УДК 621.001.63

Л.Ф. СУШКО
Дніпровський державний аграрно-економічний університет

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РОЗПІЗНАВАННЯ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ

Запропонований в статті процес розпізнавання здійснюється за допомогою порівняння параметрів поточного стану об'єкта з еталоном кожного класу. Формалізація системи здійснюється за допомогою моделі, яка відображає поточний стан зубчатої передачі у вигляді графа. Для зубчастих передач в якості ознакових характеристик розглядаються зубцеві гармоніки.

Ключові слова: Алгоритм розпізнавання, вібраційні ознаки, поточний стан граф, часові мережі, ознаковий простір.

Л.Ф. СУШКО
Днепровский государственный аграрно-экономический университет

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАСПОЗНАВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Предложенный в статье процесс распознавания осуществляется с помощью сравнения параметров текущего состояния объекта с эталоном каждого класса. Формализация системы осуществляется с помощью модели, которая отображает текущее состояние зубчатой передачи в виде графа. Для зубчатых передач в качестве признаковых характеристик рассматриваются зубцовые гармоники.

Ключевые слова: Алгоритм распознавания, вибрационные признаки, текущее состоянеие графа, временные сети, признаковое пространство.

L.F. SUSHKO
Dnipro state agrarian and economic university

MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESS OF RECOGNITION OF THE TECHNICAL STATE OF MUTUAL TRANSMISSION

Technical condition of gear transmissions can be interpreted as recognition of technical classes of the object based on the set of its technical specifications. In purpose to solve this problem, mathematical theory of pattern recognition was applied.

The proposed in the article process of recognition, is performed by comparing the parameters of the current state of the object with the standard of each class. With a large number of class members, the procedure for determining the belonging to one of the classes can be significantly simplified: firstly, the standards of each class are formed, and secondly, they are compared with the following. When the selection of l *member of the class of states* W *is available, the reference vector and the reference curve of the features of the given object are assumed to be a standard. Using Wald's sequential analysis, each stage of the space of the observation selection is divided into three areas: the admissible* G_1*, the critical* G_2*, and the intermediate* $G_{пр}$*. If the selected value belongs to Gnp, the discussed observation is performed. This is performed until the moment, when for a certain value of* n_1 *of the selection size, the selective value will not belong to* G_1 *or* G_2*. After that, one of the hypotheses is chosen: when a class a1 (when it hits the* G_1*) is observed, or the selection, that is being monitored, belongs to the class* a_2 *(*G_2 *). The criterion for the quality of the consistent rule of choosing a solution is the minimum of the average sample size that is required for a decision.*

Formalization of the system is carried out using a model that reflects the current state of the gear transmission in the form of a graph. The Petri time networks are used for realistic mapping of processes and occurrences, which require some time for their achievements, such as in the case of gear elements trigger. Gear harmonics are considered for sign gears as sign characteristics.

At each of the steps of the programming cycles, to compensate for deviations from the given trajectory of motion, linear interpolation is applied by the method of the method of evaluative function at a constant bearing frequency. In this case, the interpolation trajectory lies predominantly over a given trajectory, and the estimated functions are determinators of the accumulated error of interpolation not only of the current step, but of also the whole process of the investigation of the tooth gears. Conducteded comparative analysis and the selection of vibrational features for assessing the quality of the adhesion allows the retraction the toothed pairs.

Keywords: Algorithm of recognition, vibration characteristics, current state of the graph, time grid, attributive space.

Зубчаті передачі набули широкого застосування в різних галузях машинобудування і висувають ряд нових завдань, які пов’язані з підвищенням їх довговічності. Інформація про технічний стан зубчатих передач носить узагальнений характер, який полягає в описуванні зміни структурних параметрів за часом, при цьому виникає проблема оперативного реагування у функції часу на відхилення структурних параметрів від їх еталону. Для цього використовуються кусково-сплайнові апроксимації [1], які модулюються завдяки введенню функції стану, тобто технічний стан зубчастих передач можна інтерпретувати як розпізнавання класів технічного стану об'єкта за сукупністю його технічних характеристик. Для вирішення цього завдання доцільно застосовувати математичну теорію розпізнавання образів.

Реалізація процесу розпізнавання здійснюється за допомогою порівняння параметрів поточного стану об'єкта з еталоном кожного класу. Під еталоном матимемо на увазі деякий усереднений образ класу. При великій кількості членів класу можна значно спростити процедуру визначення приналежності до одного з класів попереднім формуванням еталонів кожного класу й порівнянням наступного, пред'явленого до розпізнавання стану об'єкта, з кожним з еталонів. При наявності вибірки з l членів класу станів W в якості еталону можна прийняти еталонний вектор і еталонну криву ознак даного об'єкта.

Одним з основних факторів, які впливають на вірогідність класифікації, є ознаковий простір, розмірність якого намагаються зробити якомога меншою, оскільки при цьому скорочується кількість необхідних вимірювань, спрощуються обчислення, які формують та реалізують вирішальні правила, зростає статистична сталість результатів розпізнавання. Разом з тим зменшення ознакового простору призводить до зниження вірогідності розпізнавання, тому його формування є компромісною задачею, яку можливо розділити на дві частини: формування початкового ознакового простору і мінімізація його розмірності [2]. В частині мінімізації розмірності існують формальні методи і алгоритми, засновані на дослідженні кореляційних властивостях ознак і послідовному вилученню з ознакового простору любої ознаки з пари найбільш корельованих. При цьому підсумковий рівень помилки класифікації залежить від випадкових характеристик вибірки. Разом з тим при нескінченному об’ємі вибірки рівень помилки не буде меншим за байєсівський більше ніж в два рази.

Використовуючи послідовний аналіз Вальда, на кожному етапі простір вибірки спостережень розподіляється на три області: припустиму G_1, критичну G_2 та проміжну $G_{пр}$. Якщо вибіркове значення належить $G_{пр}$, то виконується наступне спостереження, і так доти, поки при деякому значенні n_1 розміру вибірки вибіркове значення не буде належати G_1 або G_2. Після цього приймається одна з гіпотез: спостерігається клас a_1 (при попаданні в G_1) або вибірка , за якою проводиться спостереження, належить класу a_2 (G_2). Критерієм якості послідовного правила вибору розв’язку є мінімум середнього значення розміру вибірки, яка необхідна для ухвалення рішення [3].

Оскільки при послідовному аналізі розмір вибірки є випадковою величиною, то навіть при досить малих середніх значеннях тривалості процедури можливі випадки неприпустимо великих розмірів вибірки. Типовим прикладом компромісного розв’язку для розподілення тривалості процедури є скорочений послідовний аналіз, коли, заздалегідь встановлюється максимальне значення об’єму вибірки n_{max}, при досягненні якого послідовна процедура закінчується і відповідне відношення правдоподібності порівнюється не з двома порогами (c_1 і c_2), а тільки з одним ($c_{ус}$). В результаті чого обов’язково ухвалюється одне з рішень.

Тому перший шаг процесу розпізнавання – розділити данні в підгрупи (*кластери*); при цьому в одну групу об’єднуються данні зі схожими ознаками. Найбільш ймовірною мірою подобу (або відмінності) між двома спостереженнями (відліками) є відстань між ними: відстань між відліками в одній групі (одному класі) буде суттєво меншою за відстань між відліками з різних груп.

Розглянемо послідовність розподілу n відліків на k груп. По-перше, це розподіл на n груп, до того ж кожна група вміщує по одному відліку. Потім – розподіл на (n −1) групу, на (n −2) групи і т.д. *Агломеративні* (з’єднуючі) процедури починають з n поодиноких груп і утворюють послідовність груп, що поступово об’єднуються. *Ділені* процедури починають з однієї групи, яка вміщує всі n відліків, та утворюють послідовність груп, які поступово розділюються [4].

Припустимо, що точки даних розглядаються як вершини графа, а ребра графа утворюють шлях між вершинами в одній підмножині X. Ця послідовність подій має характеристики паралельних процесів, кількісний аналіз яких потребує визначення у моделі часових характеристик об’єкта моделювання, властивостей дискретних об’єктів, що динамічно змінюються, фіксованого (пріоритетного) порядку виконання запланованих дій. Процеси, які моделюються, подаються як множина подій та умов. Події, в свою чергу, це дії, послідовність появи яких керується станами системи. Умови поділяються на доумови, які пов’язані з фактом наступу події, та постумови, які пов’язані з фактом здійснення події.

Для реалістичного відображення процесів та подій, які вимагають для свого звершення певного часу, як наприклад у випадку спрацювання елементів зубчастих передач, використовуватимемо часові мережі Петрі.

Теоретично-множинне визначення часових мереж Петрі має вигляд:

$$N = (P, T, F, H, Z, \mu_0),$$

де $P = \{p_1, p_2, ..., p_n\}$ – кінцева непорожня множина позицій (станів);

$T = \{t_1, t_2, ..., t_m\}$ – кінцева непорожня множина переходів (подій), $P \cap T = \varnothing$;

$F: P \times T \to \{0;1;2;...\}$ – функція, яка визначає доумови здійснення подій і призначає кожному переходу вхідну множину позицій $t_j = \{p_i \mid F(p_i, t_j) \neq 0\}$;

$H: P \times T \to \{0;1;2;...\}$ – функція, яка визначає постумови і призначає кожному переходу вхідну множину позицій $t_j = \{p_i \mid H(t_j, p_i) \neq 0\}$;

$\mu_0: P \to \{0;1;2;...\}$ – початкове маркування, яке означає кількість маркерів у позиції p_i сітки;

$Z: P \to R^+$ – час затримки маркерів у позиціях, де R^+ — множина додатних дійсних чисел.

Це обґрунтовано, коли необхідно виконати певні розрахунки часу роботи об'єктів, що моделюються, або зробити кількісний аналіз функціонування системи [5].

Нехай матриця *A* розраховується на базі операцій над матрицями $F = \left[F_{ij}\right]$ і $H = \left[H_{ij}\right]$, які задають кількість дуг, які виходять відповідно з позицій і переходів:

$$A = H - F,$$

тобто елементи F_{ij} задають кількість маркерів, які потрібно забрати з позиції p_i при спрацьовуванні переходу t_j, а елементи H_{ij} визначають кількість маркерів, які направляються в позицію p_i при спрацьовуванні переходу t_j.

Розглянемо рекурентне матричне рівняння, яке описує стан мережі:

$$M = M_0 + A \cdot S, \tag{1}$$

де M – поточний стан мережі,

M_0 – початковий стан мережі,

S – вектор підрахунку спрацьовувань переходів мережі.

Помножимо обидві частини (**Ошибка! Источник ссылки не найден.**) на транспонований вектор X^T:

$$X^T \cdot M = X^T \cdot M_0 + X^T \cdot A \cdot S, \tag{2}$$

де X називається *p*-інваріантом.

Враховуючи рівність

$$A^T \cdot X = 0, \tag{3}$$

і те, що

$$A^T \cdot X = X^T \cdot A,$$

з виразу (2) одержуємо:

$$X^T \cdot M = X^T \cdot M_0,$$

тобто будь-який *p*-інваріант характеризує всі досяжні маркування мережі з точки зору збереження деяких властивостей процесів, що моделюються мережею.

Якщо позначити

$$X^T \cdot M = K_0,$$

то інваріантність досяжних маркувань сітки подамо у вигляді співвідношення:

$$X^T \cdot M = K_0 = const.$$

У загальному випадку рівняння (**Ошибка! Источник ссылки не найден.**) має нескінченну кількість рішень. Якщо ранг матриці *A* дорівнює числу невідомих ($r = n$), то система (**Ошибка! Источник ссылки не найден.**) має тільки нульові розв'язки. Якщо $r<n$, то (**Ошибка! Источник ссылки не найден.**) окрім нульових розв'язків має нескінчену множину інших розв'язків, причому фундаментальна система складається з ($n - r$) векторів *X*.

Ранг матриці $A = \{a_{ij}\}$ розміром $n \times m$ дорівнює найвищому порядку відмінного від нуля визначника, який одержано після викреслювання ($n - r$) стовбців і ($m - r$) рядків з матриці *A*. Таким чином, всі інваріанти *X* для маркування сітки можна отримати з ($n - r$) базисних рішень. Об'єднавши записані у вигляді векторів-рядків розв'язки фундаментальної системи, одержимо матрицю інваріантів чи базисних розв'язків *B*.

Тоді для будь-якого досяжного маркування маємо:

$$B \cdot M = B \cdot M_0 = K_0. \tag{4}$$

Якщо для вимірювання відстані між підмножинами використовується $d_{\min}$, найближчі вершини визначають найближчі підмножини. Злиття X_i і X_j відповідає додавання ребра між двома найближчими вершинами в X_i і X_j . Оскільки ребра, що з'єднують точки підмножини, завжди проходять між різними групами, то підсумковий граф ніколи не буде мати замкнутий контур або ланцюг. Використовуючи термінологію теорії графів, можна вважати, що ця процедура генерує дерево. Якщо її продовжити до того моменту, поки всі точки підмножини не будуть з'єднані, то в підсумку отримаємо покриваюче дерево (остов) – дерево зі шляхом від любої вершини до любої вершини в групі. При цьому сума довжин ребер сумарного дерева не буде перевищувати суми довжин ребер для любого іншого покриваючого дерева для даної множини вибіркових даних. Таким чином, використовуючи $d_{\min}$ як міру відстані, агломеративна процедура групування перетворюється в алгоритм для генерації мінімального покриваючого дерева.

Мінімальне покриваюче дерево отримаємо, додаючи найкоротше ребро між двома іншими ребрами (двома найближчими парами точок). Якщо деякі точки розташовані таким чином, що між початковими групами утворюється міст, то це призводить до « ланцюгового ефекту» - об'єднанню даних в одну велику довгасту групу і одну або декілька маленьких компактних груп[4].

Якщо для вимірювання відстані між групами використовується $d_{\max}$, то використовують граф, в якому ребра з'єднують всі вершини в групу. а кожна група утворює повний підграф. Відстань між двома групами визначається найбільш віддаленими вершинами в цих двох групах. Коли дві найближчі групи об'єднуються, граф змінюється додаванням ребер між кожною парою вершин в цих двох групах. Якщо *діаметр групи* визначається як найбільша відстань між точками в групі, то відстань між двома групами – просто діаметр їх об'єднання. Якщо *діаметр розподілу* визначається як найбільший діаметр для групи розподілу, то кожна ітерація збільшує діаметр розподілу мінімально [3].

При побудові реальних систем оцінки технічного стану зубчастої передачі виникає питання про потужність безлічі ознак. Збільшення потужності безлічі хоча й приводить до збільшення вірогідності розпізнавання, але вимагає зазвичай додаткових матеріальних засобів на реалізацію системи.

При потужності безлічі U вірогідність оцінки знижується, тому важливо при розробці системи оцінки технічного стану ретельно контролювати, які класи технічних станів зубчастих передач доцільно включати в безліч ознак.

При виборі ознак необхідно враховувати ряд вимог, які випливають із задачі оптимізації системи оцінки технічного стану. Ознаки повинні бути однозначно пов'язані зі станом об'єкта й здійснювати виявлення дефектів на ранніх стадіях їхнього розвитку.

Інформативність ознаки u_j, тобто кількість інформації, яку одержує система розпізнавання при вимірі ознаки u_j, визначається за формулою:

$$I_j = \left(U_j^{Д} - U_j^{Н}\right) \Big/ U_j^{Н} ,$$

де $U_j^{Н}$, $U_j^{Д}$ – значення ознак при нормальному й дефектному станах зубчастої передачі.

Для зубчатих передач оберемо вібраційні ознаки, чутливі до зміни параметрів плями контакту. Алгоритм розпізнавання визначається сумою 28-ти зубцевих гармонік ведучого вала синхронно накопиченого спектра віброприскорення, яке вимірюється у вертикальному напрямку:

$$K_1 = \sum_{i=1}^{28} A_i ,$$

де A_i амплітуда і-й зубцевої гармоніки, $i = \overline{1,28}$.

Таким чином, використовуючи даний метод при різних частотах обертання валу, можна оцінити якість плями контакту зубчатого зачеплення за наступною формулою:

$$K_2 = \frac{A_{z1} + A_{z2}}{2F_{z2}}; \; K_3 = \frac{\sqrt{A_{z1}^2 + A_{z3}^2}}{2A_{z2}},$$

де A_{z1}, A_{z2}, A_{z3} 1-ша, 2-га і 3-тя зубцеві гармоніки провідного валу у спектрі вертикальної вібрації.

В якості оціночного параметру приробляння пар будемо використовувати різницю векторів, які отримані за 2-ою та 1-ою зубчатими гармоніками, обмірюваними у вертикальному й осьовому напрямках.

Тут параметр A_Z визначається наступною формулою:

$$A_Z = \sqrt{H_2^2 + P_2^2} - \left(\sqrt{\frac{\left(H_1 H_2 + P_1 P_2\right)^2 + H_1^2 + P_1^2}{\left(H_1 H_2 + P_1 P_2\right)^2 + \left(P_1 H_2 - P_2 H_1\right)^2}} \right),$$

де $P_1 = A_{Z1B}$, $H_1 = A_{Z10}$ – 1-ша зубцева гармоніка в спектрах вертикальної й осьової вібрації відповідно; $P_2 = A_{Z2B}$, $H_2 = A_{Z20}$ – 2-га зубцева гармоніка в спектрах вертикальної й осьової вібрації відповідно.

На кожному кроці циклів програмування для компенсування відхилень від заданої траєкторії руху застосовано лінійну інтерполяцію методом оцінної функції на постійній несучій частоті. При цьому інтерполяційна траєкторія пролягає переважно над заданою траєкторією, а оцінні функції визначають накопичену похибку інтерполяції не тільки поточного кроку, але і всього процесу дослідження зубчатих передач. Проведений порівняльний аналіз та вибір вібраційних ознак для оцінки якості зачеплення дозволяє відбраковувати зубчасті пари.

Список використанної літратури

1. Онищенко В. П. Математическое описание профилей зубьев при моделировании их изнашивания/ Онищенко В. П.// Прогрессивные технологии и системы машиностроения : Международный сборник научных трудов. Выпуск 10. — Донецк : Донецкий государственный технический университет, 2000. — С. 188 —197.
2. Фомин Я.А. Статистическая теория распознавания образов /Я.А. Фомин, Г.Р. Тарловский. – М.: Радио и связь, 1986. – 264 с.
3. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов: пер. с англ. / К. Фукунага; под ред. А.А. Дорофеюка. – М.: Наука, 1979. - 367 с.
4. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя/ Льюнг Л. – М.: Наука, 1991. – 432 с.
5. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем/ Питерсон Дж. //М. : Мир, 1984. — 325 с.

СУШКО Лариса Федорівна – старший викладач кафедри вищої математики та фізики Дніпровського державного аграрно-економічного університету, **e-mail: sushko.lf@gmail.com**