

## ЕКОНОМІЧНІ АСПЕКТИ ВИРОБНИЧОЇ ФУНКЦІЇ КОББА-ДУГЛАСА В АГРАРНОМУ БІЗНЕСІ

*Світлана Нужна, к.е.н., доцент*

Дніпровський державний аграрно-економічний університет

*Іван Карімов, к.ф.-м.н., доцент*

Дніпровський державний технічний університет

В умовах трансформаційних змін вітчизняної економіки, зростання ризиків та недостатнього фінансування виникає потреба в підвищенні рівня ефективності сільськогосподарського виробництва. Забезпечення зазначеної умови залежить від раціонального використання наявних виробничих ресурсів. Одним зі шляхів досягнення високих показників виробничої діяльності є впровадження математично обґрунтованих рішень у виробництво підприємницьких структур агробізнесу.

Сучасна економічна наука як необхідний і потужний інструмент дослідження реальних економічних процесів і явищ широко використовує математичні методи і моделі, що надає можливість, зокрема:

- виділити і формально описати найбільш суттєві зв'язків між економічними об'єктами, використовуючи високий рівень абстракції в силу складності досліджуваних процесів і явищ;

- на основі структурованих вхідних даних і чітко сформульованих співвідношень математичними методами одержувати висновки, які адекватні об'єкту, що досліджується;

- методами математики і статистики індуктивним шляхом одержувати нові знання про об'єкт дослідження.

Універсальними економіко-математичними моделями є виробничі функції, які дозволяють визначити кількісне співвідношення між різними факторами виробництва (капіталом, працею, землею, підприємницькою здібністю, науково-технічним прогресом) та потенційним обсягом валового внутрішнього продукту (ВВП), що може бути вироблений за умови оптимального поєднання наявних економічних ресурсів.

Існує декілька видів виробничих функцій, а саме:

- лінійна виробнича функція;
- виробнича функція Кобба-Дугласа;
- виробнича функція Кобба-Дугласа-Грея;
- виробнича функція Аллена;
- виробнича функція Менк'ю-Ромера-Вейла;
- виробнича функція Леонт'єва;
- виробнича функція Джорджеску-Рогена;
- функція Солоу.

Однак, найбільшого використання в підприємницьких структурах агробізнесу набула виробнича функція Кобба-Дугласа. Функція має вид:

$$Y = a \cdot F^{\alpha} \cdot L^{\beta},$$

де  $Y$  – обсяг продукції,  $F$  – основний капітал,  $L$  – робоча сила,  $a$  – ефективність роботи підприємств агробізнесу,  $\alpha$  і  $\beta$  – параметри, що характеризують ступінь однорідності виробничої функції.

Функція є нелінійною і її побудова це дуже трудомісткий процес. Для реалізації побудови необхідно виконати лінійізуючі перетворення шляхом логарифмування правої і лівої частин рівняння. Інформаційні технології електронних таблиць Microsoft Excel (інших математичних або статистичних пакетів) дають можливість для лінійізованої моделі обчислити параметри. Виконати зворотні перетворення і в результаті отримати вид виробничої функції Кобба-Дугласа, коефіцієнти якої можливо проаналізувати та обчислити інші економічні показники (коефіцієнт еластичності).

Сума параметрів  $(\alpha+\beta)$  свідчить про співвідношення темпів росту обсягу продукції та виробничих ресурсів: якщо  $(\alpha+\beta)>1$ , то темпи росту обсягу продукції вищі за темпи росту обох виробничих ресурсів; якщо  $(\alpha+\beta)<1$ , то навпаки темпи росту обсягу продукції нижчі за темпи росту ресурсів.

Якщо рівень матеріальних ( $F$ ) та трудових ( $L$ ) ресурсів збільшиться на  $q\%$  на основі виробничої функції обсяг продукції буде мати вид:

$$Y_1 = Y \left( 1 + \frac{q}{100} \right)^{\alpha+\beta}$$

Тоді при  $(\alpha+\beta)>1$  обсяг продукції зросте більше як на  $q\%$ ; якщо  $(\alpha+\beta)<1$  – менше ніж на  $q\%$ ; при  $(\alpha+\beta)=1$  продукція збільшиться на  $q\%$ .

Перші похідні від виробничої функції свідчать про приріст продукції за відповідним видом ресурсів. Їх співвідношення дає граничні норми заміщення ресурсів:  $h = \frac{\alpha}{\beta} \times \frac{L}{F}$ . Тоді швидкість зміни норми заміщення ресурсів у зв'язку зі

зміною величин ресурсів обчислюється наступним чином:

$$\frac{\partial h}{\partial L} = \frac{\alpha}{\beta \cdot F}, \quad \frac{\partial h}{\partial F} = \frac{\alpha \cdot L}{\beta \cdot F^2}$$

Якщо метою господарської діяльності є максимізація прибутку, то відповідні обсяги ресурсів  $F$  і  $L$  та максимальне значення випуску продукції Уможна отримати за допомогою виробничої функції.

$$Y = a \cdot \left[ \frac{(q+1) \cdot P \cdot \alpha \cdot Y}{q} \right]^\alpha \cdot \left[ \frac{(q+1) \cdot P \cdot \beta \cdot Y}{w} \right]^\beta$$

$$q = \frac{\lambda \cdot \alpha \cdot Y}{\beta \cdot F}; \quad w = \frac{\lambda \cdot \beta \cdot Y}{\alpha \cdot L}; \quad b = \frac{\beta \cdot F}{\alpha \cdot L}; \quad P = b \cdot Y^q; \quad \lambda = (q+1) \cdot P,$$

$$F \quad L \quad \alpha \cdot L$$

де  $w, q, b$  – параметри функції прибутку;  $\lambda$  – множник Лагранжа.

Після введення заміни економетричну модель прибутку можливо записати формулою:

$$\Pi = b \cdot Y^{q+1} - w \cdot L - q \cdot F + \lambda [f(F, L) - Y]$$

Отже, розглянутий приклад використання виробничої функції Кобба-Дугласа показує, що економетрична модель дає широкі можливості в аналізі виробничої діяльності підприємств аграрного бізнесу та визначає шляхи її вдосконалення з метою підвищення ефективності.