лінія *OB* – це випереджаюча лінія сколювання, що розміщується під кутом ψ до горизонту. У свою чергу лінія *OA* розміщується під кутом $\varphi_1 + \alpha_p$ до горизонту.

Кут між лініями ОА и ОВ дорівнює

$$\psi_1 = 180^\circ - \psi - \alpha_p - \varphi_1,$$

320

де α_p – кут нахилу площини лемеша до горизонту, *град*;

 φ_1 – кут тертя ґрунту об сталь, *град*.

Виходячи із схеми (рис. 11.2,*a*) маємо:

$$K_{_{3uyo}} = \frac{1}{f_2} \sqrt{\frac{1 - \cos \Delta \alpha_0}{1 + \cos \Delta \alpha_0}} = \frac{1}{f_2} \sqrt{\frac{1 - \cos \left(45^0 + \alpha_p + \varphi_1\right)}{1 + \cos \left(45^0 + \alpha_p + \varphi_1\right)}}.$$
 (11.19)

Як видно із отриманого виразу, початковий коефіцієнт защемлення пропорціональний коефіцієнту внутрішнього тертя ґрунту, куту встановлення площини лемеша до горизонту та до кута тертя ґрунту об сталь.

Ураховуючи залежності коефіцієнта защемлення (11.15)–(11.18) можна записати такі вирази для радіуса-вектора напрямної кривої:

- прямо пропорціональна залежність коефіцієнта защемлення

$$r = \frac{d}{2f_2 K_{suo}\varphi}; \tag{11.20}$$

- обернено пропорціональна залежність коефіцієнта защемлення

$$r = \frac{d}{2f_2 K_{sugo}}\varphi; \qquad (11.21)$$

- пряма експоненціальна залежність коефіцієнта защемлення

$$r = \frac{d}{2f_2 K_{supo} e^{w\phi}}; \qquad (11.22)$$

- обернено експоненціальна залежність коефіцієнта защемлення

$$r = \frac{d \ e^{w\varphi}}{2f_2 K_{_{3u_0}}},\tag{11.23}$$

де *К*_{зщо} – початковий коефіцієнт защемлення, який визначаємо кутом нахилу дотичної в початковій точці напрямної кривої, відн. од.

11.4. Формування напрямних кривих поверхонь ґрунтообробних робочих органів

11.4.1. На основі обернено пропорціональної залежності коефіцієнта защемлення

Радіус-вектор напрямної кривої, оснований на обернено пропорціональній залежності коефіцієнта защемлення, визначаємо так:

$$r = \frac{d_i}{2f_2 K_{sujo}} \varphi \,. \tag{11.25}$$

Прийнявши, що в момент сколювання розмір ґрунтових грудок d_i дорівнює початковому розміру d_{i0} , тоді вираз (11.24) можна так:

$$r = \frac{d_{i0}}{2f_2 K_{supo}} \varphi , \qquad (11.26)$$

де величина

$$\frac{d_{i0}}{2f_2K_{_{3UIO}}} = r_0$$

буде початковим радіусом-вектором напрямної кривої.

Через те що при $\varphi = 0$ початковий радіус-вектор не визначений у виразі (11.25) необхідно ввести деякий полярний кут φ_{μ} :

$$r = \frac{d_{i0}}{2f_2 K_{_{3ujo}}} (\varphi + \varphi_{_{H}}).$$
(11.26)

У загальному випадку значення початкового кута φ_{H} будуть дорівнювати:

 $\varphi_n = 2 \cdot \pi \cdot n , \ (n = 1, \dots, n) ,$

де *n*_кількість повних обертів радіус-вектора.

Для переходу до декартової системи координат визначимо полярну вісь MP, що пройде через точку O (рис. 11.3). Вісь MP нахилена до осі Oz під кутом φ_{H} .



Рис. 11.3. Схема проектування напрямних на основі прямо пропорціональної залежності коефіцієнта защемлення

Для виведення рівнянь напрямної в декартовій системі задамо кути нахилу дотичних α_p та β в точках О и М відповідно.

Тоді в декартовій системі координат рівняння напрямної буде мати вигляд:

$$x = x_C - \frac{d_{i0}}{2f_2 K_{supo}} (\varphi + 2 \cdot \pi \cdot n) \sin(\varphi + \varphi_H), \qquad (11.27)$$

$$z = z_C - \frac{d_{i0}}{2f_2 K_{_{3ujo}}} (\varphi + 2 \cdot \pi \cdot n) \cos(\varphi + \varphi_H), \qquad (11.28)$$

де *x*_{*c*} і *z*_{*c*} – координати полярного центру, м.

Рівняння дотичної до спіралі в будь-якій точці буде виглядати так:

$$\frac{dz}{dx} = -ctg\left(\varphi + \varphi_H\right) \frac{\left(\varphi + 2 \cdot \pi \cdot n\right)tg\left(\varphi + \varphi_H\right) - 1}{\left(\varphi + 2 \cdot \pi \cdot n\right)ctg\left(\varphi + \varphi_H\right) + 1}.$$
(11.29)

Розглянемо конструювання при n=1. У цьому випадку рівняння (11.26), (11.28) і (11.29) будуть мати вид:

$$x = x_C - r_0 \left(\varphi + 2 \cdot \pi \cdot n \right) \sin \left(\varphi + \varphi_H \right) ; \qquad (11.30)$$

$$z = z_C - r_0 \left(\varphi + 2 \cdot \pi \cdot n \right) \cos \left(\varphi + \varphi_H \right) ; \qquad (11.31)$$

$$\frac{dz}{dx} = -ctg\left(\varphi + \varphi_H\right) \frac{\left(\varphi + 2 \cdot \pi \cdot n\right)tg\left(\varphi + \varphi_H\right) - 1}{\left(\varphi + 2 \cdot \pi \cdot n\right)ctg\left(\varphi + \varphi_H\right) + 1}.$$
(11.32)

З останнього із рівняння походить, що початковий кут φ_{H} нахилу осі МР дорівнює

$$ctg\varphi_{H} = \frac{2 \cdot \pi - tg\alpha_{P}}{1 + 2 \cdot \pi \cdot tg\alpha_{P}}.$$
(11.33)

У процесі конструювання напрямної кривої дуже важливим параметром є виліт напрямної кривої l, тобто відстань від початку координат O до точки M чи до точки випуклості, коли дотична паралельна осі O_z (рис. 11.3).

Для виявлення залежності вильоту напрямної *l* від розмірів ґрунтових грудок і коефіцієнта защемлення розглянемо декілька випадків.

У найпростішому випадку, коли радіус-вектор у точці М (*l*,*H*) паралельний осі Ох, тоді зв'язок буде мати вигляд

$$\frac{d_{i0}}{2f_2K_{_{3440}}} = \frac{l}{2\cdot\pi + \varphi_M - 2\cdot\pi\cdot\sin\varphi_H}$$

У тому випадку, коли радіус-вектор r_M не є паралельний осі Ox, тоді кут φ_M будемо визначати, через кути багатогранника OMO_cA . При цьому виникає необхідність у визначенні кута v між дотичною до спіралі і радіусвектором.

Із диференціальної геометрії відомо, що

$$tgv = \frac{r}{\frac{dr}{d\varphi}}.$$

Підставляючи значення, отримаємо $tgv = \varphi$.

Оскільки із зростанням кута φ радіус-вектор зростає, то кут φ сприймається як гострий, відповідно

$$\lim v_{\varphi\to\infty}=\frac{\pi}{2}.$$

У точці *O* кут повороту радіуса-вектора r_A дорівнює $\varphi_A = 2 \cdot \pi$, звідки $v_M = arctg (2 \cdot \pi + \varphi_M) = 81^o$.

Для точки М кут повороту радіуса-вектора дорівнює

$$v_{M} = arctg\left(2 \cdot \pi + \varphi_{M}\right) \;.$$

324
Із рівності кутів для багатогранника *ОМО_сА* маємо

$$\varphi_{M} = 180^{\circ} - \beta + arctg \left(2 \cdot \pi + \varphi_{M}\right) - v_{0} - \alpha_{P}.$$
(11.34)

Для того щоб уникнути розв'язку нелінійного рівняння (11.34), оцінимо приблизно величину кута v_0 . Кут v_0 постійний, оскільки залежить тільки від числа обертів, здійснених радіусом-вектором r до переходу в точку A, тому $v_A = 81^\circ$. Кут φ_M знаходиться в межах 60–100°, що в радіанах відповідає 1,047–1,745. Таким чином, кут $arctg(2 \cdot \pi + \varphi_M) = 82^\circ$. У цьому випадку формула (11.34) набуде вигляду:

$$\varphi_M = 177^\circ - \beta - \alpha_P \, .$$

Зв'язок між вильотом напрямної та розміром грудок буде мати вигляд

$$\frac{d_{i0}}{2f_2K_{_{3u\mu o}}} = \frac{l}{\left(\varphi_M + 2\cdot\pi\right)\cos\left(\varphi_M + \varphi_H - 90^o\right) - 2\cdot\pi\cdot\sin\varphi_H}.$$

Координати центра напрямної визначаються наступним чином:

$$x_c = r_0 \left(\varphi_M + 2 \cdot \pi \right) \cos \left(\varphi_M + \varphi_H - 90^\circ \right), \tag{11.35}$$

$$z_c = r_0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \cos \varphi_H. \tag{11.36}$$

Наведені способи конструювання напрямної дозволять проектувати поверхні, дія яких на грунт відбувається прямо пропорціонально полярному куту повороту радіуса-вектора. При цьому зі збільшенням полярного кута радіус-вектор збільшується, через те що зменшується кривина напрямної кривої і, відповідно, виключається розпушування грунту під час руху по поверхні полиці. Таким чином, ця залежність придатна для транспортуючих поличних робочих органів.

11.4.2. На основі прямо пропорціональної залежності коефіцієнта защемлення

Напрямну криву, що має прямо пропорціональну залежність коефіцієнта защемлення, визначаємо рівнянням

$$r = \frac{d_i}{2f_2 K_{sup} \varphi}.$$
(11.37)

За початкового значення розміру ґрунтових грудок *d*_{i0} вираз (11.37) можна записати так:

$$r = \frac{r_0}{\varphi},\tag{11.38}$$

де початковий радіус-вектор напрямної кривої виражається рівнянням

$$r_0 = \frac{d_{i0}}{2f_2 K_{supo}}.$$
 (11.38)

Вираз (11.38) являє собою гіперболічну залежність, тому проведемо аналіз на наявність асимптоти.

За умови $\varphi \to \infty$ радіус-вектор прагне до нуля $r \to o$, тому полюс буде асимптотичною точкою. У свою чергу, $NE = r \cdot \sin \varphi$ чи $NE = \frac{r_o \sin \varphi}{\varphi}$, тому

$$\lim_{\varphi \to o} NE = \lim_{\varphi \to o} \frac{r_o \sin \varphi}{\varphi} = r_o.$$

Таким чином, асимптотою напрямної кривої у цьому випадку є пряма, що паралельна полярній осі і відстає від неї на відстань початкового радіусавектора r_o .

Запишемо рівняння напрямної в декартовій системі координат, згідно зі схемою (рис. 11.4):

$$x = -x_c + \frac{r_o}{\varphi} \cos(\beta - \varphi)$$
$$z = z_c - \frac{r_o}{\varphi} \sin(\beta - \varphi),$$

де x_c і z_c – координати полярного центра O_c , *м*;

 β – кут нахилу асимптоти до горизонту, *град*.

326



Рис. 11.4. Схема побудови напрямної кривої на основі прямо пропорціональної залежності коефіцієнта защемлення

Кут нахилу асимптоти $\beta \in$ важливою величиною, тому що дозволяє задати напрямок нормалі *N* на денній поверхні поля. Положення нормалі *N* забезпечить розповсюдження тріщин. Наприклад, при куті нахилу асимптоти $\beta = 90^{\circ} + \varphi_1 - \frac{\varphi_2}{2}$ нижній напрям сколу буде направлено вздовж денної поверхні поля.

Знайдемо похідну в довільній точці напрямної. Оскільки напрямна задана параметрично, то похідна буде дорівнювати

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\sin(\beta - \varphi) + \varphi \cos(\beta - \varphi)}{\cos(\beta - \varphi) + \varphi \sin(\beta - \varphi)},$$
(11.40)

Прийнявши вираз (11.40) до кута розпушування, отримаємо залежність:

$$tg\alpha_{p} = \frac{1 + \varphi ctg(\beta - \varphi)}{ctg(\beta - \varphi) + \varphi}.$$
(11.41)

Вираз (11.41) дозволяє знайти повний кут повороту φ_A радіуса-вектора *r* при приході в точку *A*, яка є його кінцевим положенням. У цьому випадку вираз (11.41) буде мати такий вигляд:

$$tg\alpha_p = \frac{1 + \varphi_A ctg(\beta - \varphi_A)}{ctg(\beta - \varphi_A) + \varphi_A}$$
(11.42)

Координати полярного центра визначаються так:

$$x_{c} = \frac{r_{o}}{\varphi_{A}} \cos(\varphi_{A} - \beta) ;$$
$$z_{c} = \frac{r_{o}}{\varphi_{A}} \sin(\varphi_{A} - \beta) .$$

Напрямна крива може бути спроектована декількома варіантами.

Варіант 1. Найбільш простий, коли полярний центр спіралі O_c лежить на денній поверхні поля, тобто $z_c = h$.

Полярний кут повороту радіуса-вектора φ_A знайдемо згідно з рівнянням (11.42).

Із трикутника $O_c NA$ кут нахилу кінцевого радіуса-вектора r_A до горизонту буде дорівнювати

$$\mu = \varphi_A - \beta \, .$$

Величина кінцевого радіуса-вектора, яка виражена через глибину обробітку, дорівнює:

$$r_A = \frac{h}{\sin \mu} = \frac{h}{\sin(\varphi_A - \beta)}.$$

Початковий радіус-вектор визначимо із виразу

$$r_o = r_A \cdot \varphi_A = \frac{h\varphi_A}{\sin(\varphi_A - \beta)}.$$

Звідки будемо мати координати полярного центра напрямної кривої:

$$x_{c} = \frac{d_{i0}}{2f_{2}K_{_{3uyo}}} \cdot \cos(\varphi_{A} - \beta),$$
$$z_{c} = h.$$

Варіант 2. У цьому варіанті точка M не лежить на денній поверхні поля, таким чином, радіус-вектор r_M точки M нахилено до горизонту на деякий кут μ_1 .

Із виразу (11.42) визначимо ку
т $\varphi_M\,$ розв'язком рівняння

$$tg\beta = \frac{1 + \varphi_M ctg(\beta - \varphi_M)}{ctg(\beta - \varphi_M) + \varphi_M}.$$

328

Кут нахилу радіуса-вектора r_M до осі Ox дорівнює

$$\mu_1 = \beta - \varphi_M \, .$$

Проекція радіуса-векотра r_M на вісь O_x дорівнює:

$$l + x_c = r_M \cdot \cos \mu_1 = \frac{r_o}{\varphi_M} \cos(\beta - \varphi_M).$$

Вирази для координат полярного центра будуть мати вигляд:

$$x_{c} = r_{M} \cdot \cos \mu_{1} - l = \frac{r_{o}}{\varphi_{M}} \cos(\beta - \varphi_{M}) - l ;$$

$$z_{C} = h - r_{M} \cdot \sin \mu_{1} = h - \frac{r_{o}}{\varphi_{M}} \sin(\beta - \varphi_{M}) .$$

Зв'язок вильоту напрямної з початковим розміром грудок становить

$$l = \frac{r_o}{\varphi_M} \cos(\beta - \varphi_M) - \frac{r_o}{\varphi_A} \cos(\varphi_A - \beta) = \frac{d_{i0}}{2f_2 K_{suyo}} \left(\frac{\cos(\beta - \varphi_M)}{\varphi_M} - \frac{\cos(\varphi_A - \beta)}{\varphi_A}\right)$$

З урахуванням викладеного координати полярного центра будуть визначатися так:

$$x_{c} = \frac{d_{i0}}{2f_{2}K_{supo}} \left[\frac{\cos(\varphi_{A} - \beta)}{\varphi_{A}} + \frac{\cos(\beta - \varphi_{M})}{\varphi_{M}} - \cos(\beta - \varphi_{M}) \right];$$
$$z_{c} = h - \frac{d_{i0}}{2f_{2}K_{supo}\varphi_{M}} \sin(\beta - \varphi_{M}).$$

Особливою рисою цієї напрямної кривої є те, що, змінюючи кут нахилу асимптоти можна змінювати кривину, впливаючи тим самим на розмір ґрунтових грудок на початку сколювання. До відмінності цієї напрямної потрібно віднести те, що зі збільшенням полярного кута кривина кривої різко зменшується, що також виключає розпрушування грунту під час транспортування. Ця крива може застосовуватись при проектуванні транспортуючих поверхонь робочих органів.

11.4.3. На основі оберненої експоненціальної залежності коефіцієнта защемлення

Рівняння напрямної кривої, що базується на оберненій експоненціальній залежності, має такий вигляд:

$$r = \frac{d_{i0}e^{w\phi}}{2f_2 K_{_{3ujo}}} .$$
(11.43)

Згідно з наведеною залежністю радіус-вектор зростає із зростанням полярного кута, тому полярний центр, у цьому випадку буде розміщуватися на рівні або нижче дна борозни, а полярна вісь буде проходити через початок координат у декартовій системі (рис. 11.4).



Рис. 11.4. Схема проектування напрямної за умови, якщо полярний центр розміщено нижче чи на рівні дні борозни

Перехід до декартової системи координат дає такі рівняння напрямної:

$$z = -z_c + r_0 e^{w\varphi} \sin(\varphi - \mu);$$
(11.44)

$$x = -x_c + r_0 e^{w\varphi} \cos(\varphi - \mu), \qquad (11.45)$$

де μ — кут між радіусом-вектором r_o та віссю O_x , град;

w — котангенс кута θ між дотичною і вектором;

*г*₀ –початковий радіус-вектор, що визначається за формулою:

$$r_0 = \frac{d_{i0}}{2f_2K_{suyo}}$$

Для визначення кута μ запишемо першу похідну від (11.44) і (11.45), пам'ятаючи, що цю функцію задано параметрично

330

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\cos(\varphi - \mu) + w\sin(\varphi - \mu)}{w\cos(\varphi - \mu) - \sin(\varphi - \mu)}.$$
(11.46)

Прийнявши рівним нулю кут повороту радіуса-вектора $\varphi = 0$, і поділивши чисельник та знаменник на величину $\cos \mu$, отримаємо для початкової точки напрямної

$$tg\alpha_p = \frac{dz}{dx} = \frac{1 - wtg\mu}{w + tg\mu},$$

звідки приходимо до формули для обчислення кута повороту μ

$$\mu = \operatorname{arctg}\left(\frac{1 - tg\alpha_p ctg\theta}{tg\alpha_p + ctg\theta}\right).$$
(11.47)

Запишемо рівність кутів для багатогранника $O_c ODM$. Із рис. 11.4 маємо $\angle OO_c M = \varphi_M$, $\angle O_c OD = 180^\circ - \theta$, $\angle ODM = 180^\circ + \alpha_p - \beta$, $\angle DMO_c = \theta$, тоді сума кутів дорівнює

$$360^{o} = \varphi_{M} + 180^{o} - \theta + 180^{o} + \alpha_{p} - \beta + \theta,$$

звідки

$$\varphi_M = \beta - \alpha_p$$

Записуючи рівняння (11.44) і (11.45), для початку координат і виліт *l* та глибину обробітку *h*, запишемо відповідні рівняння:

$$h = -z_c + r_o e^{w\varphi_M} \sin(\varphi_M - \mu),$$

$$l = -x_c + r_o e^{w\varphi_M} \cos(\varphi_M - \mu).$$

Звідкіля приходимо до виразів для визначення початкового радіуса-вектора через глибину обробітку

$$r_0 = \frac{h}{e^{w\varphi_M} \sin(\varphi_M - \mu) - \sin\mu}$$
(11.48)

або через виліт напрямної кривої

$$r_o = \frac{l}{e^{w\varphi_M} \cos(\varphi_M - \mu) - \cos\mu}.$$
 (11.49)

Формули (11.48) и (11.49) дозволяють визначити початкове значення *d*_{i0} через глибину обробітку

$$d_{i0} = \frac{2hf_2K_{_{3140}}}{e^{w\varphi_M}\sin(\varphi_M - \mu) - \sin\mu}$$

або через виліт напрямної

$$d_{i0} = \frac{2lf_2K_{_{3UO}}}{e^{w\varphi_M}\cos(\varphi_M - \mu) - \cos\mu}.$$

Прирівнявши вирази (11.48) та (11.49), отримаємо залежність між глибиною обробітку та вильотом напрямної кривої

$$\frac{l}{\cos(\varphi_M - \mu) - \cos\mu} = \frac{h}{\sin(\varphi_M - \mu) - \sin\mu}$$

Із двох формул необхідно віддти перевагу формулі (11.48), через те що глибина обробітку *h* є технологічним параметром.

11.4.4. На основі прямої експоненціальної залежності коефіцієнта защемлення

Напрямна крива, згідно з прямою експоненціальної залежності, описується в полярній системі координат рівнянням

$$r = \frac{d_{i0}e^{-w\phi}}{2f_2K_{_{3uo}}}.$$
 (11.50)

Наведене рівняння характерне тим, що із зростанням полярного кута радіус-вектор зменшується, тому полярний центр у цьому випадку буде розміщуватися тільки над дном борозни (рис. 11.5).



Рис. 11.5. Схема побудови напрямної кривої у разі розміщення полярного центра вище дна борозни

Рівняння напрямної кривої в декартовій системі координат буде мати такий вигляд:

$$z = z_c - r_0 e^{-w\phi} \cos(\phi - \mu);$$
(11.51)

$$x = x_c - r_0 e^{-w\varphi} \sin(\varphi - \mu)$$
 (11.52)

де μ - кут нахилу початкового радіус-вектора до осі O_z , град,

*r*₀ - початковий радіус-вектор

$$r_0 = \frac{d_{i0}}{2f_2 K_{suyo}}$$

Записавши першу похідну для напрямної кривої (11.51) і (11.52) та розділивши в отриманому виразі чисельник і знаменник на sin($\varphi - \mu$) будемо мати

$$\frac{dz}{dx} = \frac{wctg(\varphi - \mu) - 1}{ctg(\varphi - \mu) + w}.$$

Для визначення кута нахилу початкового радіуса-вектора до осі O_z зпишемо вираз (11.53) прийнявши $\varphi = 0$, звідкіля отримаємо

$$\mu = \operatorname{arctg}\left(\frac{tg\beta \cdot ctg\theta + 1}{ctg\theta - tg\beta}\right)$$

де β – кут нахилу дотичної у верхній точці M (рис. 11.5).

Запишемо суму кутів багатогранника $OBMO_c$. У цьому багатограннику $\angle BOO_c = \theta$, $\angle \hat{I} \hat{A}M = 180^\circ + \alpha_p - \beta$, $\angle \hat{A}M\hat{I}_{\bar{n}} = 180^\circ - \theta$ і $\angle MO_cO = \varphi_M$.

Тоді сума кутів дорівнює

$$360^{\circ} = \theta + 180^{\circ} + \alpha_p - \beta + 180^{\circ} - \theta + \varphi_M.$$

Звідки кінцевий кут повороту радіус-вектора дорівнює

$$\varphi_M = \alpha_p - \beta$$
.

Підставляючи в рівняння (11.51) і (11.52) координати початку системи координат та замісто координат x и z – глибину обробітку h, та виліт напрямної кривої l, отримаємо зв'язок між глибиною обробітку h та вильотом напрямної кривої l:

$$\frac{l}{\sin(\varphi_M - \mu) - \sin \mu_o} = \frac{h}{\cos(\varphi_M - \mu) - \cos \mu}$$

Початковий розмір ґрунтових грудок, виходячи із глибини обробітку, дорівнює $d_{i0} = \frac{2hf_2K_{_{3440}}}{e^{w\phi_M}\cos(\phi_M - \mu) - \cos\mu}$ (11.52)

Наведена формула дозволяє ввести в розрахунок технологічний параметр.

11.5. Проектування поверхні культурного корпусу плуга

У попередніх розділах досконало розглянуто призначення плуга з культурними корпусами, тому коротко зупинимося на головних моментах проектування [64].

Технологічні основи і задання вихідних параметрів

334

Проектуючи поверхні культурних корпусів, необхідно задаватися такими *технологічними параметрами*:

- глибина обробітку а, м;

параметрами трунту:

- кут зовнішнього тертя φ_1 , *град*;

- кут внутрішнього тертя φ_2 , *град*;

параметрами поверхні:

- напрямна крива;

- закон переміщення твірної в горизонтальній площині;

- ширина захвату *b* , *м*;

Напрямну криву необхідно приймати на базі таких міркувань.

Культурні корпуси призначені переважно для розпушування ґрунту. У цьому випадку рихлення ґрунту має відбуватися не тільки в момент сколення, але і під час переміщення поверхнею полиці, посилюючись до моменту сходу. Це положення забезпечується кривиною поверхні, яка повинна збільшуватися по мірі підйому скиби. Необхідну зміну кривини в цьому випадку забезпечує напрямна, яка базується на прямій експоненційній залежності коефіцієнта защемлення.

Параметри напрямної кривої:

- початковий радіус-вектор r_0 , M;

- кут нахилу дотичної в початковій точці напрямної, він же кут рихлення α_p , *град*;

- кут нахилу дотичної в верхній точці напрямної, яка розміщена на максимальній висоті верхнього обрізу полиці *β*, *град*;

- виліт напрямної *l*, *м*;

- висота точки опуклості h_{M} , *м*;

- максимальна висота напрямної кривої Н, м.

Параметрами положення напрямної, будуть координати полярного центра x_C, z_C, M .

Закон переміщення твірної приймаємо в горизонтальній площині:

- мінімальним кутом нахилу твірної, який дорівнює куту встановлення леза лемеша до дна борозни γ_0 , *град*;

- мінімальним кутом нахилу твірної до стінки борозни γ_{\min} , град;
- кут нахилу останньої твірної γ_n , *град*;
- значення першої похідної для кута нахилу останньої твірної $\frac{d\gamma_n}{d\tau}$ або

 $\frac{d\gamma_n}{d\varphi}$, відн. од.

До допоміжних параметрів слід віднести такі:

- кут нахилу польового обрізу поверхні полиці *µ*_П, *град*;

- кут нахилу борозенного обрізу поверхні полиці ε_{B} , *град*.

Приймаємо коефіцієнт кривини поверхні λ_{κ} , відн. од.

Таблиця 11.1

Марка корпусу	Кут вста- новлення лемеша до дна бороз- ни α_p , град	Кут встанов- лення леза лемеша до стінки борозни _{<i>Y</i>0} , град	Ширина захвату b,мм	Глибина оранки а , мм	Максималь- на висота корпуса Н _т ,мм	Висота точки опуклості напямної <i>h</i> , <i>мм</i>	Виліт напрямної кривої <i>l</i> ,мм
ПЛЕ-21	30	35	350	220	435	275	256
ПЛЖ-31	23	45	350	220	440	270	258
П-5-35	30	42	375	220	430	279	250

Основні параметри існуючих культурних корпусів плугів

На терерішній час накопичено великий досвід проектування культурних корпусів плугів, параметри деяких з них наведені в табл. 11.1.

Проектування напрямної кривої

Для проектування напрямної кривої необхідно задати її положення в системі координат *Oxyz*, в якій проектується поверхня полицевого робочого органа.

Система координат *Oxyz* приймається так, щоб її вісь *Ox* розміщувалась у протилежному напрямку щодо руху робочого органу. У цьому випадку площина напрямної кривої *N* – *N* розміщується перпендикулярно лезу лемеша поверхні яку проектують (рис. 11.6).



Рис. 11.6. Схема побудови поверхні полиці плуга

Положення площини напрямної будемо визначати кутом її нахилу до осі *Ox* і відстанню від початку координат.

Кут нахилу площини напрямної кривої визначимо за формулою, яка враховує кут нахилу леза лемеша до осі Ox,

$$\gamma_N = 90^\circ - \gamma_0 \, .$$

Відстань площини напрямної кривої від початку координат визначимо так:

$$L_N = 0,33 \frac{b}{\sin \gamma_0}.$$

Для виведення рівняння напрямної кривої задаємо в площині N - N систему координат $O_1 z_1 x_1$, у якої вісь $O_1 x_1$ співпадає з дном борозни.

Визначаємо кут нахилу дотичної α_p в початковій точці напрямної кривої, яка співпадає з початком координат O_1 . Цей кут, для запобігання утворення ущільненої плужної підошви, повинен бути рівним

$$\alpha_P = 45^\circ - \varphi_2 / 2 \, .$$

Початковий коефіцієнт защемлення *К*_{зщо} визначимо за формулою 11.19.

Обчислюючи початковий радіус-вектор напрямної кривої, особливу увагу слід приділити розміру грудок ґрунту. Задаємося початковим розміром грудок грунту *d*_{i0} і обчислюємо початковий радіус-вектор напрямної кривої

$$r_0 = \frac{d_{i0}}{2f_2 K_{suyo}}.$$

Для визначення кута *µ* запишемо

$$ctg\beta = \frac{1}{\frac{dz}{dx}} = \frac{ctg\mu + ctg\theta}{ctg\mu \cdot ctg\theta - 1},$$

звідки будемо мати таку рівність:

$$ctg\mu = -ctg\theta$$
 and $\mu = \theta$.

Визначаємо полярний кут повороту радіуса-вектора

$$\varphi_{M}=\beta-\alpha_{P}.$$

Досить суттєвим є вибір параметра *w* напрямної кривої, який визначає її кривину. Тут можливі три варіанти.

Варіант 1. Напрямну криву визначаємо своїм вильотом *l*. Параметр напрямної визначаємо таким рівнянням:

$$w = ctg\theta = \frac{1}{\varphi_M} \left[\ln \left(\frac{l}{r_0} + \sin \theta \right) - \ln \sin \left(\varphi_M - \theta \right) \right].$$

338

Варіант 2. Напрямну криву визначаємо висотою точки опуклості, в якій дотична розміщується вертикально. Параметр напрямної визначаємо через глибину обробітку *h*

$$w = ctg\theta = \frac{1}{\varphi_M} \left[\ln \left(\frac{h}{r_0} + \cos \theta \right) - \ln \cos \left(\varphi_M - \theta \right) \right].$$

Варіант 3. Задані виліт напрямної кривої *l* і висота точки опуклості *h*. Параметр напрямної визначаємо таким рівнянням:

$$w = ctg\theta = \frac{1}{\varphi_M} \left\{ \ln\left(h\sin\mu - l\cos\mu\right) - \ln\left[h\sin\left(\varphi_M - \mu\right) - l\cos\left(\varphi_M - \mu\right)\right] \right\}.$$

Визначаємо крок кута повороту радіуса-вектора напрямної кривої

$$\Delta \varphi = \frac{\varphi_M}{n},$$

де *n* – кількість точок обчислення положення напрямної кривої.

Координати полярного центра визначимо так:

$$z_{1C} = r_0 \cos\mu$$
, $x_{1C} = r_0 \sin\mu$.

Координати і-ї точки напрямної кривої в системі координат О₁x₁z₁ визначаємо такими виразами:

$$z_{1i+1} = z_{1c} - r_0 \left(e^{-w\varphi_i} + e^{-w\Delta\varphi} \right) \cos(\varphi_i - \mu);$$

$$x_{1i+1} = x_{1c} - r_0 \left(e^{-w\varphi_i} + e^{-w\Delta\varphi} \right) \sin(\varphi_i - \mu).$$

Для переходу до системи координат, Oxyz в якій проектуємо поверхню, застосуємо таке перетворення координат напрямної кривої:

$$x_i = 0,33bctg\gamma_0 + x_{1i}\cos\gamma_0;$$

$$y_i = 0,33b + x_{1i}\sin\gamma_0.$$

У результаті розрахунків формується масив точок напрямної кривої

$$M_{L} = \begin{vmatrix} \varphi_{0}, \varphi_{1}, \varphi_{2}, \dots, \varphi_{n} \\ x_{0}, x_{1}, x_{2}, \dots, x_{n} \\ y_{0}, y_{1}, y_{2}, \dots, y_{n} \\ z_{0}, z_{1}, z_{2}, \dots, z_{n} \end{vmatrix},$$

.

які в подальших побудовах будемо використовувати як точки інцидентності з твірними.

Побудова каркаса поверхні

До завдання побудови каркаса поверхні входить визначення положення твірних. При цьому задаються координати точки інцидентності та кути нахилу проекцій твірних на двох площинах проекції.

Найбільш прийнятним є задання тангенса кута нахилу горизонтальної проекції твірної функцією $tg\gamma(\varphi)$, де u – певний параметр.

Як параметр *и* може виступати і полярний кут φ , і координата *z*. Оскільки в нас є сформований масив координат точок напрямної, то легко встановити відповідність між координатою *z* і величиною полярного кута в характерних точках функції $tg\gamma(\varphi)$.

Раніше було наведено, що функція тангенса кута нахилу твірної $tg\gamma(\varphi)$ має три характерні точки, тому для її завдання можна застосувати поліном четвертого ступеня. У процесі складання системи рівнянь три рівняння дадуть характерні точки функції, а четвертим рівнянням буде задання дотичної в одній з характерних точок.

Складаємо систему лінійних рівнянь та після розв'язання отримаємо коефіцієнти полінома, який являє собою функцію $tg\gamma(\varphi)$.

Приймаємо значення коефіцієнта кривини λ . Оскільки культурний корпус плуга призначений для розпушування ґрунту, то значення коефіцієнта кривини λ будуть знаходитись у межах $\lambda = 0,08 - 0,15$.

Для складання дифференціального рівняння положення твірних (11.5) або (11.6) запишемо всі функції, які в нього входять, та знаходимо їх перші похідні.

Початковими значеннями при інтегруванні є рівність нулю полярного кута, оскільки полярна вісь проходить через початок координат $\varphi_0 = 0$ і рівність нулю початкового значення кута нахилу твірної $tg \beta_0 = 0$, тому нульова твірна співпадає з лезом лемеша і має горизонтальне положення.

Отримане рівняння інтегруємо чисельним методом. використовуючи крок, рівний кроку обчислення координат напрямної кривої.

Таким чином, будуть отримані значення кута нахилу твірних у точках інцидентності з напрямною кривою.

Побудова каркаса поверхні

Каркас поверхні полиці утворюється сукупністю твірних g_i (i = 0, n), кожну з яких визначаємо у просторі координатами точки інцидентності з напрямною кривою та двома кутами нахилу проекцій до осі Ox. Межу поверхні визначаємо перетином твірних з польовим, борозним та верхнім обрізами (рис 11.6).

Для виявлення характеру поверхні і проектування оснастки для її виготовлення необхідно мати шаблони.

Шаблони будуємо у площинах $N_j - N_j$, які перпендикулярні лезу лемеша. Визначаємо крок шаблонів по лінії леза лемеша. Крок побудови шаблонів може варіюватись у межах 55–100 *мм*. Кожен із шаблонів утворюється точками перетину площини $N_j - N_j$ з твірною.

Досвід проектування полиць культурних корпусів

За наведеною методикою, зпроектована поверхня культурного корпуса плуга, яка представлена на рис. 11.7.

Культурний корпус має такі параметри: кут встановлення лемеша до дна борозни $\alpha_D = 28^\circ$; кут встановлення лемеша до стінки борозни $\gamma_0 = 42^\circ$; ширина захвату $b = 400 \, \text{мm}$; глибина оранки $a = 220 - 300 \, \text{мm}$; висота точки опуклості напрямної $h = 284 \, \text{мm}$; виліт напрямної кривої $l = 255 \, \text{мm}$; значення характерних точок функції кута нахилу твірної до стінки борозни $\gamma_0 = 42^\circ, \gamma_{\min} = 40, 4^\circ, \gamma_m = 45^\circ;$ початкове значення коефіцієнта защемлення $K_{\text{suu0}} = 2,4$; коефіцієнт кривини поверхні $\lambda = 0,1$.



Рис. 11.7. Поверхня культурного корпуса плуга і графіки кутів нахилу Твірної

Проектуючи культурні корпуси плугів, необхідно враховувати швидкість руху агрегату. У цілому можливі швидкості роботи плуга можна поділити на два діапазони. До першого слід віднести швидкості руху до 1,6 *м/с* (до 6 *км/год*), а до другого – більше 2 *м/с* (більше 6 *км/год*).

У табл. 11.2 наведені значення основних параметрів культурних корпусів.

Таблиця 11.2

N⁰	Назва параметра	Швидкість руху, м/с		
п/п	Пазва параметра	до 1,6	більше 2,0	
1	2	3	4	
1	Ширина захвату b, мм	350-400	350-400	
2	Глибина обробітку а, мм	220-300	220–300	
3	Кут встановлення лемеша до дна борозни α_p , <i>град</i>	27–30	23–27	
4	Кут встановлення лемеша до стінки борозни γ_0 , <i>град</i>	41–43	38–41	
5	Виліт направляючої кривої <i>l</i> , мм	250–260	260 - 265	
6	Значення характерних точок функції кута нахилу твірної до стінки борозни: γ_0 , <i>град</i> ; γ_{min} , <i>град</i> ; γ_m , <i>град</i> .	42–4 38–40 45–50	39–42 37–39 44–50	
7	Коефіціент кривини поверхні λ.	0,08–0,15	0,05–0,1	

Узагальнені параметри культурних корпусів

11.6. Проектування поверхні напівгвинтового корпусу плуга

Проектування поверхні полиці для напівгвинтового корпусу майже нічим не відрізняється від культурного і відбувається згідно зі схемою на рис. 11.6.

Напівгвинтовий корпус повинен мати поверхню більшої кривини, ніж культурний, що дозволить якісно заробляти рослинні рештки та мінеральні

добрива на достатню глибину, забезпечуючи необхідні умови для виконання подальших обробітків.

Підвищена кривина поверхні досягається варіюванням параметра w в рівнянні напрямної кривої та значеннями коефіцієнта кривини λ , який повинем бути більше ніж у культурних корпусів.

У табл. 11.3 наведено параметри існуючих напівгвинтових корпусів.

Таблиця 11.3

Марка корпусу	Кут встано- влення лемеша до дна бороз- ни α_{p} , <i>град</i>	Кут встано- влення леза леміша до стінки борозни γ_0 , град	Шири- на захвату <i>b</i> , <i>мм</i>	Глиби- на оранки <i>а</i> , <i>мм</i>	Макси- мальна висота корпуса H _m , мм	Висота точки опуклості напрям- ної <i>h</i> ,мм	Виліт напрям- ної кривої <i>д</i> ,мм
П-5-35Ц	31	38,5	350	220	460	305	212
ПНЧС- 1Б	29	38	374	220	430	255	305

Основні параметри існуючих напівгвинтових корпусів плугів

У табл. 11.4 наведені параметри напівгвинтових корпусів плугів залежно від швидкості обробітку.

Таблиця 6.4

$\mathbb{N}_{\mathbb{Q}}$	Назва параметра	Швидкість руху, м/с	
п/п		до 1,6	вище 2,0
1	Ширина захвату <i>b</i> , мм	350-400	350-400
2	Глибина обробітку а, мм	220-300	220–300
3	Кут встановлення лемеша до дна борозни α_p , <i>град</i>	28–31	23–27
4	Кут встановлення леза лемеша	40–42	38–39

Узагальнені параметри напівгвинтових корпусів

344

	до стінки борозни γ_0 , град.		
5	Виліт напрямної кривої 1, мм.	250–260	260–305
6	Значення характерних точок		
	функції кута нахилу твірної		
	до стінки борозни:		
	γ_0 , <i>град</i> ;	40-42	38–39
	γ_{\min} , <i>cpad</i> ;	37–39	36,5–37
	γ _m , град.	48–58	45–50
7	Коефіцієнт кривизни поверхні	0,1-0,2	0,08–0,1
	λ.		

За наведеною методикою зпроектована поверхня напівгвинтового корпусу плуга, поверхня якого наведена на рис. 11.8.

Напівгвинтовий корпус має такі параметри: кут встановлення лемеша до дна борозни $\alpha_D = 28^\circ$; кут встановлення леза леміша до стінки борозни $\gamma_0 = 42^\circ$; ширина захвату b = 400 мм; глибина скиби a = 220 - 300 мм; висота точки опуклості напрямної h = 284 мм; виліт напрямної кривої l = 260 мм; значення характерних точок функції кута нахилу твірної до стінки борозни $\gamma_0 = 42^\circ, \gamma_{\min} = 38^\circ, \gamma_m = 48^\circ$; початкове значення коефіцієнта защемлення $K_{suq0} = 2,4$; коефіцієнт кривини поверхні $\lambda = 0,15$.



Рис. 11.8. Поверхня та функції кутів нахилу твірних напівгвинтового корпусу плуга

У зв'язку з тим, що напівгвинтові корпуси практично не розроблялись, то відомості про їх випробування і дослідження практично відсутні в науковій літературі.

ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

1. Анпиголова В.А. О построении торсовой поверхности с направляющими кубическими параболами / В.А. Анпиголова, Н.Г. Кухарчук // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1979. – Вып. 27. – С. 80–82.

2. Бледных В.В. Кинематика отвальной вспашки почвы / В.В. Бледных // Почвообрабатывающие машины и динамика агрегатов: сб. научн. трудов ЧИМЭСХ. – 1983. – С. 9–17.

3. Бледных В.В. Математическая модель рабочей поверхности корпуса плуга / В.В. Бледных, С.Я. Худяков // Техника в сельском хозяйстве. – 1989. – № 2. – С. 42–43.

4. Брюшгенс С.С. Дифференциальная геометрия / С.С. Брюшгенс. – М.–Л.: ГТТЛ, 1940. – 299 с.

5. Буромский В.И. Новый метод построения крошащих рабочих поверхностей плужных корпусов на технологических основаниях / В.И. Буромский // Земледельческая механика: труды ВАСХНИЛ. М. : ВАСХ-НИЛ, – 1965. – Т. 5. – С. 300–324.

6. Бурченко П.Н. К расчету развертывающейся лемешно-отвальной поверхности корпуса плуга / П.Н. Бурченко // Параметры перспективных почвообрабатывающих рабочих органов: труды ВИМ. – М., 1981. – Т. 50. – 200 с.

7. Бурченко П.Н. Определение исходных параметров, методика расчета и построения лемешно-отвальной поверхности скоротного корпуса / П.Н. Бурченко, Л.В. Мамедова // Труды ВИМ. – М., 1978. – Т. 82. – С. 25– 54. Бурченко П.Н. О развертывающейся лемешно-отвальной поверхности скоротного корпуса / П.Н. Бурченко // Труды ВИМ. – М., 1978. – Т.
 82. – С. 3–24.

9. Бющгенс С.С. Линейчатые развертывающиеся и косые линейчатые поверхности / С.С. Бющгенс // Теория конструкции и производство: сб. трудов ВИСХОМ. – М.–Л.: Сельхозгиз, 1935. – Т. 1. – С. 58–82.

10. **Войтюк Д.Г.** Конструювання лінійчастої поверхні за розрахунковою траєкторією руху матеріальної частинки по ній / Д.Г. Войтюк, С.Ф. Пилипака // Науковий вісник НАУ. – К., 2002. – Вип. 49. – С. 68–74.

11. Гетьман А.Г. К вопросу проектирования линейчатого каркаса лемешно-отвальной поверхности по заданной верхней предельной траектории / А.Г. Гетьман // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1981. – Вып. 31. – С. 91–93.

12. Гетьман А.Г. Об автоматизированном проектировании линейчатых каркасов лемешно-отвальных поверхностей с учетом ряда агротехнических и технологических требований / А.Г. Гетьман. – УкрНИИН-ТИ № 2049ДР, 1980. – 18 с.

 Гетьман А.Г. Проектирование линейчатого каркаса развертывающейся лемешно-отвальной поверхности с учетом некоторых агротехнических требований / А.Г. Гетьман // Сборник научных трудов МИИСП. – М., 1982. – С. 16–19.

14. Гетьман А.Г. Численный метод построения геодезической линии на лемешно-отвальной поверхности / А.Г. Гетьман // Конструирование и технология производства сельскохозяйственных машин. – К., 1981. – № 11. – С. 3–6.

15. Горбатович Ж.Н. Геометрические основы конструирования развертывающихся отвалов по развертке / Ж.Н. Горбатович // Земледельческая механика: труды МИИСП. – М., 1980. – 17. – Вып. 1. – С. 11–14.

16. **Горбатович Ж.Н.** Конструирование развертки плужного отвала с учетом внутренней геометрии поверхности / Ж.Н. Горбатович,

Ю.Г. Кардашевская // Сельскохозяйственные машины: труды МИИСП. – 1976. – Т. 13. Вып. 1. – С. 68–72.

17. **Горбатович Ж.Н.** Расчет параметров сопрягающихся поверхностей рабочего органа плуга / Ж.Н. Горбатович // Земледельческая механика: труды МИИСП. – М., 1975. – Вып. – Т. 16. – С. 87–90.

Горячкин В.П. Собрание сочинений; Т. 1 – 3./В. П. Горячкин. –
 М.: Издательство «Колос», М.: 1968.

19. **Горячкин В.П.** Отвал (К графической теории плуга В.П. Горячкина) / В.П. Горячкин. – М., 1892. – 53 с.

20. Горячкин В.П. Проектирование разгибающихся поверхностей отвала / В.П. Горячкин // Собрание сочинений [в 3-х т.]. – М.: Колос, 1965. – Т. 2. – С. 401 – 415.

21. Гячев Л.В. Аналитический способ проектирования развертывающихся рабочих поверхностей плужных корпусов по заданной направляющей кривой и сферическому отображению поверхности / Л.В. Гячев // Сборник трудов по земледельческой механике. – М.: Сельхозгиз, 1952. – Т. 1. С. 35 – 43.

22. Гячев Л.В. Основы теории и расчета лемешно-отвальных поверхностей / Л.В. Гячев. – Барнаул, 1989. – 91 с.

23. Гячев Л.В. Обоснование угла отклонения стенки борозды от вертикали для многокорпусных плугов / Л.В. Гячев // Механизация и электрификация сельского хозяйства. – 1984. – № 5. – С. 23–24.

24. **Гячев Л.В.** Способ проектирования развертывающихся рабочих поверхностей плужных корпусов по заданной теоретической траектории частицы пласта / Л.В. Гячев // Земледельческая механика : труды ВАСХНИЛ. – М., 1965. – Т. 5. – С. 348–375.

25. Гячев Л.В. Способ проектирования развертывающихся рабочих поверхностей плужных корпусов по заданной теоретической траектории частицы пласта / Л.В. Гячев // Сборник трудов по земледельческой механике. – М.: Сельхозгиз, 1952. – Т. 1. – С. 78 – 88. 26. **Гячев Л.В.** Теория лемешно-отвальной поверхности / Л.В. Гячев. – Зерноград, 1961. – 318 с.

27. **Иванов Г.В.** Проектирование развертывающихся лемешноотвальных поверхностей по форме фронтальной проекции относительной траектории движения пласта / Г.В. Иванов, В.А. Лаврухин // Труды ВНИИ механизации и электрификации с.-х. – 1969. – Вып. 12. – С. 85–98.

28. **Ильин В.Л.** О развертывающихся поверхностях, заданных кинематическим определителем / В.Л. Ильин // Труды Московского авиационного института. – 1973. – Вып. 270. – С. 53–56.

29. Кардашевская Ю.Г. Конструирование поверхности плужного отвала по заданной развертке методом изгибания / Ю.Г. Кардашевская, Ж.Н. Горбатович // Труды МИИСП. – М., 1976. – Т. XII. – Вып. 9. – С. 9–14.

 Кардашевская Ю.Г. О возможности использования торсов в качестве лемешно-отвальных поверхностей / Ю.Г. Кардашевская // Труды Московского института радиотехники электроники и автоматики. – 1969.
 – Вып. 44. – С. 50–55.

31. Карлсон З.К. Плуги и вычислительные машины / З.К. Карлсон
// Сельскохозяйственная техника; пер с англ. – 1961. – № 6. – С. 292–295,
307.

32. Кривошапко С.Н. Торсовые поверхности и оболочки : справочник / С.Н. Кривошапко. – М. : Изд-во УДН, 1991. – 287 с.

33. Лаврухин В.А. Обоснование выбора рабочих поверхностей корпуса плуга / В.А. Лаврухин // Обоснование параметров средств механизации в растениеводстве. – Зерноград, 1990. – С. 36–42.

34. Лаврухин В.А. О проектировании рабочих поверхностей корпуса плуга с заданными агротехническими показателями / В.А. Лаврухин // Труды ВНИИПТИМЭСХ. – Зерноград, 1986. – С. 60–64.

35. Лаврухин В.А. Проектирование развертывающихся лемешноотвальных поверхностей по заданному движению / В.А. Лаврухин, Г.В. Иванов, И.В. Семик // Сборник работ по механизации и электрификации сельскохозяйственного производства ВНИИМЭСХ. – Ростов-на-Дону, 1969. – С. 33–71.

36. Лаврухин В.А. Проектирование развертывающихся лемешноотвальных поверхностей с заданными агротехническими показателями / В.А. Лаврухин // Обоснование параметров средств механизации в растениеводстве. – Зерноград, 1990. – С. 42–47.

37. Летошнев М.Н. Сельскохозяйственные машины / М.Н. Летошнев. – М., 1949. – 856 с.

38. Лучинский Н.Д. Исследование американских тракторных корпусов / Н.Д. Лучинский // Труды Института сельскохозяйственной механики. – М.: Госмехизад, 1930. – Вып. 5.

39. Лучинский Н.Д. Построение отвалов по вертикальным сечениям / Н.Д. Лучинский. – М.: Сельхозгиз, 1945. – С. 190–204. – (Научный отчет ВИМЭ за 1942).

40. Медетов Ш.С. Алгоритм определения крошащего свойства лемешно-отвальной поверхности / Ш.С. Медетов // Обоснование параметров средств механизации в растениеводстве. – Зерноград : ВНИПТИ-МЭСХ, 1991. – С. 111–119.

41. Найдыш В.М. Конструирование поверхностей из многопараметрических множеств линий и поверхностей / В.М. Найдыш // Научные труды Украинской сельскохозяйственной академии. – К., 1980. – Вып. 234. – С. 141–144.

42. Найдыш В.М. Конструирование поверхностей, проходящих через их специальные линии / В.М. Найдыш // Известия высших учебных заведений : авиационная техника. – 1981. – № 2. – С. 88–90.

43. Найдыш В.М. Конструирование развертывающихся поверхностей по заданным условиям / В.М. Найдыш. – М., 1985. – 66 с. Деп. в ВИНИТИ № 1502-82. 44. Найдыш В.М. Развертывающиеся линейчатые поверхности, заданные линией пространства параметров / В.М. Найдыш, И,Г. Балюба // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1979. – Вып. 27. – С. 89–90.

45. **Обухова В.С.** Об аппроксимации лемешно-отвальных поверхностей / В.С. Обухова, А.Л. Мартиросов // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1976. – Вып. 21. – С. 145–150.

46. **Обухова В.С.** Об одном приложении торсов 4-го порядка / В.С. Обухова, В.Я. Булгаков // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1972. – Вып. 15. – С. 76–81.

47. **Обухова В.С.** Обоснование параметров деформирующей кривой лемешно-отвальной поверхности / В.С. Обухов, В.Я. Булгаков // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1977. – Вып. 24. – С. 41– 43.

48. **Обухова В.С.** Построение развертки торса, заданного направляющими кривыми / В.С. Обухова, С.Ф. Пилипака // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1988. – Вып. 45. – С. 14–17.

49. Обухова В.С. Существенные параметры развертывающихся поверхностей лемешно-отвального типа / В.С. Обухова, В.Я. Булгаков // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1974. – Вып. 18. – С. 21–26.

50. Панов И.М. Теория пахотных орудий В.П. Горячкина и современные проблемы механизации обработки почвы / И.М. Панов // Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства. – 1968. – № 1. – С. 20–25.

51. Пилипака С.Ф. Конструирование винтовых поверхностей из торсов одинакового ската / С.Ф. Пилипака // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1977. – Вып. 43. – С. 39–41.

52. Раевский Н.П. Метод графического построения развертывающихся рабочих поверхностей плугов / Н.П. Раевский. – М. : Госмашметиздат, 1932. – 24 с.

53. **Рыжов Н.Н.** К вопросу конструирования торсов по наперед заданным условиям / Н.Н. Рыжов, Р.У. Алимов // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1979. – Вып. 27. – С. 15–17.

54. Рыжов Н.Н. Параметризация поверхностей / Н.Н. Рыжов // Труды университета Дружбы народов им. П. Лулумбы. – 1967. – Т. 26, вып. 3. – С. 18–22.

55. Синеоков Г.Н. Теория и расчет почвообрабатывающих машин
 / Г.Н. Синеоков, И.М. Панов. – М. : Машиностроение, 1977. – 328 с.

56. Сладков Н.В. Графический метод построения рабочих поверхностей пахотных орудий / Н.В. Сладков // Плужные корпуса. – Иваново-Вознесенск, 1928. – Вып. 1. – 42 с.

57. Справочник конструктора сельскохозяйственных машин / Под ред. М.И. Кицкина. – М.: Машиностроение, 1967. – Т. 2. – 300 с.

58. Сулюкманов Ф.С. К вопросу конструирования винтовой развертывающейся поверхности / Ф.С. Сулюкманов // Труды Московского авиационного института. – 1972. – Вып. 246. – С. 54–56.

59. Тищенко С.С. Геометрическая адаптация поверхностей почвообрабатывающих рабочих органов к выполняемому процессу / С.С. Тищенко // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. П. Василенка. – Харків, 2007. – Вип. 59. – Т. 1. – С. 110–114.

60. **Тищенко С.С.** Геометрическая модель адаптивной поверхности почвообрабатывающего рабочего органа инцидентной двум кривым / С.С. Тищенко // Сборник научных работ Крымского государственного университета. – Симферополь, 2005. – Вып. 84. – С. 242–247.

61. Тищенко С.С. К обоснованию функции наклона образующих к стенке борозды для адаптивных поверхностей плужных корпусов / С.С. Ти-

щенко // Механизация сельскохозяйственного производства : научные труды КГАУ. – Симферополь, 2002. – Вып. 77. – С. 71–74.

62. Тищенко С.С. Конструирование лемешно-отвальных поверхностей по заданным траекториям движения пласта почвы / С.С. Тищенко // Вісник аграрної науки. – 1999. – № 6. – С. 61–63.

63. **Тищенко С.С.** Обобщенная геометрическая модель адаптивной поверхности рабочего органа почвообрабатывающей машины / С.С. Тищенко, Б.А. Волик // Праці Таврійської державної агрономічної академії. – Мелітополь, 2001. – Вип. 2. – С. 39–44.

64. **Тищенко С.С.** Проектирование культурного корпуса плуга на основе обобщенной геометрической модели адаптивной поверхности / С.С. Тищенко // Праці Таврійської державної агрономічної академії. – Мелітополь, 2003. – Вип. 10. – С. 123–128.

65. **Трухина В.Д.** Моделирование и анализ линейчатых и технических поверхностей / В.Д. Трухина. – Барнаул, 1996. – 65 с.

66. Федоров А.К. Конструирование лемешно-отвальной поверхности корпуса плуга из отсека нелинейчатой поверхности третьего порядка / А.К. Федоров, В.С. Обухова // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1976. – Вып. 22. – С. 44–48.

67. **Хвыля К.** С. Исследование работы предплужника/К. С. Хвыля. – Сельхозмашина. – 1949. – № 5. – С. 2 – 7.

68. **Хорошилов А.Д.** Корпусы плугов / А.Д. Хорошилов. – М.: Машгиз, 1949. – 200 с.

69. Шмелев Б.Н. Метод проектирования винтовой рабочей поверхности плужного корпуса / Б.Н. Шмелев // Усовершенствование орудий для основной обработки почвы : сб. докладов научно-технического совета ВИСХОМ. – 1959. – Вып. 5. – С. 242–247.

70. Щучкин Н.В. Методика проектирования цилиндроидальных отвалов / Н.В. Щучкин // Теория конструирования и производства сельскохозяйственных машин. – М.–Л. Сельхозгиз, 1936. – Т. 4. – С. 303–343.

Сергій Сергійович ТИЩЕНКО Володимир Васильович КАРАСЬ

ГЕОМЕТРИЧНІ ОСНОВИ ПРОЕКТУВАННЯ ПОВЕРХОНЬ ПЛИЧНИХ РОБОЧИХ ОРГАНІВ

МОНОГРАФІЯ

Редактор С.Г. Пустовгарова

Редакційно-видавничий відділ Дніпровського державного аграрно-економічного університету 49600, м. Дніпро, вул. Сергія Єфремова, 25

> Підписано до друку 25.01.2019 Формат 60х84/₁₆. Обл.-вид. арк. 16,09. Умовн.-друк. арк. 20,65.

Тираж 200 екз. Папір офсетнй. Замовлення № 1212.

ТОВ «Домінанта-Прінт»