

УДК 631.31.311.001

© 2014

С.С. ТИЩЕНКО,
доктор технічних наук,

В.Н. ШВАЙКО,
кандидат фізико-математичних наук,

В.О. ГУРІДОВА,
старший викладач

Дніпропетровський державний
аграрно-економічний університет,
Україна
E-mail: guridova@ukr.net

ДОСЛІДЖЕННЯ
КІНЕМАТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ
РУХУ ЧАСТИНКИ ҐРУНТУ
ЗА ПРЯМОЛІНІЙНИМ ЛЕЗОМ
РОБОЧОГО ОРГАНА

Представлено модель руху частинки ґрунту змінної маси в навколишньому середовищі. Доведено, що в такому випадку, з початком руху частинки після контакту з лезом, нормальна реакція леза знижується, а згодом стає сталою. Одночасно маса частинки збільшується, а її швидкість після контакту з лезом прямує до сталої величини. На відміну від класичної, запропонована модель дозволяє стабілізувати швидкість частинки, хоча на практиці вона досить часто прямує до нуля, а в ідеалі частинка зупиняється (залипання її до леза).

Ключові слова: частинка ґрунту, змінна маса, лезо ґрунтообробного робочого органа, рух ґрунту, швидкість, зчеплення, розпушений ґрунт.

Питання про рух частинки в навколишньому середовищі нерідко виникає під час конструювання сівалок, коли зерно падає у повітрі, при внесенні добрив та в інших випадках [5, 7, 9]. При цьому параметри частинки, скажімо щільність, суттєво відрізняються від параметрів середовища, наприклад повітря; ця теорія вичерпно розглянута П.М. Заїкою [3].

Особлива увага руху частинки приділяється в землеробській механіці. Г.Н. Сінеоков [8] обґрунтував рух ґрунту по лезу культиваторних лап для забезпечення сходження бур'янів з робочого органа; у разі роботи протиерозійних культиваторів та плоскорізів, які рухаються на великій глибині, має бути забезпечене сходження неперерізаних коренів [1]. М.К. Лінник зі співавторами визначають рух частинки по лезу за допомогою тригранника Френе [6], проте не розглядають одночасно рух частинки по лезу та рух

ґрунту. У дослідженнях Н.П. Волосевича рух ґрунту по робочому органу розглядається як рух змінної маси, що надходить на робочий орган, а потім сходить з нього. У цьому випадку частинка та навколишнє середовище мають однакові параметри й ту ж саму щільність, яка автором не враховується [2]. Проте за відповідних умов, унаслідок тотожності параметрів частинки ґрунту з навколишнім середовищем, яке теж є ґрунтом, але розпушеним, може статися зупинка частинки на лезі, що призведе до залипання робочого органа і зруйнує весь технологічний процес.

Метою нашої роботи було розв'язати задачу про взаємодію частинки ґрунту з навколишнім середовищем з тотожними параметрами під час руху по прямо лінійному лезу робочого органа.

Результати досліджень та їх обговорення. Частинка ґрунту, яка утворюється після розпушування, взаємодіє з лезом робочого органа. При

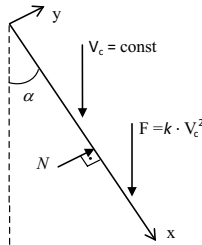


Рис. 1.
Схема руху частинки ґрунту зі змінною масою по лезу робочого органа

цього вона починає рух під дією навколишнього середовища, яке являтиме собою також ґрунтові частинки, що після розпушування ґрунту починають взаємодіяти з даною частинкою. Взаємодія частинки ґрунту і навколишнього середовища приводить до зміни маси частинки.

Вважаємо, що зміна маси частинки ґрунту при русі за прямолінійним лезом робочого органа має такий вигляд:

$$m = m_0 \cdot \left[1 + \frac{k_1}{D} \cdot \frac{V_c \cdot \sin \alpha}{1 + k_2 \cdot (V/V_c)} \cdot t \right], \quad (1)$$

де m_0 – початкова маса частинки в момент часу $t = 0$, тобто в момент контакту з лезом, кг; D – середній розмір ґрунтової частинки, що знаходиться в контакті з лезом, м; V – швидкість руху ґрунтової частинки по лезу, м/с; V_c – швидкість руху середовища, м/с; α – кут нахилу леза до лінії руху, град; t – час, с; $k_1 \geq 0$, $k_2 \leq 0$ – безрозмірні емпіричні коефіцієнти.

Проаналізуємо запропоновану залежність зміни маси частинки на окремих випадках:

1. Кут α не дорівнює нулю $\alpha \neq 0$. Швидкість руху середовища дорівнює нулю $V_c = 0$. Частинка ґрунту знаходиться у спокої: $V = 0$; збільшення маси частинки за рахунок взаємодії зі середовищем не відбувається, тому $m = m_0 = const$, де m – маса частинки.

2. Кут α не дорівнює нулю: $\alpha \neq 0$. Швидкість руху середовища не дорівнює нулю: $V_c \neq 0$. Швидкість руху частинки ґрунту дорівнює нулю: $V = 0$. У цьому випадку частинка ґрунту налипає на лезо, її взаємодія зі середовищем стає максимальною. Збільшення її маси можна представити виразом

$$m = m_0 \cdot \left(1 + k_1 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{V_c \cdot t}{D} \right),$$

де $\frac{V_c \cdot t}{D}$ – кількість частинок, які взаємодіють з частинкою ґрунту, що налипла на лезо, за час t .

3. Кут $\alpha = 0$. Швидкість руху середовища

не дорівнює нулю: $V_c \neq 0$. У цьому випадку матеріальна частинка рухається паралельно середовищу: $V = V_c$; збільшення маси частинки не відбувається: $m = m_0 = const$.

4. Кут α прямий: $\alpha = \pi/2$. Швидкість руху середовища не дорівнює нулю: $V_c \neq 0$, тобто матеріальна частинка нерухомо знаходиться на лезі: $V = 0$. Вона прилипла, і збільшення маси максимальне

$$m = m_0 \cdot \left(1 + k_1 \cdot \frac{V_c \cdot t}{D} \right).$$

5. Оскільки швидкість руху середовища завжди більше за швидкість руху частинки, то $V/V_c \leq 1$, і отже, $k_2 \geq 0$.

За рівняння руху точки зі змінною масою візьмемо рівняння І.В. Мешерського [10]:

$$m \cdot \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F} + \frac{dm}{dt} \cdot (\vec{V}_c - \vec{V}) = \vec{F} + \vec{\Phi}, \quad (2)$$

де $\vec{\Phi} = \frac{dm}{dt} \cdot (\vec{V}_c - \vec{V})$ – імпульсна (реактивна) сила; \vec{V} – швидкість точки змінної маси; \vec{V}_c – абсолютна швидкість приєднання частинок (швидкість лапи).

Запишемо векторне диференціальне рівняння (2) в проекціях на координатні осі x і y :

$$\left. \begin{aligned} x: m \cdot \frac{dV}{dt} &= k \cdot V_c^2 \cdot \cos \alpha - f \cdot N + \frac{dm}{dt} \cdot (V_c \cdot \cos \alpha - V); \\ y: 0 &= -k \cdot V_c^2 \cdot \sin \alpha + N - \frac{dm}{dt} \cdot V_c \cdot \sin \alpha, \end{aligned} \right\} (3)$$

де f – коефіцієнт тертя ґрунту по лезу лапи; N – нормальна сила реакції леза лапи на частинку ґрунту (рис. 1).

З другого рівняння системи (3) визначаємо нормальну реакцію

$$N = k \cdot V_c^2 \cdot \sin \alpha + \frac{dm}{dt} \cdot V_c \cdot \sin \alpha = V_c \cdot \sin \alpha \cdot \left(k \cdot V_c + \frac{dm}{dt} \right);$$

$$\left(\frac{dm}{dt} = m_0 \cdot \frac{k_1}{D} \cdot \frac{V_c \cdot \sin \alpha}{1 + k_2 \cdot (V/V_c)} \cdot \left[1 - \frac{k_2/V}{1 + k_2 \cdot (V/V_c)} \cdot \frac{dV}{dt} \cdot t \right] \right).$$

Ураховуючи останній вираз, перше рівняння системи (3) перетворюємо на рівняння

$$m \cdot \frac{dV}{dt} = k \cdot V_c^2 \cdot (\cos \alpha - f \cdot \sin \alpha) + \frac{dm}{dt} \cdot [V_c \cdot (\cos \alpha - f \cdot \sin \alpha) - V],$$

яке з урахуванням виразу (1) остаточно запишемо так:

$$\left\{ 1 + \frac{k_1}{D} \cdot \frac{V_c \cdot \sin \alpha}{[1 + k_2 \cdot (V/V_c)]^2} \right\} \times$$

$$\begin{aligned} & \times [1 + k_2 \cdot (\cos \alpha - f \cdot \sin \alpha)] \cdot t \cdot \frac{dV}{dt} = \\ & = \frac{k}{m_0} \cdot V_c^2 \cdot (\cos \alpha - f \cdot \sin \alpha) + \frac{k_1}{D} \times \\ & \times \frac{V_c \cdot \sin \alpha}{1 + k_2 \cdot (V/V_c)} \cdot [V_c \cdot (\cos \alpha - f \cdot \sin \alpha) - V]. \quad (4) \end{aligned}$$

Розв'язок диференціального рівняння (4) отримуємо на підставі [4]

$$V(t) = \frac{V_c}{k_2} \cdot \left[\frac{2 \cdot a \cdot t}{(C - b \cdot t) \pm \sqrt{(C - b \cdot t)^2 + 4 \cdot a \cdot t}} - 1 \right], \quad (5)$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{k_1}{D} \cdot V_c \cdot \sin \alpha \cdot [1 + k_2 \cdot (\cos \alpha - f \cdot \sin \alpha)]; \\ \text{де} \\ b &= V_c \cdot \left[\frac{k \cdot k_2}{m_0} \cdot (\cos \alpha - f \cdot \sin \alpha) - \frac{k_1}{D} \cdot \sin \alpha \right]. \end{aligned}$$

Одиниці виміру сталих величин a і b – [с⁻¹].

Проаналізуємо знак сталої величини a на окремих випадках:

1) $a \geq 0$: при $\alpha \approx 0 \Rightarrow k_2 > -1$ – відповідає припущенням (1) про зміну маси частинки, при $\alpha = \pi/2 \Rightarrow 1 - k_2 \cdot f > 0 \Rightarrow k_2 < 1/f$;

2) $a < 0$: при $\alpha \approx 0 \Rightarrow k_2 < -1$ – суперечить припущенню (1) про зміну маси.

Таким чином, значення емпіричного коефіцієнта k_2 знаходяться в межах $k_2 \in [0, 1/f)$, і тому $a > 0$.

Сталу інтегрування C знаходимо з початкової умови

$$t = 0, V = V_0, \Rightarrow V_0 = \frac{V_c}{k_2} \cdot \left(\frac{0}{C \pm |C|} - 1 \right).$$

Аналізуючи останню рівність, дійдемо висновку: сталу C можемо знайти тільки в тому випадку, коли $C \pm |C| = 0$, що призводить до невизначеності типу 0/0. Розкриваючи її, отримаємо

$$\pm |C| = k_2 \cdot \frac{V_0}{V_c} + 1.$$

Оскільки права частина останньої рівності більша за 0, то в розв'язку (5) необхідно брати знак "+", і тому

$$C = -\left(k_2 \cdot \frac{V_0}{V_c} + 1\right) < 0.$$

Таким чином, розв'язок (5) перетвориться на рівняння

$$V(t) = \frac{V_c}{k_2} \cdot \left[\frac{2 \cdot a \cdot t}{(C - b \cdot t) + \sqrt{(C - b \cdot t)^2 + 4 \cdot a \cdot t}} - 1 \right]. \quad (6)$$

Дослідимо значення швидкості частинки ґрунту за необмеженого зростання часу ($t = \infty$)

$$V(\infty) = \frac{V_c}{k_2} \cdot \left(\frac{2 \cdot a}{-b + |b|} - 1 \right) \geq 0.$$

1. При $b > 0$ маємо $V(\infty) = \infty$ – матеріальна точка змінної маси розганяється.

2. При $b < 0$, враховуючи, що модуль швидкості не може бути від'ємним значенням, маємо $-a/b \geq 1$, і тоді

$$\frac{k_1}{D} \cdot (\cos \alpha - f \cdot \sin \alpha) \geq -\frac{k}{m_0} \cdot (\cos \alpha - f \cdot \sin \alpha). \quad (7)$$

Аналізуючи нерівність (7), маємо:

1) при $\operatorname{tg} \alpha \leq 1/f$ – нерівність (7) виконується тотожно і $V(\infty) = -\frac{V_c}{k_2} \cdot \left(\frac{a}{b} + 1 \right) = +const$;

2) при $\operatorname{tg} \alpha < 1/f$ – нерівність (7) не виконується, точка зупиняється при часі $T_{\text{зуп}} = \frac{1+C}{a+b}$ раніше часу $t = \infty$.

Після інтегрування рівняння (6) отримуємо вираз для шляху, який пройшла матеріальна точка змінної маси

$$\begin{aligned} S(t) &= \frac{V_c}{k_2} \cdot \frac{1}{4 \cdot b^2} \cdot \left\{ -b^2 \cdot t \cdot [(C - b \cdot t) + C + 4] - \right. \\ &- b \cdot [(C - b \cdot t) - 2 \cdot \frac{a}{b}] \cdot \sqrt{(C - b \cdot t)^2 + 4 \cdot a \cdot t} + \\ &+ 4 \cdot \operatorname{sign}(b) \cdot a \cdot (C - \frac{a}{b}) \cdot \ln \{ -\operatorname{sign}(b) \cdot [(C - b \cdot t) - \\ &- 2 \cdot \frac{a}{b}] + \sqrt{(C - b \cdot t)^2 + 4 \cdot a \cdot t} \} \} + C_0, \end{aligned}$$

де $C_0 = -\frac{V_c}{k_2} \cdot \frac{1}{4 \cdot b^2} \cdot \{ b \cdot C \cdot (C - 2 \cdot \frac{a}{b}) + 4 \cdot \operatorname{sign}(b) \times$
 $\times a \cdot (C - \frac{a}{b}) \cdot \ln [-\operatorname{sign}(b) \cdot (C - 2 \cdot \frac{a}{b}) - C] \}$ – стала інтегрування, яку знаходимо з початкової умови $S(0) = 0$.

Дослідимо окремий випадок при $k_2 = 0$.

$$m = m_0 \cdot \left(1 + \frac{k_1}{D} \cdot V_c \cdot \sin \alpha \cdot t \right)$$

$$\left(\frac{dm}{dt} = m_0 \cdot \frac{k_1}{D} \cdot V_c \cdot \sin \alpha = const, \right.$$

$$\left. N = m_0 \cdot V_c^2 \cdot \sin \alpha \cdot \left(\frac{k}{m_0} + \frac{k_1}{D} \cdot \sin \alpha \right) = const \right),$$

$$(1 + a_2 \cdot t) \cdot \frac{dV}{dt} = b_2 - a_2 \cdot V,$$

де $a_2 = \frac{k_1}{D} \cdot V_c \cdot \sin \alpha$, с⁻¹;

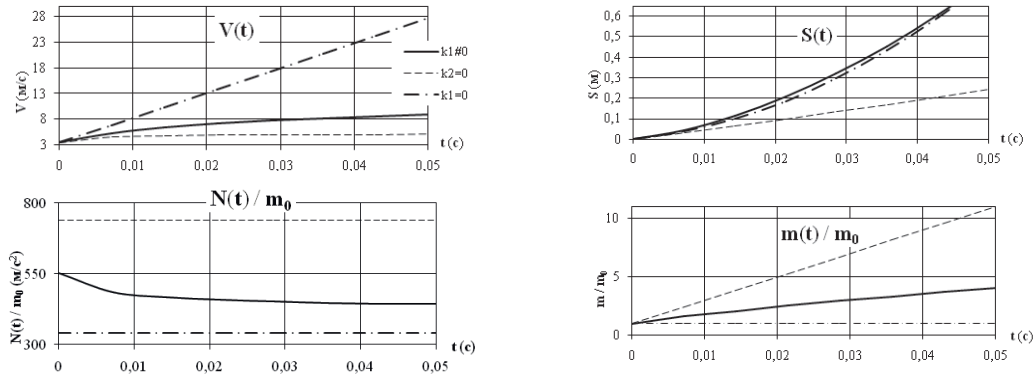


Рис. 2. Кінематичні характеристики руху частинки по прямолінійному лезу

$$b_2 = V_c^2 \cdot \left(\frac{k}{m_0} + \frac{k_1}{D} \cdot \sin \alpha \right) \cdot (\cos \alpha - f \cdot \sin \alpha), \text{ м/с}^2.$$

$$V(t) = \frac{V_0 + b_2 \cdot t}{1 + a_2 \cdot t}$$

Якщо $b_2 > 0$ ($1/f > \tan \alpha$), то $V(\infty) = b_2/a_2$.

Якщо $b_2 < 0$ ($1/f < \tan \alpha$), то $T_{\text{зпн}} = -V_0/b_2$.

Робимо висновок, що швидкість точки за жодних умов не збільшуватиметься.

$$S(t) = \frac{a_2 \cdot b_2 \cdot t + (V_0 \cdot a_2 - b_2) \cdot \ln(1 + a_2 \cdot t)}{a_2^2}$$

Найбільш суттєве значення на кінематичні характеристики руху частинки, зокрема на швидкість, має коефіцієнт k_1 (рис. 2). При $k_1=0$ маса частинки не змінюється, тобто цей коефіцієнт характеризує зчеплення частинки з

розпушеним ґрунтом. За наявності зчеплення між частинкою та розпушеним ґрунтом маса частинки зростає, а швидкість прямує до константи.

Таким чином, запропонована модель дозволяє досліджувати рух матеріальної частинки ґрунту змінної маси в навколишньому середовищі. Встановлено:

- параметри, за яких рух частинки стабілізується;
- найбільш суттєвим фактором є зчеплення частинки з навколишнім середовищем, що приводить до збільшення маси частинки;
- швидкість руху частинки та нормальна реакція леза досягають постійних величин.

Бібліографія

1. Бабицкий Л.Ф. Перспективы создания рабочих органов плоскорезов-рыхлителей почвы / Л.Ф. Бабицкий, А.Г. Витвицкий // Механизация сельскохозяйственного производства : научные труды КГАУ. – Симферополь, 2000. – Вып. 65. – С. 15–19.
2. Волосевич Н.П. Применение механики тел переменной массы к исследованию работы клина / Н.П. Волосевич // Механизация и электрификация сельского хозяйства. – 1982. – № 4. – С. 44–46.
3. Заика П.М. Теория сельскохозяйственных машин. Машины для приготовления и внесения удобрений / П.М. Заика. – Харьков: Око, 2006. – 253 с.
4. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. – М.: Наука, 1976. – 576 с.
5. Крутиков Н.П. Теория, конструкция и расчет сельскохозяйственных машин / Н.П. Крутиков. – М.: Наука, 1961. – 660 с.
6. Линник М.К. Тригранник і формули Френа в за-
дачах кінематики і динаміки матеріальної частинки у складному русі / М.К. Линник, Д.Г. Войтюк, С.Ф. Пилипака // Науковий вісник НАУ. – К., 2005. – Вип. 80. – С. 271–286.
7. Ролько З. Посів ріпаку вітчизняними сівалками / З. Ролько, Я. Ценюх, Л. Кошуляк // Техніка в АПК. – 2006. – № 3. – С. 36–37.
8. Синекоков Г.Н. Проектирование почвообрабатывающих машин / Г.Н. Синекоков. – М.: Машиностроение, 1965. – 308 с.
9. Щеглов А.В. Алгоритмическая модель процесса высева семян пропашных культур струйной пневмомеханической системой / А.В. Щеглов // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. – Харків, 2007. – Вип. 59, т. 1. – С. 161–165.
10. Мецкерский И.В. Курс теоретической механики / И.В. Мецкерский. – М.; Л.: Госиздат, 1930. – Ч. 1. – 202 с.

Рецензент – доктор технічних наук, професор В.І. Дурда