

АСИМПТОТИЧНИЙ МЕТОД В КОНТАКТНИХ ЗАДАЧАХ ЛІНІЙНОЇ ТА НЕЛІНІЙНОЇ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

Оксана Білова, Ірина Щербина, Юлія Білова*

Національна металургійна академія України, НТУ «Дніпровська політехніка
okbelova00@gmail.com

Сучасні машини і технології, побудовані на застосуванні підвищених швидкостей, агресивних середовищ, нових композиційних матеріалів мають складний комплекс властивостей. Розраховуючи міцність деталей та конструкцій з таких матеріалів, досліджуючи ці чи інші складні задачі механіки доводиться вдаватися до спрощення систем диференціальних рівнянь, тобто завдяки деяким апріорним геометричним та фізичним припущенням будувати моделі, які дозволяють знайти аналітичні розв'язки. Володіючи важливими позитивними якостями (простота та наочність), спрощені моделі мають не досить зрозумілу область застосування.

Природним математичним апаратом, який дає можливість побудувати обґрунтовані наближені рівняння та оцінити області застосування різних гіпотез, є асимптотичний аналіз. Звичайно, в певній мірі потреби інженерної практики можуть бути задовільнені завдяки розвитку чисельних методів та отримання результатів за допомогою ЕОМ, але потреба в аналітичних розв'язках, навіть наближених, залишається дуже значною. Це пояснюється тим, що урахування реальних властивостей матеріалу, тобто внесення в модель, яка розглядається, анізотропії або в'язкопружності і, тим більше, нелінійності, призводять до значних, інколи нездоланих математичних складностей. В таких випадках наближені аналітичні рішення допомагають з'ясувати якісні особливості задач, отримати асимптотики, проаналізувати особливі точки (лінії) та побудувати відповідні розв'язки, а часто бувають основою для чисельних методів.

Контактні задачі для ортотропних тіл з прямолінійною анізотропією досліджувались у багатьох роботах, достатньо ретельно та всебічно, як за допомогою аналітичних, так і чисельних методів. Відомі розроблені для таких задач пакети комп'ютерних програм. Наприклад, у скінченно елементних комплексах програм таких, як ADINA, NASTRAN використовуються різноманітні методи розв'язання великих систем рівнянь. Ефективним є фронтальний метод, що реалізований у програмах ABAQUS, ANSYS та ітераційні методи. Але урахування, наприклад, нелінійності, анізотропії сучасних матеріалів, для яких має місце відхилення від закону Гука, суттєво затрудняє пошук основних характеристик напружено деформівного стану. Відповідні задачі механіки, пов'язані з нелінійністю, приводять до нездоланих математичних труднощів. Застосування асимптотичних методів, наприклад, методу збурення, надає можливість вирішити це питання [1]. Розв'язані авторами контактні задачі лінійної та нелінійної теорії пружності [2] асимптотичним методом Манєвіча-Павленка, що є модифікацією методу збурень. Малий параметр характеризує анізотропію. Головна ідея методу: перейти від складних мішаних крайових задач механіки до послідовного розв'язання задач теорії потенціалу. Цим методом авторами розв'язуються деякі задачі фізично лінійної та нелінійної теорії пружності. Цікаво, що метод працює так, що чим більша анізотропія, тим швидше розв'язок задачі збігається із точним [1, 2]. У нульовому наближенні маємо змогу отримати аналітичні розв'язки навіть дуже складних мішаних задач, а також провести порівняння розв'язків нелінійних задач з їх лінійними аналогами.

1. Манєвіч Л. І. Асимптотические методы в теории упругости ортотропного тела / Л. И. Манєвіч, А. В. Павленко, С. Г. Коблік. – К., Донецк: Вища школа, 1982. – 152 с.
2. Кагадій Т. С. Аналитический поход к решению некоторых контактных задач / Т. С. Кагадій, О. В. Білова, І. В. Щербина // Вісник Херсонського національного університету. – 2016. – №3 (58). – С. 104-110.

ASYMPTOTIC METHOD IN CONTACT PROBLEMS{TASKS} OF THE LINEAR AND NONLINEAR THEORY OF THE ELASTICITY

Authors solved contact tasks of the linear and nonlinear theory of elasticity by asymptotic method of Manevich-Pavlenko which is a modification of the method of perturbations. The small parameter characterizes anisotropy. Principal idea of a method to pass from the complicated mixed boundary value problems of mechanics to a sequential solution of the tasks of a potential theory. In a zero approximation it is possible to receive asymptotic solutions even very much challenges, and also to lead comparison of solutions of nonlinear tasks with their linear analogs.